

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**КЕМЕРОВСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ПИЩЕВОЙ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

Н.А. Бахтин, А.М. Осинцев, А.В. Попов

ФИЗИКА

Конспект лекций

Часть II

Основы электричества и магнетизма

Основы оптики

Основы квантовой механики, атомной и ядерной физики

Кемерово 2003

УДК: 53(075)

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Кемеровского технологического института пищевой промышленности.

Рецензенты:

доцент кафедры товароведения и экспертизы товаров Кемеровского института Российского государственного торгово-экономического университета, канд. физ.-мат. наук М.Н. Сидоров;

заведующий лабораторией кемеровского филиала Института химии твердого тела и механохимии СО РАН, канд. хим. наук В.П. Бервено

Бахтин Н.А., Осинцев А.М., Попов А.В.

Физика: Конспект лекций. Часть II – Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – Кемерово, 2003. – 88 с.

В учебном пособии в краткой и доступной форме изложены теоретические сведения по основным разделам электромагнетизма, оптики, квантовой механики, а также атомной и ядерной физики. Пособие может быть полезным для самостоятельной работы студентов как дневной, так и заочной форм обучения.

Ф 1604050000
У50(03)-03

ISBN 5-89289-241-7

© – Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2003

Электричество и магнетизм

Введение

Термин «электричество» давно уже стал обыденным. Большинство людей, не задумываясь, пользуется этим словом для обозначения вполне привычных вещей, например электрический чайник и т.п. Электричество прочно вошло в нашу жизнь. Сегодня трудно себе представить, как люди обходились без него раньше. Оно изменило наш быт, и производственную деятельность, стало основой современных технологий во всех отраслях промышленности.

Целью этого раздела нашего курса является изучение физической сущности электричества, его законов.

Лекция 1. Электростатика

Заряд

Происхождение понятия *электрический заряд* связывают с легендой, согласно которой дочь известного древнегреческого ученого Фалеса милетского однажды пряла шерсть янтарным веретеном и случайно заметила, что шерстинки к нему липнут. Она сказала отцу о своем открытии. Ученый стал проверять и обнаружил, что натертый шерстью янтарь притягивает не только шерстинки, но и нитки, волосы, соломинки и другие тела.

Янтарь по-гречески – *ηλεκτρον*, и через много лет свойство потертого шерстью янтаря притягивать легкие предметы называли *электризацией*, а взаимодействие наэлектризованных тел – *электрическим взаимодействием*.

Если тело участвует в электрических взаимодействиях, то говорят, что оно имеет *электрический заряд*. Установлено, что имеется два вида электрических зарядов, условно называемых *положительными* и *отрицательными*. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков – притягиваются друг к другу.

В системе СИ единица электрического заряда, *кулон* (Кл), не относится к основным. Основной электрической единицей является единица измерения силы электрического тока, определяющая, сколько заряда протекает по проводнику за единицу времени, и измеряемая в *амперах* (А). Эталонное значение ампера устанавливается на основе закона Ампера – закона о магнитном взаимодействии токов (см. стр. 20).

1 кулон – это заряд, проходящий за 1 секунду через сечение проводника, по которому течет ток в 1 А.

Электрический заряд является неотъемлемым свойством элементарных частиц. Заряды всех элементарных частиц (если они его имеют) одинаковы по абсолютной величине. Его называют элементарным зарядом и обозначают буквой *e*. Этот заряд имеет строго определенное значение:

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Закон сохранения заряда

Электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Однако всегда возникают или исчезают одновременно два элементарных заряда противоположных знаков. В замкнутой системе, какие бы процессы в ней ни протекали, алгебраическая сумма положительных и отрицательных зарядов с течением времени не изменяется:

$$\sum q_i = \text{const.}$$

Последнее утверждение носит название *закона сохранения электрического заряда*.

Закон Кулона

В результате опытов Кулон в 1785 г. установил, что сила взаимодействия между двумя *точечными* зарядами q_1 и q_2 , расстояние между которыми r , определяется формулой

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от единиц измерения заряда и расстояния. В системе СИ коэффициент $k = 9 \cdot 10^9$ Н/Кл часто записывают в виде $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м называется *электрической постоянной*

(определение единицы емкости *фарад* (Ф) см. на стр. 10). Закона Кулона принимает так называемый *рационализированный* вид:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (1.1)$$

Электростатическое поле

В пространстве, в котором находится электрический заряд, создаются особые условия: на внесенный в это пространство другой заряд действует сила.

Если в каждой точке пространства известны силы, действующие на тело, то говорят, что задано *поле сил*. В нашем случае заряд создает в окружающем пространстве *электростатическое поле*.

Напряженность электростатического поля

Одно из основных свойств электростатического поля – это способность действовать на электрический заряд q с некоторой силой \vec{F} . *Силовой характеристикой электростатического поля* или его *напряженностью* называется величина

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1.2)$$

Направление вектора напряженности \vec{E} совпадает с направлением силы \vec{F} . Единица напряженности электростатического поля $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$, где 1 В (*вольт*) –

единица потенциала электростатического поля (см. лекцию 11, стр. 7).

Напряженность поля точечного заряда

Напряженность поля точечного заряда можно найти из определения напряженности (1.2) и закона Кулона (1.1):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Суперпозиция полей

Сила, с которой данная система зарядов действует на выделенный точечный заряд, равна векторной сумме сил, с которыми действует на него каждый из зарядов системы. Отсюда следует, что *напряженность \vec{E} поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым их зарядов в отдельности:*

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i. \quad (1.3)$$

Выражение (1.3) выражает *принцип суперпозиции*.

Силовые линии поля

Для наглядного описания электрического поля используют метод *силовых линий* (линий напряженности). *В каждой точке пространства касательная к силовой линии совпадает по направлению с вектором напряженности электрического поля.* Число линий, пронизывающих единицу поверхности площадки, перпендикулярной к силовым линиям, равно численному значению \vec{E} в данной области пространства. Силовые линии всегда начинаются и заканчиваются на положительных зарядах, либо уходят в бесконечность.

Поток вектора напряженности

По определению, поток вектора \vec{E} через площадку dS есть скалярное произведение вектора \vec{E} и вектора элемента площадки $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S},$$

где \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

Поток вектора \vec{E} через произвольную поверхность равен интегралу по поверхности:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (1.4)$$

Поток вектора напряженности поля Φ_E через данную поверхность равен полному числу силовых линий, пронизывающих эту поверхность.

Теорема Гаусса

Закон Кулона позволяет находить электрические поля точечных зарядов. Если заряды распределены по поверхности или объему, то тело нужно разбить на элементарные элементы и произвести по ним суммирование.

Во многих случаях трудности могут быть уменьшены, если применить теорему Гаусса, которая формулируется следующим образом:

Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри объема, ограниченного этой поверхностью:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i. \quad (1.5)$$

Выражением $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$ обозначается интегрирование по замкнутой поверхности.

Если заряды распределены внутри объема V с плотностью ρ , то $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$.

Доказательство

Поток вектора напряженности поля точечного заряда q_i через сферическую поверхность S радиуса R , центр которой совпадает с положением заряда, равен

$$\Phi_i = \oint_S (\vec{E}_i \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{R^2} \oint_S dS = \frac{q_i}{\epsilon_0}.$$

Поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность, охватывающую заряд q_i , не зависит от формы поверхности и равен q_i/ϵ_0 . Действительно, так как это справедливо для сферической поверхности, то ясно, что любая деформация сферы (без разрывов поверхности) не изменит полного числа силовых линий, выходящих наружу, т.е. поток через произвольную поверхность, охватывающую заряд, будет таким же, как и для сферы.

Пусть внутри данной замкнутой поверхности заключено произвольное число точечных зарядов любого знака. В силу принципа суперпозиции $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$ и, следовательно, полный поток будет равен

$$\Phi_E = \oint_S (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS = \sum \oint_S (\vec{E}_i \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i.$$

Применение теоремы Гаусса к вычислению напряженности поля различных заряженных тел

Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Из соображений симметрии очевидно, что вектор напряженности поля \vec{E} должен быть направлен перпендикулярно плоскости.

Пусть плоскость пересечена цилиндрической поверхностью с образующими, перпендикулярными к плоскости, и основаниями, параллельными ей. Поток напряженности поля через боковую поверхность равен нулю (силовые линии

параллельны боковой поверхности). Поток через оба основания в силу теоремы Гаусса равен $2E\Delta S = \Delta q/\epsilon_0$, где Δq – заряд отсеченной цилиндром плоскости. Отсюда напряженность поля заряженной плоскости равна $E = \sigma/2\epsilon_0$, где величина $\sigma = \Delta q/\Delta S$ носит название *поверхностной плотности* зарядов.

Итак, *поле бесконечной заряженной плоскости однородно, перпендикулярно к плоскости и не зависит от расстояния до плоскости.*

Поле плоского конденсатора

Плоский конденсатор представляет собой систему двух плоскостей (пластин конденсатора), находящихся на определенном расстоянии друг от друга. Если пластины разноименно заряжены с поверхностной плотностью σ , то поле в пространстве между пластинами конденсатора равно

$$E = \sigma/\epsilon_0. \quad (1.6)$$

Вне пластин напряженность поля равна нулю.

Поле равномерно заряженной бесконечной нити

Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут радиальными прямыми, перпендикулярными нити. В качестве замкнутой поверхности выделим коаксиальный цилиндр радиуса r и длиной Δl . Внутри замкнутого цилиндра окажется заряд Δq . Поток вектора E через основания цилиндра равен нулю, а через боковую поверхность равен $2\pi r \cdot \Delta l \cdot E$.

Следовательно, по теореме Гаусса $2\pi r \cdot \Delta l \cdot E = q_i/\epsilon_0$, откуда $E = \tau/(2\pi\epsilon_0 r)$. Величина $\tau = \Delta q/\Delta l$ называется *линейной плотностью* заряда.

Лекция 2. Потенциал электрического поля

Работа сил поля по перемещению заряда

Поместим в электростатическое поле заряд q . На этот заряд будет действовать сила $\vec{F} = q\vec{E}$.

Переместим заряд на расстояние $d\vec{l}$. Тогда силы поля совершат работу $dA = \vec{F}d\vec{l}$, где $d\vec{l}$ – вектор перемещения.

Можно показать, что работа сил электростатического поля при перемещении заряда из одной произвольной точки в другую, как и в случае гравитационного поля, не зависит от формы пути и равна

$$A = q \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\Delta W = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (2.1)$$

где $(-\Delta W)$ – убыль потенциальной энергии поля при перемещении заряда, φ_1 и φ_2 – потенциалы, создаваемые полем в начальной и конечной точках пути. Единица измерения потенциала – *вольт* (В). $1\text{В} = 1\text{ Дж/Кл}$.

Поля, работа в которых не зависит от формы пути перемещения, а определяется только начальным и конечным положением тел, называются *потенциальными*. Поэтому электростатическое поле – потенциальное.

ными. Поэтому электростатическое поле – потенциальное.

Вычислим потенциал поля точечного заряда q , находящегося в начале координат. Переместим пробный заряд q_1 в радиальном направлении из точки \vec{r}_1 в \vec{r}_2 . Работа поля при этом равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} q_1 \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = q_1 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right), \quad \text{т.е. } A = q_1(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Величина

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.2)$$

является потенциалом поля точечного заряда q на расстоянии r до него.

Если переместить заряд q из некоторой точки в бесконечность, где потенциал равен нулю, то работа сил поля будет равна

$$A_\infty = q\varphi \quad \text{или} \quad \varphi = A_\infty/q. \quad (2.3)$$

Таким образом, *потенциал – физическая величина, определяемая работой сил поля по перемещению положительного единичного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность*. Или работой внешних сил против сил электростатического поля по перемещению положительного единичного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы равен алгебраической сумме потенциалов полей всех зарядов.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Условие потенциальности поля можно записать в другой форме.

Работа по перемещению заряда по замкнутому пути L в поле консервативных сил равна нулю, поэтому

$$A = \oint_L \vec{F} d\vec{l} = q \oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Выражение $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$ называется *циркуляцией* вектора \vec{E} по замкнутому контуру.

Таким образом, поле является *потенциальным*, если циркуляция вектора напряженности поля равна нулю.

Связь потенциала с напряженностью поля

Если при малом перемещении заряда потенциал изменяется на $d\varphi$, то работа вычисляется по формуле $dA = -q d\varphi$ (ср. с ур. (2.1)).

С другой стороны, эта работа может быть вычислена по формуле $dA = q \vec{E} d\vec{l}$. Работа по перемещению заряда на расстояние $d\vec{l}$ не зависит от того, с помощью какой формулы ее вычислять, поэтому

$$q \vec{E} d\vec{l} = -q d\varphi.$$

Скалярное произведение $\vec{E} d\vec{l}$ можно записать так: $\vec{E} d\vec{l} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$. Стало быть,

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = -d\varphi.$$

Взяв от этого выражения частные производные по x , y , и z , получим:

$$E_x = -\partial\varphi/\partial x; \quad E_y = -\partial\varphi/\partial y; \quad E_z = -\partial\varphi/\partial z, \quad (2.4)$$

или $\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z = -(\vec{i} \partial/\partial x + \vec{j} \partial/\partial y + \vec{k} \partial/\partial z)\varphi = -\text{grad}\varphi = -\nabla\varphi$.

Указанная процедура дифференцирования потенциала носит название нахождения градиента потенциала.

Таким образом, *напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала, взятому со знаком минус.*

Пусть поле однородно и направлено вдоль оси x . Тогда из (2.4) имеем:

$$E = E_x = -\partial\varphi/\partial x; \quad \partial\varphi/\partial y = \partial\varphi/\partial z = 0.$$

Значит, потенциал зависит только от координаты x , и разность потенциалов между точками x_1 и x_2 равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot (x_2 - x_1). \quad (2.5)$$

Лекция 3. Проводники в электрическом поле

Проводники

Все тела в природе можно условно разделить по их электрическим свойствам на две категории – *проводники* и *изоляторы (диэлектрики)*.

В проводниках при обычных условиях имеются свободные заряды. В отсутствие внешних полей их движение совершенно хаотично. Включение внешнего сколь угодно малого поля заставляет их упорядоченно двигаться, т.е. вызывает электрический ток.

В условиях электростатики внутри проводника имеет место равновесие электрических зарядов. Это означает, что заряд, переносимый "свободными" электронами через любое поперечное сечение проводника, в среднем равен нулю. Поэтому внутри проводника напряженность электрического поля равна нулю: $\vec{E} = 0$.

Электрическое поле внутри проводника

Для заряженного проводника отсутствие поля внутри него означает постоянство потенциала внутри проводника.

Объем проводника эквипотенциален. Потенциал на поверхности проводника также постоянен и равен величине потенциала в глубине проводника.

Электрическое поле вне проводника

Если проводник заряжен, то электрические заряды, расположенные на его поверхности, создают вне проводника электрическое поле.

Напряженность электрического поля не может иметь тангенциальной (касательной к поверхности проводника) составляющей, иначе вдоль поверхности проводника происходил бы перенос зарядов, что противоречит предположению об их равновесии. К тому же линии напряженности всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям, в частности, поверхности проводника. Поэтому

му только нормальная компонента напряженности E_n отлична от нуля.

Для нахождения напряженности поля вне проводника воспользуемся теоремой Гаусса. Построим цилиндр с основаниями ΔS . Одно из них расположено внутри, а другое вне проводника, а образующая цилиндра параллельна силовым линиям.

Так как поле внутри проводника отсутствует, а поток через боковую поверхность равен нулю, то весь поток выйдет через наружное основание. Согласно теореме Гаусса этот поток равен заряду, охватываемому поверхностью, деленной на ϵ_0 :

$$\Delta\Phi_E = \frac{\Delta q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0} = E_n \Delta S \Rightarrow E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Напряженность поля вблизи поверхности проводника пропорциональна плотности поверхностных зарядов.

Проводник в электростатическом поле

При внесении незаряженного проводника в электростатическое поле свободные заряды проводника образуют на одной стороне проводника избыток отрицательных зарядов, а на другой – избыток положительных зарядов. Это явление называется *электростатической индукцией*.

Поле индуцированных (появившихся на поверхности проводника) зарядов полностью компенсирует внутри проводника внешнее поле. Иначе внутри проводника происходил бы перенос электрических зарядов.

На свойстве проводников экранировать (не пропускать внутрь области, окружающей проводником) внешние поля основывается электростатическая защита от действия внешних электростатических полей.

Конденсаторы

Устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших потенциалах накапливать большие заряды, называются *конденсаторами*.

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. Чтобы на емкость конденсатора не оказывали влияние окружающие тела, им придают такую форму, чтобы электрическое поле было сосредоточено в зазоре между обкладками.

Так как линии напряженности начинаются на одной обкладке, а заканчиваются на другой, ибо только в этом случае поле не выйдет из обкладок, заряды на обкладках равны по величине и противоположны по знаку.

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного на одной из обкладок, к разности потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (3.1)$$

Единица электроемкости – *фарад* (Ф): 1 Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменится на 1 В при сообщении ему заряда

1Кл.

