

## **Методические указания к выполнению контрольной работы для студентов заочного отделения по дисциплине «Уравнения математической физики»**

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к базовой части дисциплин математического и естественнонаучного цикла.

Программа дисциплины «Уравнения математической физики» предназначена для студентов 2 курса. Изучение дисциплины требует знания курса «Высшей математики». Данная дисциплина необходима для успешного усвоения дисциплин «Механика жидкости и газа», «Термодинамика и теплообмен», «Электротехника и электроника», «Теплофизические процессы в холодильной технологии».

Целями освоения дисциплины «Уравнения математической физики» являются:

- формирование математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения дисциплин естественнонаучного и профессионального цикла;
- выработать у студентов умение анализировать полученные результаты, привить навыки использования аналитических методов в практической деятельности;
- показать студентам универсальный характер основных понятий математики для получения комплексного представления о подходах к созданию математических моделей технических систем и объектов.

По учебному плану дисциплины предусмотрено выполнение 1 контрольной работы и сдача зачета.

Контрольная работа состоит из 3 заданий. Вариант следует выбирать по последней цифре номера зачетной книжки. Если номер заканчивается на 0, то он соответствует 10 варианту. Не следует приступать к выполнению контрольной работы, не изучив соответствующих разделов и не разобрав приведенных в них примеров. Возникшие вопросы можно задать, связавшись с кафедрой по адресу [vm@kemtipp.ru](mailto:vm@kemtipp.ru).

Контрольные работы оформляются в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний рецензента, либо в отдельном файле (в названии файла должны быть указаны: дисциплина, город, группа, ФИО студента). Условие задачи должно быть переписано полностью. Решение выполняется в логической последовательности с пояснениями и краткими формулировками производимых действий.

Выполненные контрольные работы студентом доставляются в институт или отправляются по электронной почте на рецензирование ([vm@kemtipp.ru](mailto:vm@kemtipp.ru)). Получив проверенную работу, студенту необходимо исправить отмеченные ошибки и, если она не зачтена, выслать на повторное рецензирование. Контрольные работы, выполненные небрежно, без соблюдения предъявляемых требований или не своего варианта, не рассматриваются.

### **Вопросы зачету**

1. Понятие о дифференциальном уравнении в частных производных. Краевая задача.
2. Классификация дифференциальных уравнений.
3. Преобразование линейных дифференциальных уравнений второго порядка к каноническому виду.
4. Уравнения параболического типа. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии.
5. Уравнения гиперболического типа. Уравнение колебания струны.
6. Метод Фурье.
7. Метод Даламбера.
8. Уравнения эллиптического типа. Уравнение Лапласа. Уравнение Пуассона.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Будак Б.М. Самарский А.А.Тихонов А.Н Сборник задач по математической физике // "Физматлит" 4-е изд испр., 2004 ,688 стр ,ISBN: 5-9221-0311-3// ЭБС издательства «Лань». url: <http://e.lanbook.com/>
2. Владимиров, Василий Сергеевич. Уравнения математической физики : учеб. пособие для вузов/ В. С. Владимиров. - 3-е изд. - М. : Наука, 1976. -327 с.
3. Владимиров В.С., Жаринов В.В Уравнения математической физики. // "Физматлит",;- 2000,- 400 стр. ISBN:5-9221-0011-4// ЭБС издательства «Лань». url: <http://e.lanbook.com/>
4. Емельянов, Виктор Михайлович. Уравнения математической физики : практикум по решению задач : учеб. пособие для вузов / В. М. Емельянов, Е. А. Рыбакина. - СПб. : Лань, 2008. - 224 с. ISBN: 978-5-8114-0863-4// ЭБС издательства «Лань». url: <http://e.lanbook.com/>
5. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. пособие для студ. втузов, Т.1/ Н. С. Пискунов. -стереотипное изд.. -М.: Интеграл-Пресс, 2001. -415 с
7. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учеб. пособие для студ. втузов., Т.2/ Н. С. Пискунов. -стер. изд.. -М.: Интеграл-Пресс, 2001. -544 с
8. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.
9. Петровский И. Г. Лекции об уравнениях в частных производных. М.: Физматгиз, 1961.