Електроємність плоского конденсатора

Плоский конденсатор представляет собой систему, состоящую из двух параллельных металлических пластин площадью S , расположенных на расстоянии d друг от друга и несущих заряды q и $-q$. Если расстояние между пластинами мало, то краевыми эффектами можно пренебречь, и поле между обкладками можно считать однородным.

Разность потенциалов в таком поле равна

$$U = Ed, \quad (3.2)$$

в соответствии с выражением (2.5). А заряд q выражается через поверхностную плотность σ как $q = \sigma S$, или, с учетом (1.6), $q = \epsilon_0 ES$. Подстановка U и q в (3.1) дает для электроємности плоского конденсатора выражение

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (3.3)$$

Лекция 4. Энергия электрического поля

Энергия системы зарядов

Система заряженных тел обладает потенциальной энергией. Пусть имеются два заряда q_1 и q_2 , находящиеся на расстоянии r_{12} . При удалении одного из зарядов на бесконечность потенциальная энергия взаимодействия между ними становится равной нулю. Для сближения зарядов на расстояние r_{12} необходимо совершить работу, которая идет на увеличение (или уменьшение, в зависимости от относительного знака зарядов) потенциальной энергии системы. Пусть заряд q_1 приближается к заряду из бесконечности на расстояние r_{12} . Согласно (2.3), работа по его перемещению равна $A_1 = q_1 \cdot \varphi_1$, где φ_1 – потенциал, создаваемый закрепленным зарядом q_2 на расстоянии r_{12} , который можно рассчитать по формуле (2.2). Следовательно, $A_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$.

С другой стороны, если заряд q_2 приближается из бесконечности к заряду q_1 на расстояние r_{12} , работа $A_2 = q_2 \varphi_2$, где φ_2 – потенциал, создаваемый закрепленным зарядом q_1 , или $A_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$.

Результаты получились одинаковыми, поскольку одинаково начальное и конечное расположение зарядов. Каждая из работ A_1 и A_2 равна энергии взаимодействия двух зарядов $W = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2$, или в симметричной форме $W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2)$.

Потенциальная энергия системы произвольного количества зарядов определяется выражением

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i, \quad (4.1)$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i -го, в точке, где находится i -ый заряд; q_i – величина i -го заряда; N – полное число зарядов системы.

Энергия заряженного конденсатора

Энергию заряженного конденсатора можно найти, воспользовавшись формулой (4.1). Конденсатор представляет собой систему, состоящую из двух тел, имеющих заряды $-q$ и $+q$, и потенциалы φ_1 и φ_2 . Поэтому

$$W = \frac{1}{2}(q\varphi_1 - q\varphi_2) = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}qU.$$

Или, учтя формулу (3.1),

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (4.2)$$

Энергия электрического поля

Воспользуемся формулой (4.2). Электроемкость C плоского конденсатора определяется выражением (3.3). Напряженность поля между обкладками плоского конденсатора связана с разностью потенциалов U соотношением (3.2). Подставим C и U в выражение (4.2):

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} (Ed)^2 = \varepsilon_0 \frac{E^2}{2} V, \quad (4.3)$$

где $V = Sd$ – объем между пластинами конденсатора. Из формул (4.2) и (4.3) видно, что энергия конденсатора определяется либо зарядом q на обкладках конденсатора, либо напряженностью поля E между обкладками.

В рамках электростатики вопрос о том, что является носителем энергии, заряды или поле, остается открытым, поскольку постоянные во времени поля не могут существовать без зарядов.

Переменные во времени поля могут существовать независимо от зарядов, распространяясь в пространстве в виде электромагнитных волн, которые переносят энергию. Поэтому носителем энергии является поле, посредством которого осуществляется взаимодействие между зарядами.

Распределение энергии поля в пространстве характеризуется плотностью энергии

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Лекция 5. Диэлектрики в электрическом поле

Общие сведения

Диэлектрики – это вещества, не способные пропускать электрический ток при нормальных условиях.

В отличие от проводников в диэлектриках нет свободных зарядов, которые под действием внешнего поля могут перемещаться по всему образцу. Заряды, входящие в состав диэлектрика, прочно связаны между собой и способны перемещаться только в пределах своей очень малой области на расстояние порядка 10^{-7} – 10^{-8} см. Диэлектрики не могут полностью экранировать внешнее поле. Ограниченная подвижность зарядов приводит, тем не менее, к образованию в диэлектрике заряженных областей или поверхностей. Заряды, возникающие под действием электрического поля, называются *поляризационными*, или *связанными*, зарядами.

Дипольная модель диэлектрика

Процессы, происходящие в диэлектрике, можно понять, исходя из представлений о диэлектрике как о среде, состоящей из попарно связанных разноименных зарядов q и $-q$, находящихся на расстоянии l друг от друга. Такая система называется *диполем*.

Вектор, направленный по оси диполя от отрицательного к положительному заряду и равный \vec{l} , называется *плечом диполя*. Вектор

$$\vec{p} = |q|\vec{l},$$

совпадающий по направлению с плечом диполя, называется *электрическим моментом диполя* или *дипольным моментом*.

Поле оказывает ориентирующее действие на диполь. Он развернется и встанет таким образом, чтобы направление вектора дипольного момента совпало с направлением напряженности поля.

Различные типы диэлектриков

Диэлектрики, молекулы которых имеют дипольный момент в отсутствие электрического поля, называются *полярными*. К полярным диэлектрикам относится, в частности, вода.

Дипольный момент молекул многих других диэлектриков в отсутствие внешнего поля равен нулю. Такие диэлектрики называются *неполярными*. Примером неполярного диэлектрика может служить метан.

Для количественного описания свойств диэлектриков вводится специальная физическая величина – *вектор поляризации* \vec{P} . Он определяется как предел отношения

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V},$$

где $\Delta \vec{p}$ – дипольный момент объема ΔV , равный сумме дипольных моментов \vec{p}_i всех молекул в этом объеме.

Поляризация диэлектриков

В отсутствие внешнего электрического поля вектор поляризации равен нулю. Во внешнем электрическом поле разноименные заряды молекулы диэлектрика сдвигаются в разные стороны, и вся молекула приобретает дипольный момент, направленный вдоль поля. Величина момента зависит от степени сдвига зарядов и для не слишком сильных полей пропорциональна величине действующего электрического поля.

Вектор поляризации \vec{P} , так же как и дипольный момент, пропорционален напряженности электрического поля:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}.$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности χ называется *диэлектрической восприимчивостью* вещества. Он зависит от температуры диэлектрика и определяется его плотностью и внутренним строением.

Связь вектора поляризации с поверхностной плотностью связанных зарядов

Плотность поляризационных зарядов диэлектрика определяется вектором поляризации \vec{P} .

Действительно, поместим прямоугольный параллелепипед, изготовленный из диэлектрика, в однородное вертикально направленное электростатическое поле параллельно его граням (рис. 1). Диэлектрик поляризуется. Дипольный момент параллелепипеда при однородной поляризации

$$p_V = PV = PSl. \quad (5.1)$$

Здесь S – площади верхней и нижней граней, l – высота параллелепипеда.

Найдем дипольный момент образца другим путем. Полный поверхностный заряд на каждой из граней, перпендикулярных к напряженности внешнего поля, равен по модулю q . Дипольный момент, создаваемый этими зарядами равен

$$p_V = ql, \quad (5.2)$$

где l – высота образца.

Таким образом, одна и та же величина p_V вычислена дважды по формулам (5.1) и (5.2). Приравнявая их, получаем

$$P = q/S = \sigma_{св}. \quad (5.3)$$

Таким образом, вектор поляризации определяется поверхностной плотностью связанных зарядов.

В рассмотренном частном случае вектор поляризации перпендикулярен к поверхности, на которой индуцируется поляризационный заряд. Как показывает расчет в общем случае, плотность поляризационного заряда в произвольной точке поверхности диэлектрика равна нормальной составляющей вектора поляризации в этой точке поверхности:

$$\sigma_{св} = P_n.$$

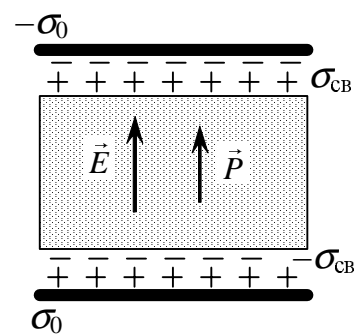


Рис. 1.

Электрическое поле в диэлектриках

Поместим между обкладками заряженного плоского конденсатора диэлектрик. Плотность зарядов на обкладках конденсатора σ_0 . На верхней и нижней грани диэлектрика образуются поляризационные заряды с плотностью $\sigma_{\text{св}}$. Результирующая напряженность E в диэлектрике равна

$$E = E_0 - E',$$

где E_0 – электрическое поле свободных зарядов, а E' – электрическое поле поляризационных зарядов диэлектрика.

Электрическое смещение

Важным понятием является вектор *электрического смещения* или, что то же самое, вектор *электрической индукции* \vec{D} . По определению,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Так как $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, то

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (5.4)$$

Коэффициент $\epsilon = 1 + \chi$ называется *диэлектрической проницаемостью* среды.

В частном случае плоского конденсатора с диэлектриком (рис. 1) имеет место соотношение

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 (\sigma_0 - \sigma_{\text{св}}) / \epsilon_0 + \sigma_{\text{св}} = \epsilon_0 E_0, \quad (5.5)$$

где значение для P мы взяли из (5.3), а для E использовали выражение (1.6) с полной плотностью заряда $\sigma = \sigma_0 - \sigma_{\text{св}}$.

Итак, вектор электрического смещения с точностью до коэффициента ϵ_0 совпадает с электрическим полем, создаваемым свободными зарядами. Из последнего выражения следует также, что $D = \sigma_0$.

Вектор \vec{D} не определяет силу, действующую на заряд со стороны внешнего электрического поля, а служит удобной величиной для расчета поля в средах, заполненным веществом.

Поле вектора \vec{D} можно изобразить графически линиями электрического смещения, которое определяется так же, как и линии напряженности \vec{E} . Теорема Гаусса для вектора \vec{D} имеет вид

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i, \text{ или } \Phi_D = \int_V \rho dV. \quad (5.6)$$

Напряженность, потенциал, энергия поля в диэлектриках

Из уравнений (5.4) и (5.5) можно получить, что

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon},$$

т.е. в диэлектрике напряженность поля уменьшается в ϵ раз. Соответственно, система внешних зарядов создает в диэлектриках потенциал

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\varepsilon},$$

где φ_0 – потенциал, создаваемый этими зарядами в вакууме.

Т.к. потенциал в диэлектрических средах уменьшается в ε раз, то емкость плоского конденсатора, между пластинами которого находится диэлектрик с проницаемостью ε , согласно уравнениям (3.1), (3.3) равна

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

По той же причине плотность энергии поля в диэлектрике будет меньше в ε раз по сравнению со случаем электростатического поля в вакууме:

$$w = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

Лекция 6. Постоянный электрический ток

В электростатике мы изучали явления, обусловленные неподвижными электрическими зарядами. Движение электрических зарядов сопровождается рядом других эффектов, которые требуют для своего описания введения новых физических понятий.

Электрический ток и его характеристики

Электрический ток – упорядоченное движение электрических зарядов.

Количественной характеристикой тока служит величина заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Ее называют *силой тока*. Если за время dt через сечение переносится заряд dq , то сила тока равна

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

В системе СИ единица тока – *ампер* (А) – относится к числу основных. 1 А определяет единицу заряда (1 Кл), переносимого за одну секунду через поперечное сечение проводника.

Для детальной характеристики тока в каждой точке вводят понятие *вектора плотности тока* \vec{j} . Численно он равен отношению тока dI , проходящего через поперечное сечение dS_{\perp} , к площади этого сечения:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}},$$

а направление его совпадает с направлением тока. Вектор плотности тока может быть выражен через концентрацию электронов n и скорость их движения \vec{v} :

$$\vec{j} = -en\vec{v}.$$

Если в веществе возможно движение разных зарядов, плотность тока определяется суммой

$$\vec{j} = \sum_i q_i n_i \vec{v}_i.$$

Электродвижущая сила

Перемещение зарядов по замкнутому проводнику под действием источника тока происходит за счет сил неэлектрического происхождения – так называемых *сторонних сил*. Электрические силы не могут обеспечить движение зарядов по замкнутому контуру из-за своего потенциального характера (работа по замкнутому пути равна нулю).

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над зарядами. Работа сторонних $A_{ст}$ сил над положительным единичным зарядом называется *электродвижущей силой* (ЭДС):

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q}.$$

Размерность ЭДС совпадает с размерностью потенциала.

Напряженность сторонних сил определяют так же, как и сил электростатического поля:

$$\vec{E}_{ст} = \frac{\vec{F}_{ст}}{q}.$$

ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил:

$$\mathcal{E} = \oint_L \vec{E}_{ст} d\vec{l}.$$

Кроме сторонних сил, на заряд действуют силы электростатического происхождения

$$\vec{F}_{эл} = q\vec{E}_{эл},$$

и результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_{ст} = q(\vec{E}_{эл} + \vec{E}_{ст}).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке между точками 1 и 2, определяется выражением

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E}_{эл} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q \cdot \mathcal{E}_{12}.$$

Величина, численно равная работе, совершаемой электрическими и сторонними силами при перемещении положительного единичного заряда, называется *падением напряжения* или просто *напряжением* U_{12} на данном участке цепи:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Участок, на котором действуют сторонние силы, называется *неоднородным*.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется *однородным*. Для него

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Закон Ома

Немецкий физик Ом Георг Симон экспериментально установил закон, согласно которому сила тока, текущего по однородному участку цепи, пропорциональна падению напряжения на проводнике:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (6.1)$$

Величина R называется *электрическим сопротивлением* проводника. Единицей сопротивления является *ом* (Ом), равный сопротивлению такого проводника, в котором при падении напряжения в 1В течет ток 1А.

Величина сопротивления зависит от формы, размеров и свойств материала, из которого он сделан. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения, ρ – удельное сопротивление проводника. ρ в СИ измеряется в Ом·м.

Закон Ома в дифференциальной форме

Найдем связь между векторами \vec{j} и \vec{E} в одной и той же точке проводника. Выделим в окрестности некоторой точки цилиндрический объем с образующими, параллельными векторам \vec{j} и \vec{E} . Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой $j dS$. Напряжение, приложенное к цилиндру, равно $E dl$. Сопротивление равно $\rho dl/dS$. Подставив все это в закон Ома (6.1), получим:

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl, \text{ или } j = \frac{1}{\rho} E.$$

Векторы \vec{E} и \vec{j} имеют одинаковое направление, поэтому

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \text{ или } \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (6.2)$$

Формула (6.2) выражает закон Ома в дифференциальной форме.

Величина $\gamma = 1/\rho$ называется *удельной проводимостью* материала. Величина, обратная ому, называется *сименсом* (См). Единицей удельной проводимости является См/м.

Закон Джоуля-Ленца

Если по проводнику с сопротивлением R течет ток, то в нем выделяется тепло. Действительно, пусть к проводнику приложено напряжение U . За время dt через поперечное сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Силы поля совершают работу

$$dA = dqU = I \cdot U \cdot dt. \quad (6.3)$$

Используя закон Ома, выражение (6.3) можно записать в виде

$$dA = I^2 R \cdot dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Отсюда мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Если по неподвижному проводнику течет ток, то вся работа идет на его нагревание, поэтому $dA = dQ$. Или

$$dQ = I \cdot U \cdot dt = I^2 R \cdot dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (6.4)$$

Это соотношение было установлено Джоулем и независимо от него Ленцем и носит название закона Джоуля-Ленца.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Может случиться так, что плотность тока изменяется по сечению проводника. В этом случае необходимо найти выражение для определения тепла, выделяющегося в каждой точке.

Разделив уравнение (6.4) на объем проводника $l \cdot S$, мы получим удельную энергию $dQ_{уд}$, выделяющуюся в единице объема проводника. Т.к. $I = jS$ и $U = El$, с учетом выражения (6.2) найдем:

$$dQ_{уд}/dt = jE = \rho j^2 = \gamma E^2.$$

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей, особенно если в них имеются источники тока или напряжения, сложен. Его можно значительно упростить, если воспользоваться правилами, сформулированными Кирхгофом. Этих правил два. Первое правило относится к узлам.

Узлом цепи называется точка, в которой сходится более двух проводников. Ток, текущий к узлу, мы будем брать со знаком «плюс», а выходящий от узла – со знаком «минус». Перед началом вычислений направления токов в ветвях цепи выбираются произвольно.

Первое правило Кирхгофа.

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

В узловых точках в условиях равновесия должен выполняться закон сохранения зарядов: сумма зарядов, притекающих к узлу, должна равняться сумме зарядов, вытекающих из него.

Второе правило относится к замкнутым контурам. Если выделить в цепи замкнутый контур и мысленно обойти его в некотором направлении, то алгебраическая сумма разностей потенциалов будет равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

При применении этого правила произвольно выбирается какое-нибудь направление обхода и соблюдается условие знаков:

1. Если токи I_i текут по направлению обхода, то соответствующие произведения берутся со знаком «плюс», в противном случае со знаком «минус».
2. Если линия обхода направлена внутри источника тока от отрицательного полюса к положительному, то его ЭДС берется со знаком «плюс», в противном случае – со знаком «минус».
3. Если после расчета силы токов на каких-нибудь участках получаются отрицательными, то это означает, что направления токов на этих участках противоположно намеченному до расчета.

Лекция 7. Электромагнетизм

Закон Ампера

Мари Ампер установил, что два тонких параллельных проводника притягиваются друг к другу, если токи в них имеют одинаковое направление, и отталкиваются, если токи противоположны. Сила взаимодействия f , приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников, пропорциональна величинам токов I_1 и I_2 в них и обратно пропорциональна расстоянию b между ними:

$$f = k \frac{2I_1 I_2}{b}. \quad (7.1)$$

На основании закона Ампера устанавливается единица силы тока в системе СИ.

Единица силы тока в СИ – ампер (А) – есть сила тока, который, проходя по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводами силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Напомним, что 1 Кл в системе СИ определяется как заряд, проходящий через поперечное сечение проводника, по которому течет ток силой в 1А, за 1с.

В рационализированной форме закон Ампера записывается следующим образом:

$$f = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{b}, \quad \text{где } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м,}$$

где единица индуктивности *генри* определена на стр. 26.

Магнитное поле

С точки зрения современных представлений взаимодействие проводников с током осуществляется через *магнитное поле*.

Для исследования магнитного поля используют пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Ориентацию контура в пространстве мы будем характеризовать направлением нормали \vec{n} к контуру, связанной с направлением тока правилом правого винта. Такую нормаль мы будем считать положительной.

Внеся пробный контур в магнитное поле, мы обнаружим, что поле оказыва-

ет на него ориентирующее действие – нормаль устанавливается в определенном направлении. Примем это направление за направление поля в данной точке. Если контур повернуть так, чтобы направление поля и нормали не совпадали, возникнет вращательный момент. Величина момента зависит от угла между нормалью и направлением поля, достигая наибольшего значения M_{\max} при $\alpha = \pi/2$.

Вращательный момент зависит от силы тока I в контуре и площади контура S и не зависит от его формы. Действие магнитного поля на контур определяется величиной

$$\vec{p}_M = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

которую называют *магнитным моментом контура*.

На пробные контуры, отличающиеся значением \vec{p}_M , действуют различные вращательные моменты M_{\max} в данной точке поля. Однако отношение M_{\max}/p_M будет одинаково для всех контуров. Эта величина и принята за количественную характеристику поля. Физическую величину \vec{B} , определяемую выражением

$$B = M_{\max}/p_M,$$

называют *магнитной индукцией*. Ее единицей является *тесла* (Тл).

Закон Био-Савара-Лапласа

Французские ученые Жан Батист Био, Феликс Савар и Пьер Симон Лаплас в 1820 году установили закон, определяющий величину магнитной индукции dB , создаваемую элементом проводника с текущим по нему током I . Этот закон имеет вид:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha, \quad (7.2)$$

где r – расстояние от проводника до точки наблюдения и α – угол между направлением тока и радиус-вектором \vec{r} . Это соотношение носит название *закона Био-Савара-Лапласа*.

Направление вектора $d\vec{B}$ перпендикулярно к плоскости, в которой находится dl и радиус-вектор \vec{r} , проходящий от dl до точки, в которой вычисляется поле. В векторной форме это выражение записывается так:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3},$$

где направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока.

Поле прямого тока

Найдем поле, создаваемое током I , текущим по прямому бесконечному проводу, в некоторой точке А (рис. 2). Все $d\vec{B}$, создаваемые малыми элементами провода dl , имеют одинаковое направление в точке А. Поэтому сложение векторов можно заменить сложением их модулей. Точка находится на расстоянии b от провода, поэтому для заданного элемента проводника dl

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}. \quad (7.3)$$

При перемещении вдоль проводника на dl угол α изменяется на $d\alpha$ согласно соотношению

$$\frac{dl}{d\alpha} = \frac{r}{\sin \alpha}, \quad (7.4)$$

которое можно найти из теоремы синусов для треугольника с вершиной A и основанием dl . Учитывая (7.3) и (7.4) в уравнении (7.2), получим

$$dB = \frac{\mu_0 I \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{4\pi b}.$$

Угол α изменяется от 0 до π . Следовательно,

$$B = \int_0^\pi dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}. \quad (7.5)$$

Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой систему охватывающих провод концентрических окружностей.

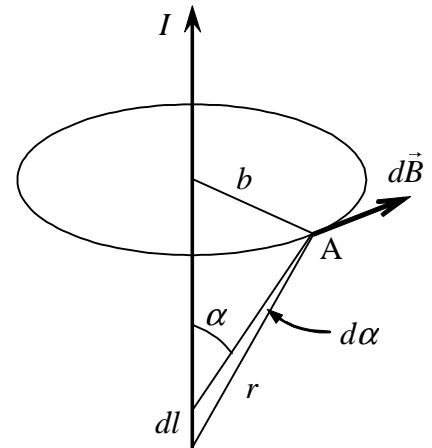


Рис. 2

Проводник с током в магнитном поле

На проводник с током, помещенным в магнитное поле, действует сила. Найдем ее значение.

По закону Ампера (7.1) сила, возникающая между проводниками длиной l каждый, равна

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b} l.$$

Учитывая, что поле B прямого тока I_2 определяется выражением (7.5) с I_2 вместо I , получим

$$F = I_1 \cdot B \cdot l.$$

Если же учесть направление поля и тока, приняв для последнего обозначение \vec{I} , то последнее выражение примет вид

$$\vec{F} = [\vec{I}, \vec{B}] l, \quad (7.6)$$

или

$$F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha, \quad (7.7)$$

где α – угол между магнитным полем и направлением электрического тока.

Закон Ампера можно трактовать другим образом. Можно считать, что один проводник с током находится в поле другого проводника.

Для определения направления силы, действующей на проводник с током, пользуются правилом «левой руки»: руку нужно расположить так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь, а четыре пальца показывали направление тока. Тогда отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы, действующий на проводник.

Закон полного тока

Возьмем контур L , охватывающий прямой ток, и вычислим для него интеграл $\oint_L \vec{B} d\vec{l}$, который носит название *циркуляции вектора магнитной индукции*.

Рассмотрим случай, когда контур обхода перпендикулярен проводнику (рис. 3). Пусть α – угол между магнитным полем и контуром в некоторой точке на расстоянии r от проводника. Смещаясь вдоль контура на dl , мы получим, что $dl \cdot \cos \alpha = r \cdot d\varphi$. Поэтому, с учетом (7.5),

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos \alpha = \oint_L B r d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r}{2\pi r} d\varphi = \mu_0 I. \quad (7.8)$$

Можно показать, что если контур обхода охватывает несколько токов, то циркуляция вектора \vec{B} равна их алгебраической сумме:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k.$$

Это выражение справедливо для проводников любой формы.

Расчет поля соленоида и тороида

Точные вычисления показывают, что магнитное поле \vec{B} внутри бесконечно длинного соленоида однородно. Найти его значение, исходя из этого факта, не представляет труда.

Возьмем контур обхода в виде прямоугольника 1-2-3-4 такого, что отрезок 3-4 находится очень далеко от соленоида (рис. 4). Найдем циркуляцию вектора \vec{B} на этом контуре. Поскольку интеграл представляет собой бесконечную сумму, которую можно разбить на несколько слагаемых, то

$$\oint_{1-2-3-4} \vec{B} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{B} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B} d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B} d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B} d\vec{l}.$$

Интегралы на отрезках 2-3 и 4-1 компенсируются, т.к. поле вдоль этих отрезков одинаковое, а при интегрировании они учитываются с разными знаками. Поле на далеком отрезке 3-4 равно нулю, поэтому

$$\oint_{1-2-3-4} \vec{B} d\vec{l} = B \cdot l = \mu_0 \cdot N \cdot I, \quad \text{откуда}$$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I = \mu_0 \cdot n \cdot I, \quad (7.9)$$

где $n = N / l$ – число витков на единицу длины соленоида.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

На проводник с током, помещенным в магнитное поле, действует сила (7.7) (рис. 5). При перемещении проводника на вектор $d\vec{x}$ эта сила совершает работу

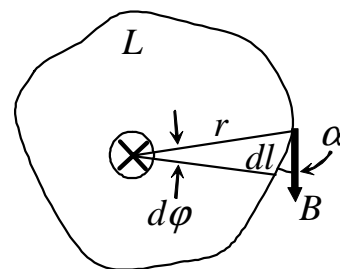


Рис. 3.

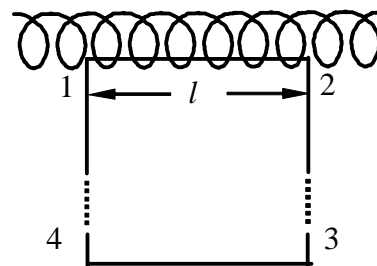


Рис. 4.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{x} = l [\vec{I}, \vec{B}] \cdot d\vec{x} = l [d\vec{x}, \vec{I}] \cdot \vec{B}.$$

Т.к. $d\vec{x} \perp \vec{I}$, то $[d\vec{x}, \vec{I}] = dx \cdot I \cdot \vec{n}$, где вектор \vec{n} перпендикулярен вектору смещения и току, т.е. плоскости контура. Следовательно,

$$dA = I \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS,$$

где произведение $l \cdot dx = dS$ – это площадь, пересеченная проводом.

Величина $d\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$ – называется *поток вектора магнитной индукции*. Магнитный поток в системе СИ измеряется в *веберах* (Вб). $1 \text{ Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2$.

Таким образом, выражение для работы по перемещению проводника с током в магнитном поле, с учетом введенного понятия, может быть представлено в виде

$$dA = I d\Phi_B.$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле численно равна произведению тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

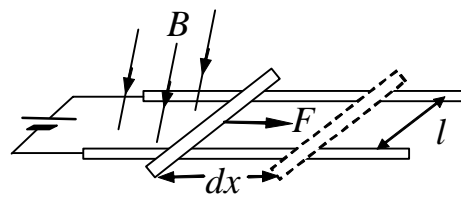


Рис. 5.

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле

Для упрощения расчетов будем перемещать прямоугольный контур с током перпендикулярно линиям индукции магнитного поля (рис. 6).

Пусть первое положение контура было 1,2,3,4. Переместим контур в новое положение 1',2',3',4'. Полная работа по перемещению контура равна алгебраической сумме работ, совершаемых по перемещению каждой из четырех сторон.

$$A = A_{1,2} + A_{2,3} + A_{3,4} + A_{4,1}.$$

Работы $A_{2,3}$ и $A_{4,1}$ равны нулю, так как соответствующие стороны не пересекают магнитного потока. Сторона 3,4 пересекает магнитный поток $\Phi' + \Phi_2$ и, следовательно,

$$A_{3,4} = I(\Phi' + \Phi_2).$$

Провод 1,2 пересекает магнитный поток $\Phi_1 + \Phi'$, но движется против сил действия магнитного поля, поэтому

$$A_{1,2} = -I(\Phi_1 + \Phi').$$

Полная работа равна

$$A = I\Delta\Phi, \tag{7.10}$$

где величина $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ представляет собой изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Итак, *работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле, численно равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.*

Соотношение (7.10) остается справедливым и для случая, когда контур не-

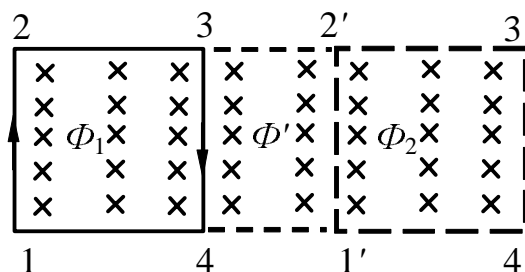


Рис. 6.

подвижен, а изменяется вектор магнитной индукции. Это соотношение справедливо для контуров любой формы.

Лекция 8. Явление электромагнитной индукции

Опыты Фарадея

Майкл Фарадей в 1831 году, быстро вдвигая железный сердечник в катушку, убедился в том, что в цепи возникает ток. Это явление называют *электромагнитной индукцией*, а возникающий ток – *индукционным*.

Анализируя результаты своих опытов, Фарадей сформулировал закон:

ЭДС индукции, возникающая в замкнутом контуре, зависит от скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром.

Русский ученый Ленц установил правило, позволяющее найти направление индукционного тока. Правило Ленца гласит:

Индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать вызывающей его причине.

Закон электромагнитной индукции и его вывод из закона сохранения энергии

Рассмотрим плоский контур с подвижной стороной. Контур подключен к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Батарея создает в этом контуре ток I . Контур помещен в перпендикулярное ему магнитное поле с индукцией B . На подвижную часть контура будет действовать сила F . Дадим возможность подвижной части перемещаться так, что за время dt это перемещение равно dx . Работа силы F будет равна

$$dA = F \cdot dx = I \cdot B \cdot l \cdot dx = I \cdot d\Phi_B.$$

Источником работы, совершаемой над контуром, будет подключенная к нему батарея. Когда подвижная сторона была неподвижной, работа сводилась только к выделению тепла. При её перемещении за время dt совершается механическая работа.

Таким образом, энергия, истраченная батареей за время dt , равна

$$\mathcal{E} Idt = I^2 \cdot R \cdot dt + I \cdot d\Phi_B.$$

Разделив это выражение на $I \cdot R \cdot dt$, получим:

$$I = \frac{\mathcal{E} - d\Phi_B/dt}{R}.$$

Это выражение закона Ома для замкнутой цепи, в которой кроме внешней ЭДС \mathcal{E} возникает дополнительная, индукционная ЭДС, равная

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (8.1)$$

ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур.

Явление самоиндукции

При всяком изменении внешнего магнитного потока, пронизывающего контур, в нем возникает индукционный ток. Магнитный поток возникает и при прохождении тока через этот контур. При изменении тока в этом контуре изменяется и магнитный поток, вследствие чего в контуре индуцируется ЭДС. Это явление называется *самоиндукцией*.

Возьмем соленоид, по которому течет ток I . Внутри соленоида возникнет индукция (7.9), которая пропорциональна току, проходящему через контур. Магнитный же поток пропорционален магнитной индукции: $\Phi_B \sim B$. Следовательно, магнитный поток пропорционален току через контур:

$$\Phi_B = L \cdot I.$$

Коэффициент между током и магнитным потоком называется *индуктивностью* контура или *коэффициентом самоиндукции*. Единицей индуктивности в системе СИ является *генри* (Гн). $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А}$.

Найдем значение ЭДС самоиндукции, возникающей в соленоиде. Пусть соленоид состоит из N витков. Поскольку витки соединяются последовательно, общая ЭДС будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каждом витке в отдельности:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Величину $\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$ называют *потокосцеплением* или *полным магнитным потоком*. Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков, то $\Psi = N\Phi_B$.

Если ток, текущий по соленоиду, состоящему из нескольких витков, начнет изменяться, то потокосцепление так же начнет изменяться, что приведет к возникновению ЭДС индукции. Связь между потокосцеплением и током в этом случае будет иметь вид

$$\Psi = LI.$$

Индуктивность соленоида

Вычислим индуктивность соленоида.

Поток через каждый виток равен $\Phi_B = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом,

$$\Psi = N\Phi_B = nlBS = \mu_0 n^2 lSI.$$

Сопоставление с формулой $\Psi = LI$ дает для индуктивности длинного соленоида выражение

$$L = \mu_0 n^2 lS = \mu_0 n^2 V. \quad (8.2)$$

ЭДС самоиндукции

При изменении тока в катушке начнет изменяться магнитный поток, пронизывающий катушку, и возникнет ЭДС самоиндукции. Найдем ее величину:

$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(L \cdot I)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток противодействует причине, его вызывающей.

Явление взаимной индукции

Рассмотрим два контура, находящихся на небольшом расстоянии. Пусть в первом контуре течет ток силой I_1 . Во втором контуре он создает магнитный поток $\Psi_2 = L_{21}I_1$. Если ток в первом контуре будет изменяться, то во втором контуре будет индуцироваться ЭДС

$$\mathcal{E}_2 = L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Если во втором контуре течет ток, то он создает в первом контуре магнитный поток $\Psi_1 = L_{12}I_2$. При изменении тока I_2 в первом контуре индуцируется ЭДС

$$\mathcal{E}_1 = L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Контур 1 и 2 называются *связанными*, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении тока в другом называется *взаимной индукцией*.

Коэффициенты L_{12} и L_{21} называются *коэффициентами взаимной индукции*. Как показывает расчет, при отсутствии ферромагнетиков в окрестности контуров эти коэффициенты равны друг другу, т.е. $L_{12} = L_{21}$.

Явление магнитной индукции используется, например, в трансформаторах.

Трансформатор

Трансформатор изобретен русским электротехником П.Н. Яблочковым и русским физиком И.Ф. Усагиным в 1876 году.

Трансформатор представляет собой систему, состоящую из двух катушек, насаженных на общий сердечник.