## Контрольная работа

**Задание 1.** Определите типы следующих дифференциальных уравнений и приведите их к каноническому виду:

1.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} + u_x + u_y + 2u - x^2 - y = 0,$
2.  $2u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + 2u_x + 2u_y = 0,$
3.  $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y - 3u - x^2y = 0,$
4.  $4u_{xy} - u_{yy} + u_x - 2u_y - 2u - x - y = 0,$
5.  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 9u_x + 9u_y + 2u - x = 0,$
6.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 13u_{yy} + 3u_x + 24u_y - 9u - 3x - 3y = 0,$
7.  $13u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} + 3u_x + 24u_y - 9u - 3x = 0,$
8.  $u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} + 4u_x + u_y - u - 3x = 0,$
9.  $u_{xx} + 4u_{xy} - 5u_{yy} + u_x + u_y - u = 0,$
10.  $2u_{xx} + 4u_{xy} + 4u_{yy} + 3u_x + 4u_y - x = 0.$

**Задание 2.** Найти форму струны для любого момента времени, если струна закреплена на концах  $x = 0$  и  $x = l$ , и в начальный момент времени имеет форму  $\varphi(x)$  :

$$1. \varphi(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x, & 0 \leq x \leq \frac{5}{2}, \\ \frac{2}{5}(5-x), & \frac{5}{2} \leq x \leq 5 \end{cases}, \quad l = 5;$$

$$2. \varphi x = \begin{cases} \frac{2}{3}x, 0 \leq x \leq \frac{3}{2}, \\ \frac{2}{3}3 - x, \frac{3}{2} \leq x \leq 3 \end{cases}, \quad l = 3;$$

$$3. \varphi x = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq \frac{5}{2}, \\ 25 - x, \frac{5}{2} \leq x \leq 5 \end{cases}, \quad l = 5;$$

$$4. \varphi x = \begin{cases} 2x, 0 \leq x \leq \frac{3}{2}, \\ 23 - x, \frac{3}{2} \leq x \leq 3 \end{cases}, \quad l = 3;$$

$$5. \varphi x = \begin{cases} 4x, 0 \leq x \leq \frac{7}{2}, \\ 47 - x, \frac{7}{2} \leq x \leq 7 \end{cases}, \quad l = 7;$$

$$6. \varphi x = \begin{cases} \frac{2}{9}x, 0 \leq x \leq \frac{9}{2}, \\ \frac{2}{9}9 - x, \frac{9}{2} \leq x \leq 9 \end{cases}, \quad l = 9;$$

$$7. \varphi x = \begin{cases} 6x, 0 \leq x \leq \frac{11}{2}, \\ 611 - x, \frac{11}{2} \leq x \leq 11 \end{cases}, \quad l = 11;$$

$$8. \varphi x = \begin{cases} 8x, 0 \leq x \leq \frac{15}{2}, \\ 815 - x, \frac{15}{2} \leq x \leq 15 \end{cases}, \quad l = 15;$$

$$9. \varphi x = \begin{cases} 10x, 0 \leq x \leq \frac{5}{2}, \\ 105 - x, \frac{5}{2} \leq x \leq 5 \end{cases}, \quad l = 5;$$

$$10. \varphi x = \begin{cases} 6x, 0 \leq x \leq \frac{13}{2}, \\ 613 - x, \frac{13}{2} \leq x \leq 13 \end{cases}, \quad l = 13;$$

**Задание 3.** Решить методом Фурье краевые задачи:

$$u_t = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < l$$

1.  $u|_{x=0} = u|_{x=l} = 0,$   
 $u|_{t=0} = x(l-x);$

$$u_t = u_{xx} + \sin 2x, \quad 0 < x < \pi$$

2.  $u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0,$   
 $u|_{t=0} = 10 \sin x;$

$$u_t = u_{xx} + \sin x, \quad 0 < x < \pi$$

3.  $u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0,$   
 $u|_{t=0} = \cos 3x;$

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < l$$

4.  $u_x|_{x=0} = 1, \quad u|_{x=l} = 0,$   
 $u|_{t=0} = 0;$

$$u_t = u_{xx} + u, \quad 0 < x < \pi$$

5.  $u_x|_{x=0} = u_x|_{x=\pi} = 0,$   
 $u|_{t=0} = \cos 3x;$

$$u_t = u_{xx} + 3 \sin 2x, \quad 0 < x < \pi$$

6.  $u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0,$   
 $u|_{t=0} = 10 \sin x + \sin 7x;$

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi$$

7.  $u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 2,$   
 $u|_{t=0} = 0;$

$$u_t = 4u_{xx} - 5u, \quad 0 < x < \pi$$

8.  $u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0,$   
 $u|_{t=0} = x(\pi - x);$

$$u_t = u_{xx} - u, \quad 0 < x < \pi$$

9.  $u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 2,$   
 $u|_{t=0} = 0;$

$$u_t = u_{xx} + u, \quad 0 < x < 1$$

10.  $u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=1} = 1,$   
 $u|_{t=0} = 0;$