Одна из катушек, называемая первичной, имеющая N_1 витков, присоединена к переменной ЭДС \mathcal{E}_1 . Протекающий по ней переменный ток I_1 создает в сердечнике переменный магнитный поток. Этот поток не выходит из сердечника и пронизывает вторую катушку, содержащую N_2 витков. Изменение потока вызывает появление ЭДС во вторичной катушке. Расчет показывает, что ЭДС во вторичной катушке определяется выражением

$$\mathcal{E}_2 = - \mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1}.$$

Знак минус означает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Отношение N_2/N_1 , показывающее, во сколько раз напряжение во вторичной обмотке отличается от напряжения в первичной, называется *коэффициентом трансформации*.

Энергия системы проводников с током

Рассмотрим цепь, состоящую из соленоида, сопротивления, ключа и источника ЭДС. В цепи соленоида течет ток I . Ток I создает магнитное поле, сцепленное с витками соленоида. Если замкнуть источник внешней ЭДС, одновременно отключив его от цепи, то через сопротивление некоторое время будет течь ток. Этот ток будет поддерживаться за счет ЭДС возникающей на клеммах соленоида. Работа, совершаемая этим источником за время dt , равна

$$dA = \mathcal{E}I \cdot dt = - \frac{d\Psi}{dt} \cdot I \cdot dt = -I \cdot d\Psi. \quad (8.3)$$

Поскольку $\Psi = LI$, то $d\Psi = L \cdot dI$. Подставляя это в (8.3), получим

$$dA = -L \cdot I \cdot dI. \quad (8.4)$$

Проинтегрировав (8.4) от I до нуля, найдем

$$A = - \int_I^0 LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Работа, которую мы нашли, идет на нагревание сопротивления R . Совершенные работы сопровождается исчезновением магнитного поля, которое существовало в пространстве, окружающем соленоид. Следовательно, магнитное поле является носителем энергии, за счет которого и совершилась эта работа. Таким образом, проводник с индуктивностью L , по которой течет ток I , обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}, \quad (8.5)$$

которая локализована в магнитном поле.

Выразим энергию магнитного поля через магнитную индукцию этого поля.

Подставив в (8.5) индуктивность соленоида (8.2) и силу тока I из выражения (7.9), получим $W = B^2V/(2\mu_0)$. Энергия внутри длинного соленоида распределена равномерно, поэтому ее плотность равна

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{BH}{2}.$$

Лекция 9. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле

Предположим, что частица с зарядом q и массой m , двигавшаяся первоначально вдоль оси Y со скоростью v_{0y} , попадает в однородное электрическое поле плоского конденсатора, направленное вдоль оси X (рис. 7).

На заряд, находящийся в электрическом поле, действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$.

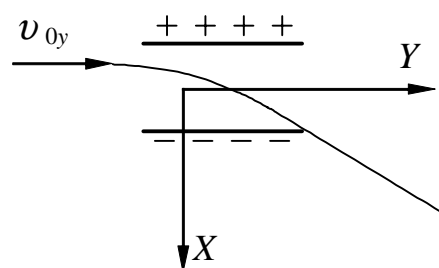


Рис. 7.

В нашем случае $E_z = E_y = 0$, $E_x = E$, поэтому $F_z = F_y = 0$. Следовательно, $a_y = a_z = 0$, и вдоль осей Y и Z скорость не будет изменяться.

Вдоль оси X действует сила qE , которая и создает ускорение a_x : $qE = ma_x$. Отсюда $a_x = qE/m$.

Движение положительно заряженной частицы будет происходить по параболической траектории подобно движению тела в поле силы тяжести.

Сила Лоренца

На проводник с током, помещенным в магнитное поле, действует сила (7.6), величина которой определяется выражением (7.7). Проводник с током отличается от проводника без тока только тем, что в нем движутся электрические заряды. Значит, на движущиеся в магнитном поле заряды действует сила. Вычислим ее.

Если по проводнику длиной l за время t пробегает N частиц, то сила тока

$$I = \frac{N}{t} q,$$

где q – заряд каждой частицы. Стало быть, сила F_1 , действующая на первую частицу, равна

$$F_1 = \frac{1}{N} I B l \sin \alpha = v q B \sin \alpha,$$

где $v = l/t$ – скорость движения зарядов. В векторном виде

$$\vec{F}_1 = q [\vec{v}, \vec{B}].$$

Сила Лоренца равна сумме электрической и магнитной составляющих:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q [\vec{v}, \vec{B}].$$

Движение заряженных частиц в магнитном поле

Пусть заряд влетает в магнитное поле со скоростью v перпендикулярно силовым линиям индукции. Под действием силы $F = q \cdot v \cdot B$ заряд приобретет центростремительное ускорение

$$F = q \cdot v \cdot B = ma_{ц} = \frac{mv^2}{R}. \quad (9.1)$$

Скорость не изменяется по величине, а только по направлению. Заряд будет двигаться по окружности радиуса R , который можно определить из уравнения (9.1):

$$R = \frac{m v}{q B}.$$

Радиус зависит от отношения q/m , которое носит название *удельного заряда частицы*.

Найдем период обращения заряда T . Для этого разделим длину окружности $2\pi R$ на скорость частицы:

$$T = 2\pi \frac{m}{q B}.$$

Период оказался независимым от скорости, он определяется только удельным зарядом и V .

Лекция 10. Магнитное поле в веществе

Гипотеза Ампера

До сих пор мы рассматривали магнитное поле в вакууме. Если проводники с током будут находиться в средах, то поле, создаваемое этими проводниками, будет отличаться от поля в вакууме.

Намагниченность вещества обусловлена магнитными моментами элементарных частиц, входящих в состав вещества, и движением электронов вокруг ядра. Однако задолго до того, как была понята истинная природа магнетизма, возникла гипотеза Ампера.

Она состоит в том, что магнитные свойства веществ обусловлены круговыми токами. Каждый такой ток обладает магнитным моментом и создает магнитное поле в окружающем пространстве. В отсутствие внешнего магнитного поля эти круговые токи ориентированы беспорядочным образом, и обусловленное ими результирующее поле равно нулю. Под действием внешнего поля магнитные моменты круговых токов ориентируются вдоль поля, и вещество намагничивается.

Характеристики магнитного поля в веществе

Сумма магнитных моментов всех круговых токов образуют результирующее поле с индукцией \vec{B}' . Результирующее поле в веществе, помещенном в магнитное поле, будет

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (10.1)$$

где \vec{B}_0 – внешнее поле.

Магнитная восприимчивость

Вектор \vec{B}' собственного магнитного поля вещества можно представить в зависимости от вектора внешнего магнитного поля:

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0. \quad (10.2)$$

Величина χ называется *магнитной восприимчивостью* и является важной характеристикой веществ.

Магнитная проницаемость

С учетом определения (10.2) формула (10.1) примет вид:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0, \quad (10.3)$$

где μ – *магнитная проницаемость вещества*. Таким образом, магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость связаны соотношением

$$\mu = 1 + \chi.$$

Намагниченность вещества

Намагниченность вещества характеризуется магнитным моментом \vec{J} , который определяется следующим образом:

$$\vec{J} = V^{-1} \sum \vec{p}_m,$$

где \vec{p}_m – магнитные моменты круговых токов в выбранном объеме V образца.

Физический смысл намагниченности вещества

Поместим длинный круглый стержень в магнитное поле соленоида (рис. 8). Вектор намагниченности будет направлен вдоль стержня. Плоскости молекулярных токов установятся перпендикулярно линиям вектора \vec{B}_0 .

Изобразим молекулярные токи, лежащие в одной плоскости. В каждой точке внутри стержня смежные молекулярные токи текут в противоположных направлениях, и суммарное магнитное поле, создаваемое ими, будет равно нулю.

Не скомпенсированными токами являются токи, текущие по поверхности тела. Таким образом, суммарное действие молекулярных токов будет таким, какое бы вызвал бы макроскопический ток, текущий по поверхности стержня. Обозначим силу этого тока, приходящегося на единицу длины, через $I_{\text{пов}}$. Очевидно, что наш стержень, обтекаемый током с линейной плотностью $I_{\text{пов}}$, эквивалентен соленоиду, у которого $nI = I_{\text{пов}}$. Внутри такого соленоида индукция поля определяется выражением (7.9). Подставляя $I_{\text{пов}}$ вместо nI , найдем магнитную индукцию, создаваемую током, текущим по поверхности:

$$B' = \mu_0 I_{\text{пов}}. \quad (10.4)$$

Выделим в стержне слой толщиной Δl , перпендикулярный оси стержня. Совместное действие молекулярных токов, заключенных в этом слое, эквивалентно круговому току $I_{\text{пов}} \Delta l$. Этот ток создает магнитный момент

$$\Delta p_M = I_{\text{пов}} S \Delta l = I_{\text{пов}} \Delta V,$$

где S – площадь поперечного сечения стержня. Разделив Δp_M на ΔV , получим вектор намагничивания стержня

$$J = I_{\text{пов}}. \quad (10.5)$$

Таким образом, вектор намагничивания совпадает с линейной плотностью поверхностного тока. С учетом (10.1), (10.4) и (10.5) можно записать

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J} \quad (10.6)$$

(все векторы \vec{B} , \vec{B}_0 и \vec{J} параллельны оси стержня).

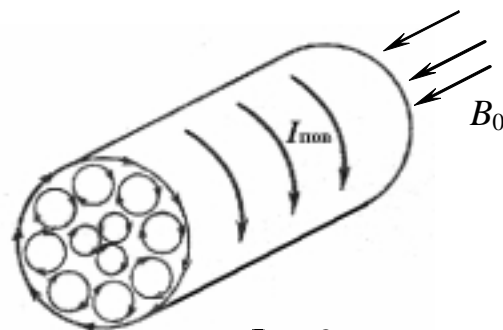


Рис. 8.

Напряженность магнитного поля

Представим последнее выражение в виде

$$\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (10.7)$$

Величина

$$\vec{H} = \vec{B}_0 / \mu_0, \quad (10.8)$$

определяемая внешним магнитным полем, называется *напряженностью* магнитного поля. Эта величина не имеет физического смысла, но является полезной для расчета магнитных полей в веществе. Например, в вакууме напряженность магнитного поля, создаваемая длинным проводником, будет равна $H = I/(2\pi b)$, как это следует из (7.5) и (10.8). Из этой формулы видно, что в СИ напряженность магнитного поля измеряется в А/м.

Физический смысл магнитной проницаемости

Вектор намагничивания связывают не с вектором индукции, а с вектором напряженности магнитного поля. Действительно, из (10.6), (10.8) и (10.3) следует, что $\vec{J} = \chi \vec{H}$.

С учетом этого уравнение (10.7) дает $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$, или $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{(1 + \chi)\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

Виды магнетиков

Мы ввели понятие магнитной восприимчивости χ , которая характеризует восприимчивость единицы объема вещества. Часто в расчетах используют киломолярную (или килоатмную) восприимчивость, которая определяется так:

$$\chi_{\text{км}} = \chi V_{\text{км}}, \quad \text{где } V_{\text{км}} - \text{объем киломоля вещества.}$$

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все вещества подразделяются на три группы:

1. *Диамагнетики*, у которых $\chi_{\text{км}}$ отрицательна и по абсолютной величине равна $\chi_{\text{км}} \cong 10^{-7} \div 10^{-8} \text{ м}^3/\text{кмоль}$.
2. *Парамагнетики*, у которых магнитная восприимчивость положительна и равна $\chi_{\text{км}} \cong 10^{-7} \div 10^{-8} \text{ м}^3/\text{кмоль}$.
3. *Ферромагнетики*, у которых $\chi_{\text{км}}$ положительна и достигает очень больших значений порядка $10^3 \text{ м}^3/\text{кмоль}$. Кроме того, в отличие от диа- и парамагнетиков, для ферромагнетиков восприимчивость зависит от напряженности внешнего поля.

Парамагнетизм

Парамагнетизм вещества обусловлен тем, что магнитные моменты молекул отличны от нуля. Если такое вещество поместить в магнитное поле, то поведение молекул будет определяться двумя факторами:

1. Магнитное поле стремится упорядочить направления магнитных моментов, установив их вдоль направления магнитного поля.
2. Молекулы участвуют в тепловом движении, которое стремится разбросать магнитные моменты по различным направлениям.

В результате действия этих двух факторов устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля.

Диамагнетизм

Диамагнитный эффект, т.е. ослабление внешнего магнитного поля внутри образца, наблюдается у всех без исключения веществ. Однако в случае, когда атомы обладают собственным магнитным моментом (являются парамагнетиками), внешнее поле оказывает ориентирующее действие на магнитные моменты. Возникающий при этом положительный момент бывает значительно больше отрицательного диамагнитного момента.

В магнитном поле частота вращения электронов в атоме отличается от частоты вращения в отсутствие магнитного поля. Это приводит к наведению магнитного момента в атоме, направленного против направления вектора магнитной индукции, и в результате к ослаблению внешнего магнитного поля.

Ферромагнетизм

Существуют вещества, способные намагничиться и сохранять намагниченность в отсутствие внешнего магнитного поля. Они носят название *ферромагнетиков*.

Намагниченность ферромагнетиков зависит от напряженности внешнего магнитного поля сложным образом. Рассмотрим зависимость B от H (рис. 9).

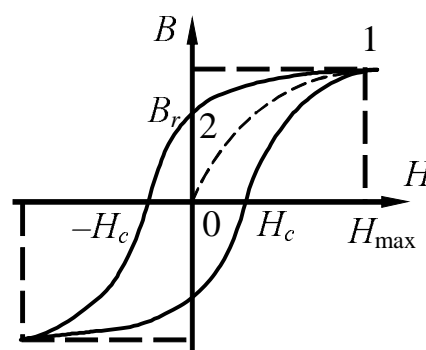


Рис. 9

Поместим ферромагнитный образец в магнитное поле и будем постепенно увеличивать величину напряженности внешнего поля. Эта зависимость имеет нелинейный характер. Уже при полях порядка $H_{\max} \sim 100$ А/м наступает насыщение. Участок 0-1 носит название *основной*, или *нулевой*, *кривой намагничивания*. По достижению насыщения B продолжает расти по линейному закону. После достижения насыщения начнем уменьшать напряженность магнитного поля. Индукция не пойдет по первоначальной кривой 0-1, а пойдет по новому пути 1-2. Когда напряженность внешнего магнитного поля будет равна нулю, намагниченность не исчезнет, а будет равна B_r . Величина B_r называется *остаточной индукцией*. Величина намагниченности J_r при $H = 0$ называется *остаточной намагниченностью*.

Намагниченность J_r обращается в нуль только под действием некоторого внешнего поля H_c , имеющего направление, противоположное тому, которое вызвало намагничивание. Напряженность H_c называется *коэрцитивной силой*.

При действии на ферромагнетик переменного магнитного поля индукция изменяется по кривой, называемой *петлей гистерезиса*.

Лекция 11. Уравнения Максвелла

Вихревое электрическое поле

Изучая поле неподвижных зарядов, мы выяснили, что оно потенциально. Как известно, условием потенциальности является равенство нулю циркуляции вектора напряженности электрического поля (см. стр. 8)

$$\oint_L \vec{E}_q d\vec{l} = 0. \quad (11.1)$$

Силовые линии электростатического поля \vec{E}_q начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных, т.е. имеют начало и конец.

Рассмотрим теперь неподвижный проволочный контур, помещенный в переменное магнитное поле. Из закона Фарадея (8.1) следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к появлению ЭДС, которая вызывает в контуре индукционный ток.

Возникновение индукционного тока говорит о том, что в контуре появились сторонние силы, действующие на носителей зарядов в проводнике. Известно, что сторонние силы – это силы неэлектрического происхождения.

Максвелл высказал гипотезу о том, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое является причиной возникновения индукционного тока в контуре. Контур, в котором появляется ЭДС, играет второстепенную роль. Он позволяет лишь обнаружить это явление.

Обозначим напряженность возникающего поля через \vec{E}_B . Электродвижущая сила равна циркуляции вектора \vec{E}_B по данному контуру L :

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l}.$$

Учитывая, что $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -d\Phi_B/dt$, а $\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S}$, получим:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Поскольку контур и поверхность неподвижны, операции дифференцирования по времени и интегрирования по поверхности можно поменять местами, и мы получаем первое уравнение Максвелла:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (11.2)$$

В связи с тем, что вектор \vec{E}_B зависит от времени и координат, под знаком интеграла мы использовали символ частной производной.

Сравнивая выражение (11.2) с выражением (11.1), мы видим, что между рассматриваемыми полями имеется принципиальное различие: циркуляция вектора \vec{E}_B не равна нулю. Следовательно, электрическое поле \vec{E}_B , возбуждаемое магнитным полем, является *вихревым*. Силовые линии напряженности электри-

ческого поля \vec{E}_B замкнуты.

Таким образом, электрическое поле может быть как потенциальным (\vec{E}_q), так и вихревым (\vec{E}_B). В общем случае электрическое поле есть сумма

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B.$$

Ток смещения

При изучении постоянного тока мы видели, что необходимым условием существования такого тока является замкнутость цепи, т.е. наличие электропроводимости во всех ее точках. Но для переменных токов это требование необязательно. Так, при зарядке конденсатора по проводящей части цепи течет ток проводимости, а в самом конденсаторе меняется электрическое поле. На это обстоятельство впервые обратил внимание Дж. Максвелл. Он ввел понятие *тока смещения*, дополняющего (в непроводящих участках) ток проводимости.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор. Носители заряда, т.е. ток проводимости, движутся по всей цепи, кроме зазора между обкладками конденсатора. Следовательно, линии тока проводимости терпят разрыв на границах обкладок. Носители заряда, движущиеся в проводнике, создают магнитное поле. Однако на обкладках конденсатора упорядоченное движение зарядов обрывается. Возникает вопрос: обрывается ли там магнитное поле, которое всегда связано с токами и является их важнейшим признаком?

В пространстве между обкладками возникает переменное электрическое поле, которое Максвелл назвал *током смещения*.

Максвелл предположил, что линии тока проводимости непрерывно переходят на границе обкладок в линии тока смещения. Мгновенное значение тока проводимости равно

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока проводимости в непосредственной близости от поверхности обкладок определяется выражением

$$j = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt},$$

где S – площадь обкладок, σ – поверхностная плотность свободных зарядов.

Чтобы линии тока смещения имели такую же густоту, как и линии тока проводимости, плотность тока смещения должна быть равна

$$j_{\text{см}} = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (11.3)$$

Выразим $j_{\text{см}}$ через параметры электрического поля, имеющегося в зазоре. Мы знаем, что (см. ур. (5.5) на стр. 15)

$$D = \varepsilon_0 E_0 = \sigma, \quad (11.4)$$

откуда $d\sigma/dt = dD/dt$. Таким образом, величина тока смещения равна $j_{\text{см}} = \partial D / \partial t$ (опять мы используем знак частной производной, предполагая, что D зависит не

только от времени, но и от координат).

Подчеркнем, что термин «ток смещения» является чисто условным. По существу ток смещения – это изменяющееся со временем электрическое поле. Основанием для того, чтобы назвать током величину $\partial D/\partial t$ служит лишь то, что размерность этой величины совпадает с размерностью плотности тока.

Из всех физических свойств Максвелл приписал току смещения лишь одно свойство – способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.

Всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.

При расчетах магнитных полей нужно подставлять в формулу полную плотность тока:

$$\vec{j}_{\text{пол}} = \vec{j} + \vec{j}_{\text{см}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Циркуляция вектора \vec{H} по любому замкнутому контуру должна быть равна току, проходящему через поверхность, ограниченную контуром, и определяется выражением $\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I$ (ср. с ур. (7.8) на стр. 23). Только ток должен складываться из тока проводимости и тока смещения:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{\text{пол}} d\vec{S} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (11.5)$$

Уравнение (11.5) представляет собой второе основное уравнение Максвелла.

Уравнения Максвелла

Сведем воедино все основные законы электродинамики. Обобщение всех опытных данных, рассмотренных нами ранее, приводит к нескольким основным уравнениям.

Первую пару образуют следующие уравнения:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (11.6)$$

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (11.7)$$

Первое уравнение является следствием закона электромагнитной индукции Фарадея (ур. (11.2)). Второе уравнение отражает свойство вектора \vec{B} – его линии замкнуты или уходят в бесконечность, что говорит об отсутствии магнитных зарядов, на которых эти линии могли бы начинаться и заканчиваться (ср. с теоремой Гаусса; ур. (1.4), (1.5) на стр. 6).

Вторую пару образуют уравнения

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (11.8)$$

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho \cdot dV. \quad (11.9)$$

Первое из этих уравнений (оно же (11.5)) устанавливает связь между токами проводимости и смещения и порождаемым ими магнитным полем. Второе (оно же (5.6) на стр. 15) показывает, что линии вектора \vec{D} могут начинаться и оканчиваться на зарядах.

Уравнения (11.6) - (11.9) представляют собой *уравнения Максвелла в интегральной форме*.

Используя теорему Остроградского-Гауса, связывающую поток вектора через замкнутую поверхность с интегралом от дивергенции вектора по объему, ограниченному этой поверхностью, и теорему Стокса, связывающую циркуляцию вектора вдоль замкнутого контура с потоком ротора этого вектора через поверхность, ограниченную этим контуром, можно получить уравнения Максвелла в дифференциальной форме (соответствующие преобразования можно найти в учебных пособиях по физике):

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{B} &\equiv 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{D} &= \rho. \end{aligned} \quad (11.10)$$

Эти уравнения еще не позволяют решать задачи электродинамики. Максвелл ввел три характеристики среды γ , $\epsilon\epsilon_0$, $\mu\mu_0$ и три уравнения (называемые *материальными*), связывающие эти характеристики с векторами электромагнитного поля:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad \vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \vec{B}.$$

С учетом этих уравнений система (11.10) является полной и позволяет описывать все электромагнитные процессы в вакууме и веществе.

Добавив к системе уравнений выражение силы Лоренца, действующей на заряд,

$$F_{\text{Л}} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}],$$

мы охватываем все проявления электромагнитного поля.

Электромагнитная волна

Непосредственной подстановкой можно показать, что одним из решений системы уравнений (11.10) для однородного пространства, не содержащего свободных зарядов ($\rho=0$ и $\vec{j}=0$), является следующая пара функций:

$$\begin{aligned} E_y &= E_{y0} \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) \\ H_z &= H_{z0} \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) \end{aligned} \quad (11.11)$$

Эти функции описывают плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль оси x . Величины E_{y0} и H_{z0} представляют собой амплитуды колеба-

ний электрического и магнитного полей; $\omega = 2\pi\nu$, где ν – частота колебаний полей; k – волновое число, $k = \omega/v$, где v – скорость волны. Введя понятие длины волны, как расстояния, которое волна проходит за период колебаний, $\lambda = vT$, волновое число можно представить в наиболее часто используемом виде $k = 2\pi/\lambda$. Как следует из системы уравнений (11.10), скорость электромагнитной волны определяется диэлектрическими и магнитными свойствами среды, в которой она распространяется: $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8$ м/с является

скоростью электромагнитной волны в вакууме.

Анализ решения системы уравнений Максвелла (11.10) позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, колебания векторов \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и, кроме того, перпендикулярны направлению распространения волны, т.е. электромагнитная волна – поперечна. Во-вторых, фазы колебаний электрического и магнитного полей совпадают. Наконец, амплитуды колебаний полей связаны соотношением: $E\sqrt{\epsilon_0\epsilon} = H\sqrt{\mu_0\mu}$.

Совпадение скоростей распространения в вакууме света и электромагнитных волн позволяет сделать предположение о том, что свет по своей природе может представлять электромагнитные волны. Более подробно волновые свойства света будут рассмотрены в следующем разделе нашего курса, посвященном оптике.

ОПТИКА

Лекция 1. Представления о природе света

Корпускулярная природа света

Гипотезу о том, что свет является потоком частиц, или корпускул, выдвинул Рене Декарт. Эти идеи были развиты Ньютоном, который применил к корпускулам законы механики. Ему удалось объяснить законы отражения и преломления.

В 1666 г. Ньютон, основываясь на законах механики, объяснил явление дисперсии света. Он предположил, что фиолетовые корпускулы обладают меньшей массой, чем красные, распространяются в средах с большей скоростью и сильнее преломляются. В течение XVII века корпускулярная теория света занимала господствующее положение в науке. Впоследствии выяснилось, что это объяснение является ошибочным.

Волновая природа света

Томас Юнг в 1780 году привел ряд доказательств в пользу волновой теории света. Одним из аргументов против корпускулярной теории был следующий: почему скорость света не зависит от интенсивности источника? С точки зрения волновой теории скорость света зависит только от светонесущей среды.

Самым важным вкладом в развитие волновой теории света была разработка Юнгом принципа интерференции. Наиболее серьезным недостатком волновой теории Юнга была ее неспособность объяснить явление поляризации света.

В 1818 году Огюст Френель объяснил явление дифракции с точки зрения волновой теории.

Согласно корпускулярной теории скорость света в среде оптически более плотной должна быть больше, чем в среде оптически менее плотной.

В 1849 году французский ученый Ипполит Физо показал, что скорость света в воде меньше, чем скорость света в вакууме. Этот результат мог расцениваться как окончательное подтверждение волновой теории.

Электромагнитная природа света

В середине XIX века начали обнаруживаться факты, указывающие на связь оптических и электрических явлений.

Исследования Максвелла показали, что должны существовать электромагнитные волны, скорость которых совпадает со скоростью света. На основании своих теоретических исследований Максвелл в 1865 году пришел к выводу, что свет есть электромагнитное явление.

Эти результаты были подтверждены опытами Г.Герца. Свет оказался электромагнитными волнами с длинами волн, лежащими в интервале от 380 нм до 770 нм.

Корпускулярно – волновая природа света

Несмотря на огромные успехи электромагнитной теории света к концу XIX века начали накапливаться факты, которые волновая теория света объяснить не могла. С точки зрения волновой теории не удавалось объяснить явление фотоэффекта, распределение энергии в спектре абсолютно-черного тела. Макс Планк в 1900 г. на новой основе возродил идею Декарта – Ньютона о корпускулярной природе света. Планк высказал гипотезу о том, что свет испускается порциями, которые впоследствии были названы квантами или фотонами. Планку удалось объяснить все закономерности в излучении абсолютно-черного тела.

В 1905 году Альберт Эйнштейн объяснил закономерности фотоэффекта, используя идею о квантах.

Работы Планка и Эйнштейна положили начало развитию квантовой механики, а затем и квантовой теории поля. Длительный путь исследований привел к современным представлениям о природе света. С точки зрения современных представлений свет имеет двойственную корпускулярно-волновую природу.

Лекция 2. Геометрическая оптика

Геометрическая оптика оперирует понятием *светового луча*. Он указывает направление распространения света, но не сами световые пучки.

Основу геометрической оптики составляют четыре закона:

1. **Закон прямолинейного распространения света.** Закон утверждает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон является приближенным. При прохождении света через малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности.
2. **Закон независимости световых лучей.** Лучи при пересечении не возмущают друг друга. Этот закон справедлив при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях достигаемых с помощью мощного лазера, независимость световых лучей перестает соблюдаться.
3. **Закон отражения света.**
4. **Закон преломления света.**

Принцип Гюйгенса

Распространение света представляет собой волновой процесс. Пусть в некоторый момент $t=0$ источник испустил световую волну. Спустя некоторое время t эта волна, распространяясь по всем направлениям, достигла некоторой поверхности. Эта поверхность называется *фронтом волны*. В пространстве между излучателем и фронтом волны выделяются *волновые поверхности*. В точках, лежащих на этих поверхностях, колебания света происходят в одной фазе. Если известна форма и расположение волновой поверхности в некоторый момент времени t , то в следующий момент времени $t = t + \Delta t$ фронт волны может быть найден по принципу Гюйгенса:

Каждая точка среды, до которой доходит световое возбуждение, сама является источником вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент времени.

Законы отражения и преломления

Пусть на границу раздела двух сред падает луч. Угол α между перпендикуляром к границе раздела в точке падения и падающим лучом называется *углом падения*; угол β между перпендикуляром и отраженным лучом – *углом отражения*; угол r между перпендикуляром и преломленным – *углом преломления*.

Закон отражения

Угол отражения равен углу падения: $\alpha = \beta$.

Доказательство.

Пусть на зеркальную поверхность падает плоская волна (рис. 10), т.е. такая волна, волновая поверхность которой имеет вид плоскости. Световые лучи A_1A и B_1B перпендикулярны волновой поверхности. В некоторый момент времени волновая поверхность займет положение AC . Различные участки волновой поверхности достигнут отражающей поверхности не одновременно, т.е. возбуждение колебаний в точке A начнется раньше, чем в B , на время $\tau = CB/v$, где v – скорость распространения волны.

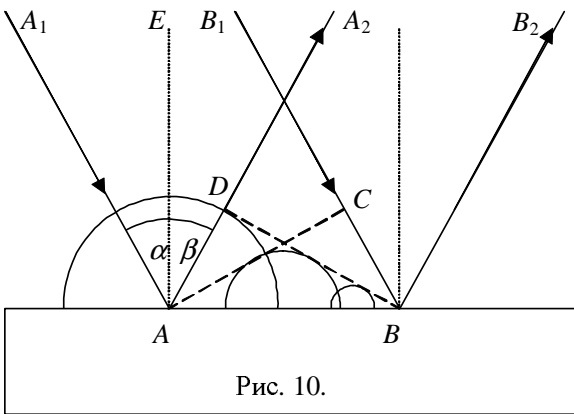


Рис. 10.

В момент, когда волна достигнет точки B и в этой точке начнется возбуждение колебаний, вторичная волна с центром в точке A уже будет представлять полусферу радиусом $AD = CB = \tau v$. Радиусы других вторичных волн изменяются так, как показано на рисунке.

Огибающей вторичных волн является плоскость DB , касательная к сферическим поверхностям. Отраженные лучи AA_2 и BB_2 перпендикулярны волновой поверхности DB .

Угол α между перпендикуляром EA и падающим лучом называется *углом падения*, а угол β между перпендикуляром и отраженным лучом – *углом отражения*.

Треугольники ABD и ABC конгруэнтны, т.к. они прямоугольны, имеют общую гипотенузу и равные катеты $AD = CB$. Стало быть, угол при вершине B треугольника ABD равен углу при вершине A треугольника ABC . Но угол \widehat{ABD} и угол β равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. То же можно сказать об углах \widehat{CAB} и α . Значит, $\alpha = \beta$.

Как вытекает из построения, луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.

Закон преломления

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно показателю преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = n_{21}.$$

Относительный показатель преломления определяется отношением скоростей света в средах, на границе которых происходит преломление, $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$.

Кроме того, луч падающий, преломленный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости, называемой плоскостью падения.

Доказательство.

Пусть на границу раздела двух сред падает плоская волна (рис. 11). Фронт этой волны AC перпендикулярен лучам A_1A и B_1B . Фронт преломленной волны можно получить, проведя огибающую вторичных волн во второй среде, центры которых лежат на границе раздела сред. Поверхности MN вначале достигнет луч A_1A . Если скорость света в первой среде равна v_1 , то луч B_1B достигнет поверхности MN спустя время $\Delta t = CB/v_1$. Поэтому в момент, когда вторичная волна в точке B только начнет возбуждаться, волна в точке A уже будет иметь вид сферы с радиусом $AD = v_2 \cdot \Delta t$, где v_2 – скорость света во второй среде. Фронт DB преломленной волны получим, если проведем прямую, касательную к этой сфере.

Рассмотрим треугольники CAB и ABD . Это прямоугольные треугольники с общей гипотенузой. Углы падения и преломления входят в эти треугольники как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно,

$$BC = v_1 \cdot \Delta t = AB \cdot \sin(i),$$

$$AD = v_2 \cdot \Delta t = AB \cdot \sin(r).$$

Разделив первое уравнение на второе, получим закон преломления

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}, \quad (2.1)$$

где n_{21} – постоянная величина, не зависящая от угла падения.

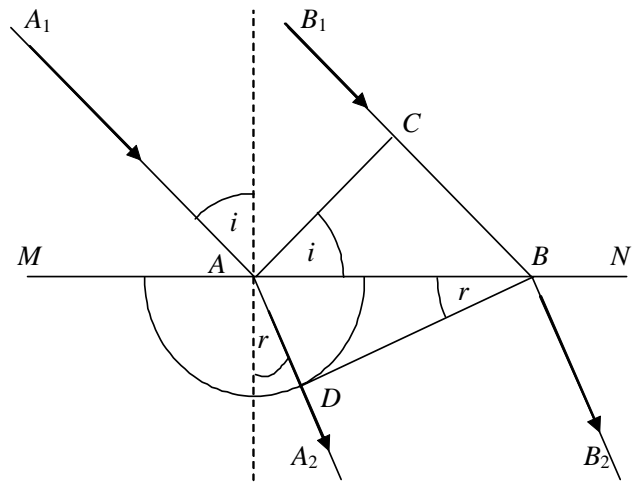


Рис. 11.

Полное внутреннее отражение

Пусть свет распространяется из среды с большим показателем преломления в среду с меньшим показателем преломления. *Среда считается оптически более плотной, если ее показатель преломления больше.* С увеличением угла падения увеличивается и угол преломления. Когда угол падения достигает некоторого предельного значения, определяемого условием $\sin(r) = 1$, преломленный луч будет распространяться вдоль границы раздела. Закон преломления в этом случае примет вид

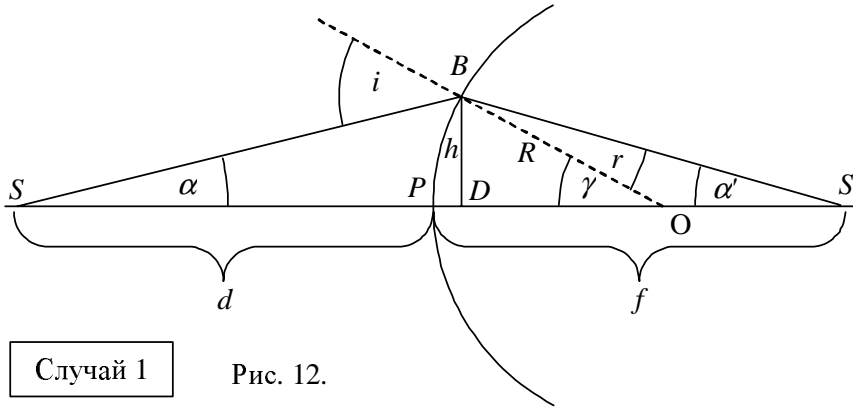
$$\sin(i_{\text{пред}}) = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

При еще большем угле $i > i_{\text{пред}}$ остается только один отраженный луч. Это явление носит название *полного внутреннего отражения*.

Тонкая линза

Преломление на сферической поверхности

Рассмотрим теперь преломление на сферической поверхности радиуса R с центром в точке O . Рассмотрим несколько случаев.



Случай 1

Рис. 12.

Случай 1 (рис. 12)

Пусть точечный источник света находится на расстоянии d от поверхности стекла (показатель преломления которого $n > 1$). Докажем, что различные лучи, выходящие от источника S под малыми углами к прямой SO ,

пересекаются в одной точке. Для этого рассмотрим преломление произвольного луча SB , составляющего с осью малый угол α . Перпендикуляром к поверхности в точке B служит радиус OB , составляющий с осью угол γ . Обозначим через i угол падения, а через r – угол преломления. Преломленный луч пересекает ось в точке S' . Преломленный луч BS' составляет с осью угол α' .

Найдем соотношение между расстояниями $SP = d$, $S'P = f$ и $OP = R$. Учтем, что при малом угле α отрезок PD также мал и им можно пренебречь по сравнению с расстояниями SP , $S'P$ и OP . Тогда $d \approx SD$, $f \approx S'P$, $R \approx OD$. Из треугольников SBD , $S'BD$ и OBD можно получить следующие равенства

$$\operatorname{tg} \alpha \approx h/d, \quad \operatorname{tg} \alpha' \approx h/f \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \gamma \approx h/R.$$

Если угол α мал, то малы и углы γ и α' , и их тангенсы можно заменить значениями самих углов в радианах:

$$\alpha \approx h/d, \quad \alpha' \approx h/f; \quad \gamma \approx h/R. \quad (2.2)$$

Чтобы выяснить, как связаны между собой d , f и R , найдем, как связаны между собой углы α , α' и γ . Угол i является внешним углом треугольника SBO . Поэтому

$$i = \alpha + \gamma.$$

Угол γ – внешний угол треугольника OBS' . Следовательно,

$$\gamma = r + \alpha' \Rightarrow r = \gamma - \alpha'.$$

Т.к. углы малы, то в законе преломления синусы углов можно заменить самими углами: $n = \sin i / \sin r \approx i/r$. Отсюда

$$i \approx r \cdot n. \quad (2.3)$$

Выразим i и r в уравнении (2.3) через приосевые углы:

$$\alpha + \gamma = (\gamma - \alpha')n, \quad \alpha + \alpha'n = \gamma(n - 1). \quad (2.4)$$

Подставляя в (2.4) выражения (2.2) и сделав преобразования, получим:

$$\frac{1}{d} + \frac{n}{f} = (n - 1) \cdot \frac{1}{R}. \quad (2.5)$$

В это соотношение не входит h ; существенно лишь, чтобы h было мало. Это означает, что все приосевые лучи пересекаются в одной точке S' , которая являет-

ся изображением S . Выражение (2.5) называют *нулевым инвариантом Аббе*.

Случай 2 (рис. 13)

Пусть теперь показатель преломления слева от сферической поверхности больше, чем показатель преломления справа от нее.

Рассмотрим, как на поверхности преломляется луч SB , идущий из точки S , которая сама находится в среде с показателем преломления $n > 1$ (луч, таким образом, выходит из этой среды в точке B). Если продолжить преломленный луч влево от точки B , то точка его пересечения с прямой SO дает мнимое изображение S' . Мнимое потому, что реального пересечения лучей там нет. Наблюдателю же справа видимое расстояние f до источника будет казаться меньше, чем реальное d . Найдем, как связаны f и d .

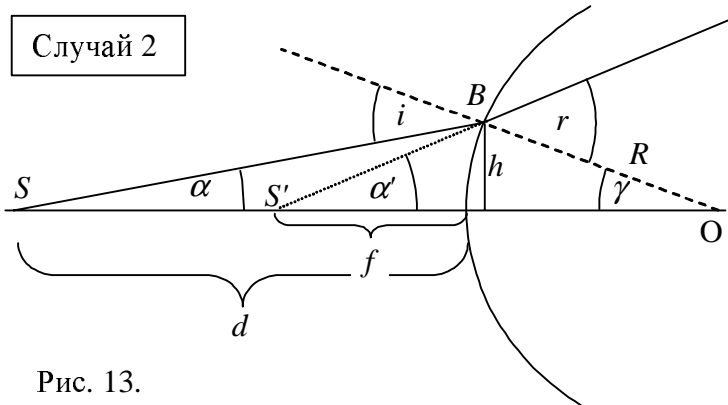


Рис. 13.

$$(1-n)\left(\frac{h}{d} + \frac{h}{R}\right) = \frac{h}{d} - \frac{h}{f}, \quad \text{или} \quad \frac{1}{f} - \frac{n}{d} = \frac{n-1}{R}. \quad (2.8)$$

Случай 3 (рис. 14)

Рассмотрим ту же ситуацию, что и в предыдущем случае, только с источником света S , находящимся справа от поверхности. Продлевая преломленный луч AB вправо, мы снова получаем мнимое изображение S' на расстоянии f от поверхности. При этом снова остаются справедливыми выражения (2.2).

Угол γ является внешним по отношению к треугольникам OBS и OBS' . Значит,

$$\gamma = i + \alpha \quad \text{и} \quad \gamma = r + \alpha',$$

откуда следует, что

$$i = \gamma - \alpha = h/R - h/d, \quad (2.9)$$

$$i - r = \alpha' - \alpha = h/f - h/d. \quad (2.10)$$

По закону преломления $r \approx i/n$, т.е. $i - r = (1 - 1/n)i$. Приравнявая это к (2.10) и подставляя i из (2.9), получим

$$\frac{h}{f} - \frac{h}{d} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{d}\right), \quad \text{или} \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{nd} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\frac{1}{R}. \quad (2.11)$$

Во-первых, формулы (2.2) имеют место и в этом случае. Далее, т.к. угол i – внешний по отношению к треугольнику SBO , то

$$i = \alpha + \gamma \approx h/d + h/R. \quad (2.6)$$

Аналогично, для треугольника $S'BO$

$$r = \gamma + \alpha'.$$

Вычитаем r из i :

$$i - r = \alpha - \alpha' \approx h/d - h/f. \quad (2.7)$$

Но $r \approx ni$, поэтому $i - r = (1 - n)i$, что с учетом (2.6) и (2.7) дает

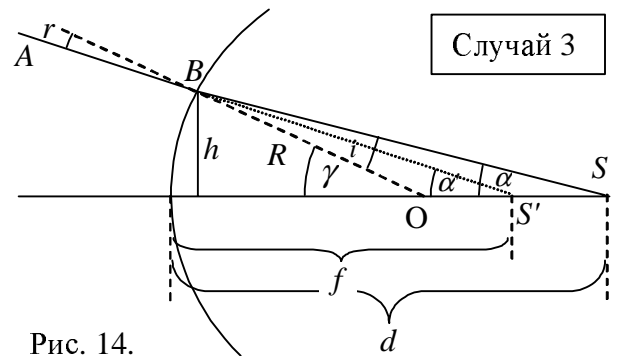


Рис. 14.

Вывод формулы тонкой линзы

Линзами называются прозрачные для данного излучения тела, ограниченные двумя сферическими поверхностями. Одна поверхность может быть плоскостью, т.е. сферой бесконечно большого радиуса.

Ось, проходящая через центры образующих линзу поверхностей, называется *оптической осью*. Линза называется *собирающей*, если она преломляет проходящие через нее лучи в сторону оптической оси, и *рассеивающей*, если она отклоняет лучи от оптической оси.

Собирающая линза

Определим положение изображения по известному положению источника для собирающей линзы, имеющей две выпуклые сферические поверхности (рис.15). Лучи, исходящие от точечного источника S , находящегося на оптической оси, после прохождения через первую поверхность, соберутся в одной точке S_1 на расстоянии f_1 от поверхности. Это расстояние найдем, воспользовавшись формулой (2.5):

$$\frac{1}{d} + \frac{n}{f_1} = (n-1) \cdot \frac{1}{R_1}. \quad (2.12)$$

Пройдя точку S_1 , лучи расходятся, попадая на вторую поверхность. Точка S_1 служит, таким образом, источником, расположенным на расстоянии d_1 от поверхности. Вторая поверхность дает изображение S_2 источника S_1 на расстоянии f от этой поверхности. Положение изображения можно найти по формуле

$$\frac{1}{f} + \frac{n}{d_1} = (n-1) \cdot \frac{1}{R_2}, \quad (2.13)$$

где R_2 – радиус второй сферической поверхности. При выводе формулы (2.13) мы воспользовались принципом обратимости световых лучей.

Сложим уравнения (2.12) и (2.13):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} + n \frac{d_1 + f_1}{d_1 f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2.14)$$

Это выражение справедливо для линзы любой толщины $l = d_1 + f_1$. Рассмотрим случай, когда толщина линзы мала по сравнению с радиусами её кривизны: $l \approx 0$. Такую линзу называют *тонкой*. Стало быть, вторым слагаемым в (2.14) можно пренебречь, и мы получаем *формулу тонкой линзы* (собирающей):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

При удалении источника в бесконечность ($d \rightarrow \infty$) изображение окажется в точке, расстояние до которой определится выражением

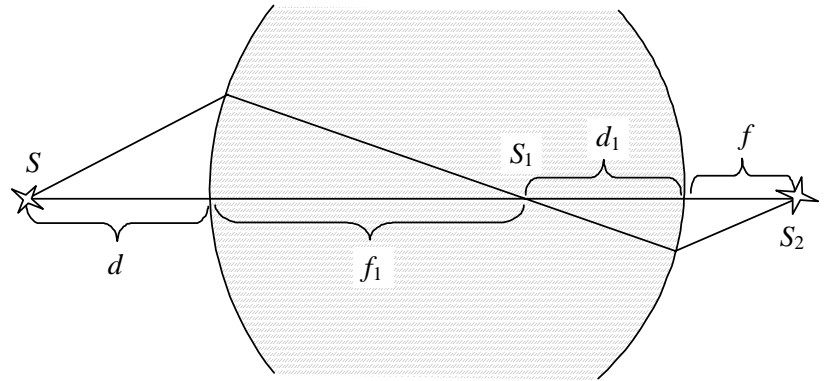


Рис.15.

$$\frac{1}{F} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2.15)$$

Эту точку называют *фокусом* линзы. Расстояние от линзы до фокуса F называют *фокусным расстоянием*.

Величину $D = 1/F$, обратную фокусному расстоянию, называют *оптической силой* линзы и измеряют в *диоптриях* (дптр). Оптической силой в 1 дптр обладает линза с фокусным расстоянием в 1 м.

Через фокусное расстояние формулу тонкой линзы можно записать так:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Рассеивающая линза (рис.16)

Расстояние S_1A между мнимым изображением S_1 источника света S и первой сферической поверхностью радиуса R_1 определяется из формулы (2.11):

$$\frac{1}{S_1A} - \frac{1}{nd} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{R_1}. \quad (2.16)$$

Рассматривая S_1 в качестве нового источника, его мнимое изображение S_2 находится из (2.8):

$$\frac{1}{f} - \frac{n}{S_1A + AB} = \frac{n-1}{R_2}. \quad (2.17)$$

Умножая уравнение (2.16) на n , складывая с (2.17) и учитывая условие тонкой линзы $AB \rightarrow 0$, получим формулу тонкой рассеивающей линзы:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

При удалении источника в бесконечность ($d \rightarrow \infty$) мнимое изображение окажется в фокусе, расстояние F до которого удовлетворяет уравнению (2.15).

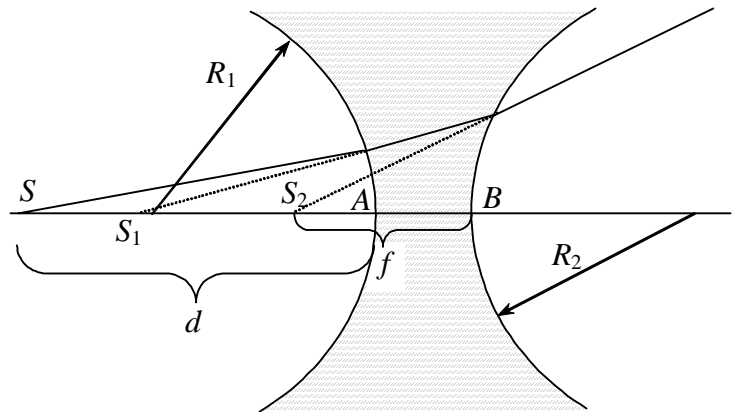


Рис.16.

Лекция 3. Фотометрия

Раздел оптики, изучающий методы и приемы измерения лучистой энергии, называется *фотометрией*.

Вводятся две системы единиц измерения фотометрических величин: *энергетические* и *визуальные*.

В системе энергетических единиц свет оценивается с помощью приборов по объективным характеристикам. В системе визуальных единиц световые характеристики оцениваются по субъективному ощущению глаз.

В фотометрии важную роль играет понятие *телесного угла*.

За единицу телесного угла – *стерадиан* (стер) – принят угол, опирающийся на участок поверхности сферы, площадь которого равна квадрату ее радиуса. Соответственно, телесный угол, охватывающий поверхность ΔS , равен

$$\Delta\omega = \frac{\Delta S}{R^2}.$$

Энергетические единицы

Световой поток (лучистый поток)

Основной энергетической единицей является *лучистый поток* Φ , который характеризует энергию, проходящую через данную поверхность в единицу времени. В системе СИ лучистый поток измеряется в ваттах (Вт).

Сила света (сила излучения)

Рассмотрим точечный источник S и выделим телесный угол $d\omega$ с вершиной в точке S . Обозначим лучистый поток, создаваемый источником S в телесном угле $d\omega$, через $d\Phi$. Отношение

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$$

называется *силой света*. Единицей силы света в СИ является Вт/стер.

Если поток, испускаемый точечным источником, равномерный во всех направлениях, то $I = \Phi/4\pi$ или $\Phi = 4\pi I$. Величина Φ является постоянной для данного источника и не может быть увеличена с помощью оптических приборов.

Яркость (лучистость)

Протяженный источник в общем случае создает различную интенсивность света в различных направлениях. В некотором данном направлении он характеризуется лучистостью (яркостью) B_φ .

Рассмотрим на поверхности протяженного источника около точки N малую площадку dS с нормалью \vec{n} в этой точке (рис.17).

Проекция dS на плоскость L , перпендикулярную к направлению наблюдения NM , будет равна $dS_\varphi = dS \cdot \cos \varphi$. Величину dS_φ называют *видимой поверхностью* в данном направлении. Рассматривая светящуюся площадку как точечный источник, можно определить ее силу dI_φ в данном направлении. Величина

$$B_\varphi = \frac{dI_\varphi}{dS_\varphi}$$

называется *лучистостью* в данном направлении.

Она численно равна силе света в данном направлении, создаваемой единицей видимой поверхности, и измеряется в Вт/(м²стер).

Некоторые источники имеют одинаковую яркость в разных направлениях, т.е. не зависят от направления наблюдателя $B_\varphi = B = const$. Отсюда следует, что

$$dI_\varphi = B \cdot dS \cdot \cos \varphi = dI_0 \cos \varphi, \quad (3.1)$$

т.е. сила света такого источника пропорциональна косинусу угла с нормалью и максимальна в направлении нормали.

Соотношение (3.1) носит название *закона Ламберта*.

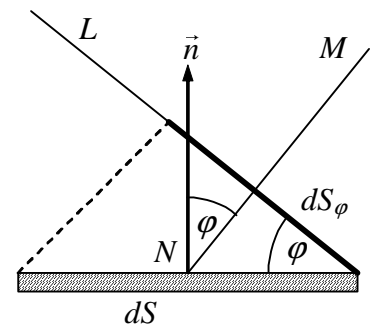


Рис.17.

Плотность излучения (интегральная излучательная способность) R

Светящаяся поверхность **испускает** лучистый поток по всем направлениям в телесном угле 2π (это половина полного телесного угла, т.к. поверхность испускает свет в полупространство над собой). Лучистый поток, испускаемый с единицы поверхности по всем направлениям, $R = d\Phi/dS$, характеризует *интегральную плотность* источника и измеряется в Вт/м². Для источников, подчиняющихся закону Ламберта (косинусных источников),

$$R = \pi B.$$

Освещенность (облученность) E

Эта величина характеризует интенсивность световой энергии, **падающей** на освещаемую поверхность:

$$E = d\Phi/dS.$$

Освещенность численно равна потоку, падающему на единицу поверхности и измеряется в Вт/м².

Основной закон освещенности

Пусть произвольно ориентированная в пространстве площадка dS освещается точечным источником (рис.18). Тогда источник «видит» эту площадку под телесным углом

$$d\omega = dS_{\perp}/r^2 = \frac{dS \cdot \cos\alpha}{r^2},$$

где r – расстояние от источника до площадки; α – угол между направлением лучей и нормалью \vec{n} к площадке; $d\omega$ – телесный угол. Освещенность этой поверхности

$$E = d\Phi/dS = Id\omega/dS = \frac{I \cdot dS \cdot \cos\alpha}{dS \cdot r^2} = \frac{I \cos\alpha}{r^2}. \quad (3.2)$$

Эта формула выражает закон освещенности.

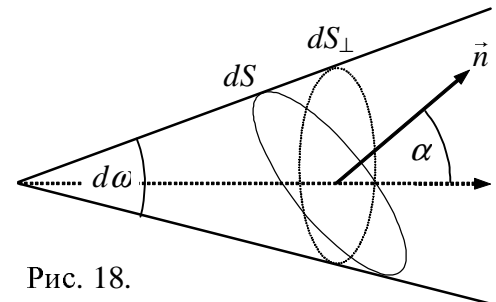


Рис. 18.

Визуальные единицы

Иногда при светотехнических измерениях в качестве приемника света используют глаз. Глаз, как измерительный прибор, обладает некоторыми особенностями. Субъективная оценка по зрительному восприятию отличается от энергетической оценки.

Глаз является *селективным приемником*. К таким приемникам относятся фотопластинки, фотоэлементы. Реакция таких приемников на свет зависит как от энергии, переносимой светом, так и его спектрального состава. Каждый такой приемник характеризуется своей чувствительностью к различным участкам спектра. Глаз также имеет кривую чувствительности. Максимум чувствительности глаза приходится на зеленый участок спектра.

Единица силы света

В системе СИ основной визуальной единицей силы света является *кандела* (кд) или *свеча*. Сила света в системе визуальных единиц также обозначается буквой I . Разработан государственный эталон канделы. Основное требование к эта-

лону света, как и к любому другому эталону, его стабильность. В качестве источника света используется платиновый стержень определенного сечения, который нагревают до температуры плавления. Раскаленный конец этого стержня дает примерно столько же света, сколько и обычная стеариновая свеча.

Электрическая лампа накаливания мощностью 100 Вт дает примерно столько же света, как 100 стеариновых свечей.

Единица светового потока

За единицу светового потока принят люмен.

Люмен (лм) – это световой поток, создаваемый точечным источником в 1 кд в единице телесного угла:

$$d\Phi = Id\omega.$$

Освещенность

Единицей освещенности в системе СИ является люкс (лк): световой поток в 1 лм, падающий нормально на поверхность 1 м^2 , создает освещенность в 1 люкс:

$$E = d\Phi/dS.$$

Основной закон освещенности в системе визуальных единиц имеет вид (3.2).

Яркость

За единицу яркости в СИ принят нит (нт) Поверхность площадью в 1 м^2 и имеющая яркость 1 нт дает в направлении нормали одну международную свечу:

$$B = \frac{dI}{dS}.$$

Лекция 4. Интерференция света

Условия возникновения интерференции

Свет представляет собой волновой процесс. Пусть в некоторой точке A экрана в некоторый момент времени встречаются две волны (рис.19), в которых колебания электрического поля происходят вдоль одной линии ($\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$) с одинаковой угловой частотой ω , начальными фазами α_1 и α_2 и амплитудами E_{01} и E_{02} :

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Согласно принципу суперпозиции, напряженность поля, создаваемого в данной точке пространства двумя источниками света, равна векторной сумме напряженностей: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Или, т.к. $\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$,

$$E = E_1 + E_2 = E_{01} \cos(\omega t + \alpha_1) + E_{02} \cos(\omega t + \alpha_2) = E_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (4.1)$$

Здесь E_0 – амплитуда напряженности результирующего колебания; ω и α – соответственно его угловая частота и фаза. Найдем значения E_0 и α .

Воспользовавшись тригонометрической формулой $\cos(x+y) = \cos x \cos y -$

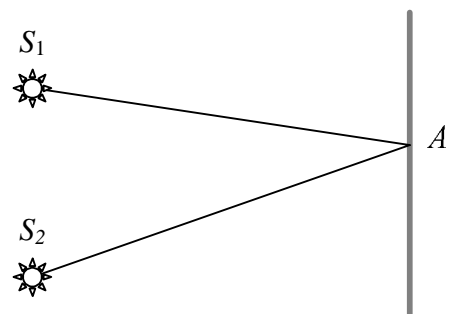


Рис.19.

$\sin x \sin y$, получим

$$\begin{aligned} & E_{01} \cos(\omega t + \alpha_1) + E_{02} \cos(\omega t + \alpha_2) = \\ & = \cos \omega t \cdot (E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2) - \sin \omega t \cdot (E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Сумму квадратов выражений в скобках в правой части обозначим через E_0^2 :

$$\begin{aligned} E_0^2 &= (E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2)^2 + (E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2)^2 = \\ &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_1 - \alpha_2), \end{aligned} \quad (4.3)$$

а угол α выберем так, чтобы

$$\cos \alpha = (E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2) / E_0,$$

$$\sin \alpha = (E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2) / E_0,$$

иначе говоря,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2}{E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2}.$$

Тогда правая часть выражения (4.2) принимает вид $E_0(\cos \omega t \cdot \cos \alpha - \sin \omega t \cdot \sin \alpha)$, который после преобразования совпадает с правой частью (4.1).

Так как интенсивность света прямо пропорциональна квадрату амплитуды $I \propto E_0^2$, то на основании (4.3) можно записать:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (4.4)$$

где I_1 и I_2 – интенсивности складываемых колебаний ($I_{1,2} \propto E_{1,2}^2$); I – значение результирующей интенсивности. Последнее слагаемое формулы (4.4) носит название *интерференционного члена*.

Если разность фаз гармонических колебаний одинаковой частоты остается постоянной во времени, то возникающие волны и их источники называются *когерентными*. При наложении когерентных световых волн происходит не простое суммирование интенсивностей, а перераспределение светового потока в пространстве. В одних местах возникает максимум, а в других минимум интенсивности света. Это явление называется *интерференцией волн*.

При разности фаз $\alpha_2 - \alpha_1 = (2m + 1) \cdot \pi$ волны максимально *ослабляют* друг друга, а при разности $\alpha_2 - \alpha_1 = 2m \cdot \pi$ волны максимально *усиливают* друг друга. Т.е. при $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}$ наблюдается явление интерференции.

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Пусть волны от двух когерентных источников S_1 и S_2 , находящихся на расстоянии d друг от друга, приходят в точку P (рис.20). Уравнения колебаний в точках S_1 и S_2 имеют вид

$$\begin{aligned} E_{S_1} &= E_{01} \cos \omega t, \\ E_{S_2} &= E_{02} \cos \omega t. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Скорость световой волны c . Свет от источников S_1 и S_2 придет в точку P за

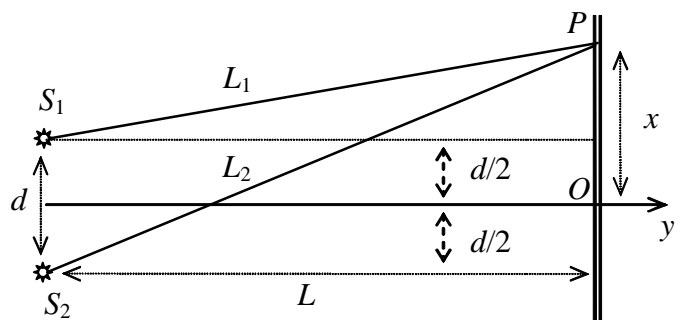


Рис.20.

разное время: от источника S_1 за время L_1/c , а от источника S_2 за время L_2/c .

Уравнения колебаний напряженностей электрического поля в точке P будут иметь вид:

$$E_{P1} = E_{01} \cos \omega(t - L_1/c), \quad E_{P2} = E_{02} \cos \omega(t - L_2/c).$$

Разность фаз колебаний равна

$$\Delta\varphi = \frac{\omega(L_1 - L_2)}{c} = \frac{2\pi}{T} \frac{L_1 - L_2}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} (L_1 - L_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta.$$

Величина $\delta = L_1 - L_2$ называется *оптической разностью хода*.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн, то разность фаз кратна 2π . В этом случае волны придут в точку наблюдения в одинаковой фазе и сложатся. Условие $\delta = k\lambda$ есть условие интерференционного максимума.

Если оптическая разность хода δ равна нечетному числу половин длин волн, то колебания в точку P придут в противофазе. Условие $\delta = (2k+1)\lambda/2$ есть условие интерференционного минимума.

Область, в которой перекрываются волны от источников S_1 и S_2 , называется *полем интерференции*. В этой области световые волны усиливают или гасят друг друга, а на экране наблюдается чередование светлых и темных полос. Вычислим расстояние между светлыми полосами.

Положение точки на экране будем характеризовать координатой x , отсчитываемой в направлении, перпендикулярном оси y . Начало отсчета выберем в точке O , относительно которой S_1 и S_2 расположены симметрично. Пусть источники испускают волны в одинаковой фазе согласно (4.5). Найдем разность хода между этими волнами в точке с координатой x .

Из рисунка видно, что

$$L_2^2 = L^2 + (x + d/2)^2, \quad L_1^2 = L^2 + (x - d/2)^2.$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$L_2^2 - L_1^2 = (L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = 2xd.$$

Если расстояние d между источниками много меньше L , то $L_2 + L_1 \approx 2L$, а $\delta = L_2 - L_1$. Следовательно, оптическая разность хода будет равна $\delta = xd/L$.

Если оптическая разность хода кратна длине световой волны, то на экране будет максимум. Найдем координаты максимумов.

$$k\lambda = \frac{xd}{L} \Rightarrow x_k^{\max} = \frac{k\lambda L}{d}.$$

Расстояние между интерференционными полосами $\Delta x = x_{k+1}^{\max} - x_k^{\max} = \lambda L/d$.

Лекция 5. Дифракция света

Огибание световыми волнами границ непрозрачных тел, с образованием интерференционного перераспределения энергии по различным направлениям называется *дифракцией* волн.

Основные дифракционные явления можно объяснить с помощью двух принципов: принципа Гюйгенса (см. стр. 40) и закона *интерференции*, согласно которому все точки фронта волны колеблются в одинаковой фазе и представляют совокупность когерентных источников. Распространяясь вперед, волны от когерентных источников интерферируют между собой.

Метод зон Френеля

Когерентных источников на фронте волны бесчисленное множество. Чтобы найти эффект воздействия этих источников в некоторой точке, необходимо применить интегрирование. Для упрощения этого расчета Френелем предложен простой метод сложения волн. Сущность его сводится к следующему:

Фронт волны разделяется на зоны таким образом, чтобы волны от двух соседних зон приходили в точку наблюдения в противофазе, т.е. ослабляли в ней друг друга.

Различают два случая дифракции:

1. Если лучи, идущие на препятствие, параллельны друг другу, то говорят о дифракции Фраунгофера, или дифракции в параллельных лучах.
2. Если лучи, падающие на препятствие, не параллельны, то говорят о дифракции Френеля.

Дифракция Френеля.

Пусть точечный источник S испустил сферическую волну. В некоторый момент времени фронт этой волны занимает положение Φ (рис.21). Рассмотрим произвольную точку M перед фронтом и соединим ее прямой линией с источником S . Поставим на пути света сколь угодно малый экран E . Если бы свет распространялся прямолинейно, то в точке M была бы полная темнота. Благодаря волновой природе света, в точку наблюдения M приходят волны не только от P , но и от всех остальных точек фронта Φ , но с разными фазами.

Для расчета результата действия когерентных источников всего фронта Φ Френель предложил провести ряд сфер с центрами в точке M и радиусами, соответственно равными

$$MN_1 = MP + \lambda/2,$$

$$MN_2 = MN_1 + \lambda/2 = MP + 2 \cdot \lambda/2,$$

$$MN_3 = MN_2 + \lambda/2 = MP + 3 \cdot \lambda/2,$$

...

Тем самым фронт волны разбивается на ряд кольцевых зон. Волны, приходящие в точку M от каждой последующей зоны, сдвинуты по фазе на π от точек предыдущей зоны, т.е. приходят в M в противоположных фазах. Их амплитуды при интерференции вычитаются.

Обозначим величины амплитуд волн, приходящих в точку M , через $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$

Из-за различия в расстояниях от зон до точки наблюдения и углах, под которыми видны эти площадки из M , значения этих амплитуд монотонно убывают: $A_0 > A_1 > A_2 > A_3 > A_4, \dots$

Френель предположил, что амплитуда волны, приходящей от k -ой зоны, равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:

$$A_k = (A_{k-1} + A_{k+1})/2. \quad (5.1)$$

Полная амплитуда волны, приходящая в M , равна сумме амплитуд, прихо-

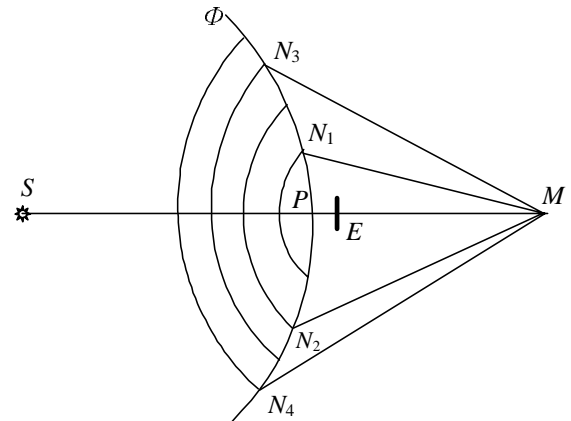


Рис. 21.

дящих от зон. При этом амплитуды от всех нечетных зон возьмем со знаком «минус», а четных – со знаком «плюс». Следовательно

$$A = A_0 - A_1 + A_2 - A_3 + A_4 - A_5 + \dots$$

Это соотношение можно представить в виде

$$A = A_0/2 + (A_0/2 - A_1 + A_2/2) + (A_2/2 - A_3 + A_4/2) + \dots$$

Согласно (5.1), суммарная амплитуда от воздействия всего фронта Φ в точке M равна $A = A_0/2$, т.е. эквивалентна половине воздействия от нулевой зоны Френеля.

Не следует думать, что свет в точку M приходит только от половины нулевой зоны. Если на пути света поставить экран, закрывающий нулевую зону Френеля, то, проведя те же рассуждения, что и ранее, мы найдем, что суммарная амплитуда приходящей волны будет $A = A_1/2$.

Интенсивность света в точке M заметно уменьшится, если экран перекроет большое число зон. И лишь в этом случае будет справедливым положение геометрической оптики – *препятствие даёт тень*.

Если сделать зонный экран, состоящий из ряда колец, закрывающий все нечетные зоны, то суммарная амплитуда в точке M будет

$$A = A_0 + A_2 + A_4 + A_6 + \dots,$$

т.е. амплитуда при таком экране оказывается больше, чем при отсутствии всякого экрана.

Пренебрегать дифракционными явлениями и рассматривать свет распространяющимся вдоль прямолинейных лучей, исходящих от источника, допустимо лишь в том случае, если размеры экрана велики по сравнению с размерами зон Френеля.

Дифракция Фраунгофера

Дифракция Фраунгофера возникает, когда на препятствие падают параллельные пучки света. Очень часто это явление используется для разложения излучения сложного спектрального состава в спектр.

Дифракция от одной щели

Пусть на длинную щель шириной a падает плоская волна (рис.22). Плоскость фронта волны параллельна плоскости щели. Когда фронт дойдет до щели и займет положение AB , то все его точки станут новыми источниками волн, распространяющими свет во все стороны от щели. Рассмотрим лучи, идущие под углом φ к первоначальному направлению. После прохождения через линзу L эти лучи соберутся в одной точке в фокальной плоскости линзы. Поставив в эту плоскость экран E , можно на нем наблюдать результат интерференции волн, распространяющихся под разными углами.

Для расчета результата интерференции разобьем фронт волны на зоны Френеля. Опустим из точки B перпендикуляр BC на луч, идущий от точки A . Разделим AC на отрезки длиной $\lambda/2$. На AC уложится $n = a \sin \varphi \cdot 2/\lambda$ таких отрезков. Проведя из концов этих отрезков линии, параллельные BC , до встречи с AB , мы разобьем щель на n полосок одинаковой ширины. Эти полоски и являются зонами Френеля. Волны от полосок, находящихся рядом, идут в точку наблюдения с

разностью хода $\lambda/2$ и поэтому гасят друг друга. Если в некотором направлении число зон окажется четным, то на экране будет минимум освещенности. Условие минимума определится из условия

$$a \cdot \sin \varphi_{\text{мин}} = 2k \cdot \lambda/2 = k\lambda.$$

В промежутках между минимумами будут максимумы, направление на которые определится из условия

$$a \cdot \sin \varphi_{\text{макс}} = (2k + 1)\lambda/2.$$

Центральный, наиболее яркий максимум будет расположен против центра щели. По обе его стороны интенсивность света вначале будет спадать до первого минимума, а затем возрастать до следующего максимума и т.д.

Если щель узкая ($a < \lambda/2$), то вся поверхность щели будет одной зоной при всех углах. Условие минимума станет выполнить невозможно, и свет достигнет всех точек экрана.

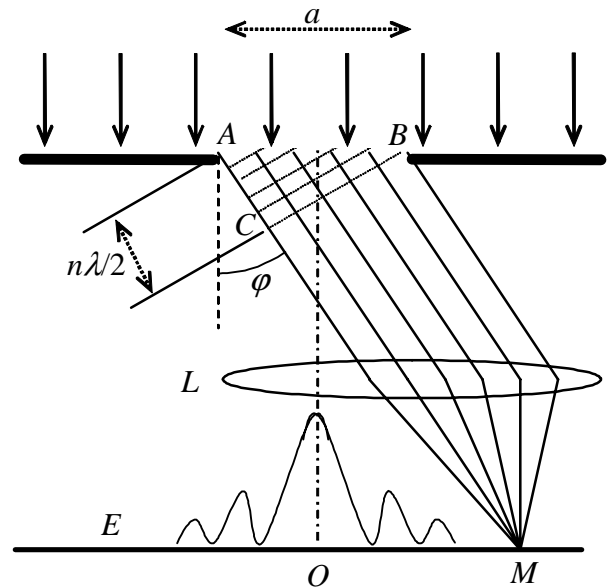


Рис. 22.

Дифракционная решетка

Для разделения цветов применяют дифракционные решетки.

Дифракционная решетка представляет собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a , разделенных непрозрачными промежутками шириной b . Сумма $a + b = d$ называется *периодом решетки*.

Пусть плоская монохроматическая волна падает на решетку (рис.23). Каждая щель дает на экране дифракционную картину, т.е. посылает свет по всем направлениям. На центральной линии экрана все N лучей сходятся в одинаковой фазе, их амплитуды складываются, и интенсивность центральной полосы будет в N^2 раз больше, чем для одной щели.

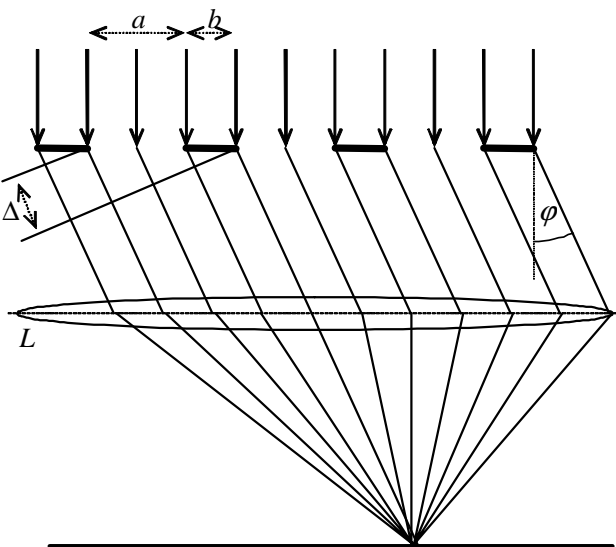


Рис. 23.

Рассмотрим две соседние щели. Лучи, идущие от двух соответственных точек в направлении φ , имеют одну и ту же разность хода $\Delta = d \cdot \sin \varphi$. Резкое возрастание амплитуды будет по тем направлениям, для которых разность хода кратна целому числу длин волн:

$$d \cdot \sin \varphi = k\lambda, \text{ где } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Это условие определяет положение главных максимумов дифракционной решетки. Интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности, даваемой одной щелью. Между главными максимумами располагаются побочные, которые имеют гораздо меньшую интенсивность.

Лекция 6. Поляризация света

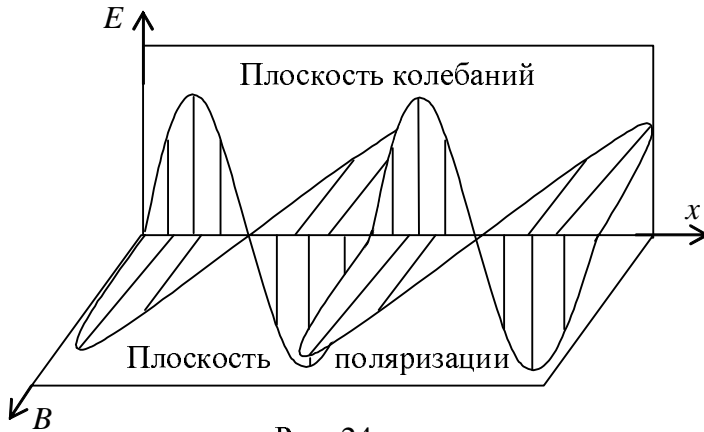


Рис. 24.

Пусть монохроматическая волна распространяется вдоль оси x (рис.24). Рассмотрим состояние векторов в некоторый момент времени. Векторы электрического и магнитного полей колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях. В точках, где один вектор достигает максимального значения, другой также имеет максимальное значение.

Плоскость, в которой происходит колебание вектора напряженности электрического поля, называется *плоскостью колебаний*. Перпендикулярная к ней плоскость, в которой колеблется вектор напряженности магнитного поля, называется *плоскостью поляризации*. Луч, изображенный на рисунке называется *плоско поляризованным*. При распространении такого луча плоскость колебаний вектора не меняется. Однако луч может быть поляризован по эллипсу или кругу. В этом случае концы векторов электромагнитного поля будут вращаться в пространстве.

Естественный свет, т.е. свет, испущенный естественным источником, не поляризован. Векторы \vec{E} и \vec{H} в каждой точке непрерывно и хаотически изменяют свое направление. Любая неполяризованная световая волна может быть представлена в виде суммы двух волн со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации.

Двойное лучепреломление

Исторически первым было получение поляризованного света с помощью исландского шпата CaCO_3 . Рассматриваемые сквозь него предметы удваиваются.

Исландский шпат является оптически анизотропным кристаллом. Особенностью таких кристаллов является то, что световые лучи с разными плоскостями поляризации имеют разные скорости внутри кристалла и, следовательно, разные коэффициенты преломления.

Так, пусть на кристалл падает неполяризованный луч (рис.25). Две его составляющие с горизонтальной и с вертикальной поляризацией распространяются внутри кристалла с разными скоростями и имеют разные углы преломления. Поэтому первоначальный луч разделится на два.

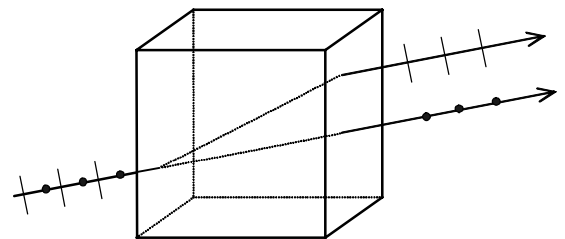


Рис. 25.

Закон Малюса

Поляризовать свет можно с помощью веществ, у которых коэффициент поглощения зависит от поляризации падающего на него света. К таким веществам

относятся турмалин и герпатит (сернокислый йод-хинин).

Пусть на пластинку из турмалина или герпатита падает естественный свет (рис.26). Свет, выходящий из пластинки, будет поляризован, поэтому эта пластинка называется *поляризатором*. Будем изображать его в виде пластинки со штриховкой. Поляризатор максимально пропускает лучи, плоскость колебаний электрического вектора которых параллельна штриховке.

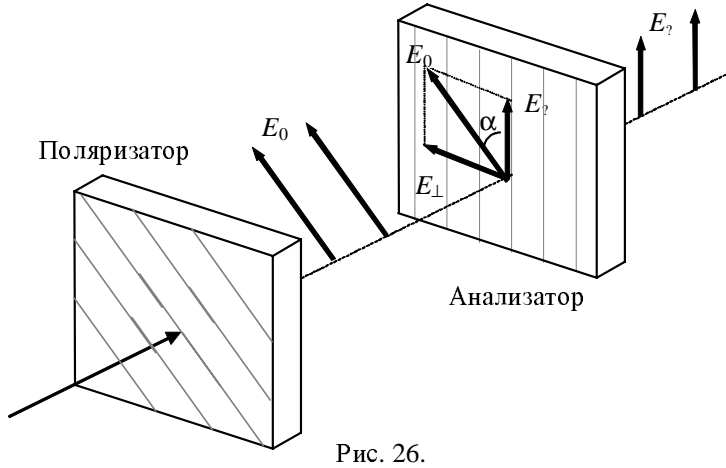


Рис. 26.

Поставим на пути света еще одну такую же пластинку, называемую в этом положении *анализатором*. Если плоскости пропускания поляризатора и анализатора параллельны, то свет при прохождении через анализатор почти не теряет своей интенсивности. Если же плоскости поляризатора и анализатора перпендикулярны друг другу, то свет не пройдет через анализатор. В промежуточных случаях интенсив-

ность света, прошедшего через систему, зависит от угла между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора.

Обозначим амплитуду электрического вектора, прошедшего через поляризатор, через E_0 . Плоскость пропускания анализатора повернута относительно плоскости поляризатора на угол α . Разложим вектор \vec{E}_0 на две составляющие: параллельно плоскости анализатора и перпендикулярно к ней. Составляющая, параллельная плоскости анализатора, пройдет через него, а перпендикулярная погасится. Из рисунка видно, что

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \alpha.$$

Отношение интенсивностей пропорционально отношению квадратов амплитуд:

$$I/I_0 = E_{\parallel}^2/E_0^2 = \cos^2 \alpha \quad \text{и, следовательно}$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Это выражение называется *законом Малюса*.

Поляризация при рассеянии света

Рассмотрим осциллирующий диполь \vec{p} , параллельный оси z (рис.27). Он будет излучать электромагнитные волны по всем направлениям. При этом вектора электрической

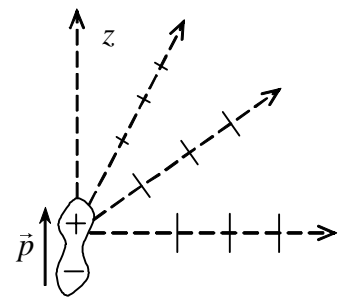


Рис. 27.

напряженности \vec{E} этих волн будут 1) пропорциональны видимой с данного направления амплитуде колебаний диполя; 2) лежать в той же плоскости, что и вектор дипольного момента (при том, что вектора \vec{E} всегда перпендикулярны световому лучу).

Пусть, например, неполяризованный луч падает на пылинку в направлении оси y (рис.28). Под действием электромагнитного поля электрические заряды молекул

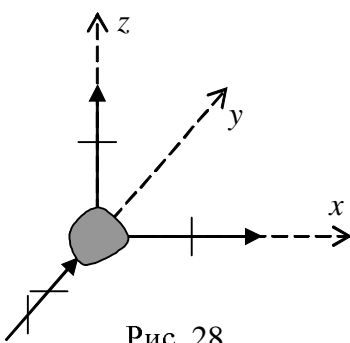


Рис. 28.

пылинки придут в колебательное движение и начнут излучать вторичные волны. Т.к. электрическое поле падающей световой волны параллельно плоскости xz , то ясно, что и заряды будут раскачиваться в этой же плоскости. Стало быть, лучи, рассеянные вдоль y , не будут поляризованы, а в направлениях x и y – будут.

Поляризация при отражении и преломлении

Поляризация возникает при отражении и преломлении света. Это происходит потому, что условия отражения и преломления различны для волн с различной поляризацией.

Поляризация отраженного луча будет полной, если угол между отраженным и преломленным лучом составляет 90° :

$$i + r = 90^\circ. \quad (6.1)$$

Подставляя это соотношение в закон преломления (2.1), получим

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\sin(90^\circ - i)} = \operatorname{tg} i. \quad (6.2)$$

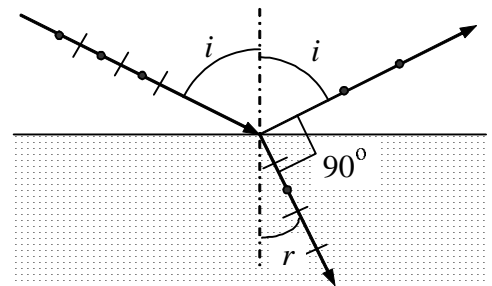


Рис. 29.

Угол падения i , удовлетворяющий условию (6.1), называется *углом Брюстера* (рис.29). Уравнение (6.2) выражает *закон Брюстера*. Если луч падает под углом Брюстера к поверхности, то отраженный луч будет полностью поляризованным.

Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. К таким веществам относятся кварц, киноварь, скипидар, никотин, раствор сахара или винной кислоты в воде. Особенность этих веществ состоит в том, что их молекулы могут существовать по взаиморасположению атомов в двух зеркальных формах, в форме правых и левых изомеров. Эта особенность называется *хиральностью*.

При прохождении через такие вещества у света плоскость поляризации поворачивается на угол φ , пропорциональный длине пути l и концентрации c оптически активного вещества:

$$\varphi = \beta c l,$$

где β – величина, называемая *удельной постоянной вращения*.

Если, например, между скрещенными поляризаторами поместить кювету с раствором сахара в воде, то поле зрения просветлится. Чтобы вновь получить темноту, нужно один из поляризаторов повернуть на угол φ . Зная удельную постоянную вращения β и длину кюветы l , можно определить концентрацию сахара c в воде. Приборы, использующие этот принцип, называются *сахариметрами*.

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Введение

К началу XX века практически закончилось формирование классической физики. К этому времени мир, в представлениях ученых, складывался из двух элементов: *частиц* и *полей*.

Частицы – комочки материи, движущиеся по законам механики Ньютона. Каждая частица имеет три степени свободы, поэтому ее положение определяется тремя координатами. Зная силовое поле, в котором движется частица, а также проекции импульса на оси координат в некоторый момент времени, можно предсказать ее состояние в любой другой момент времени. Иными словами, можно получить исчерпывающую информацию о состоянии частицы.

Описание полей значительно сложнее. Чтобы задать, например, электрическое поле, надо указать величины и направления напряженностей электрических и магнитных полей во всех точках пространства. Таким образом, для описания полей необходимо задать бесконечное число величин, т.е. поле имеет бесконечное число степеней свободы. Этим обусловлено основное отличие частиц от полей. Для описания полей также были разработаны теории, которые хорошо согласовывались с опытом, например теория Максвелла.

Частицы и поля могут взаимодействовать между собой, но каждый из этих объектов имеет принципиально отличные черты: частицы – носители корпускулярных, поля – волновых свойств.

Квантовая механика заменила эту двойственную картину другой, которую можно назвать двуединой. Мы начнем с рассмотрения некоторых явлений, которые не удавалось объяснить в рамках классических представлений.

Лекция 1. Возникновение квантовой механики

Излучение абсолютно черного тела

Попытки объяснить спектральное распределение теплового излучения абсолютно черного тела привели к необходимости введения идеи квантования.

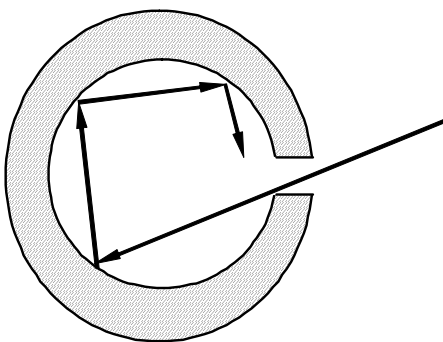


Рис. 30.

По определению, *абсолютно черное тело* – это такое тело, которое поглощает все падающее на него излучение. Моделью абсолютно черного тела может служить небольшое отверстие в полости (рис. 30). Если стенки полости нагреть, то из нее излучается энергия на различных частотах. Однако все падающее на отверстие полости излучение поглощается.

Если излучение, выходящее из полости, разложить в спектр и измерить интенсивность на раз-

личных частотах, то можно построить график зависимости интенсивности излучения от частоты $r(\nu)$. На рисунке 31 приведено несколько таких кривых при различных температурах ($T_1 < T_2 < T_3$).

Закон Стефана - Больцмана

В 1879 году австрийские ученые Йозеф Стефан и Людвиг Больцман экспериментально установили закон, определяющий энергетическую светимость любого тела:

$$R = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана - Больцмана.

Стефан и Больцман не установили вида функции $r(\nu)$, а только нашли площадь между кривой $r(\nu)$ и осью

абсцисс, $R = \int_0^{\infty} r(\nu) d\nu$.

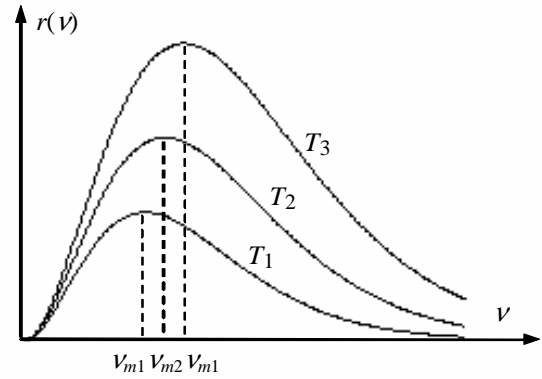


Рис. 31.

Закон смещения Вина

Немецкий физик Вильгельм Вин в 1893 году, распространив понятие температуры и энтропии на излучение, показал, что максимум излучения в спектре абсолютно черного тела с увеличением температуры смещается в сторону коротких волн.

$$\lambda_m = b/T,$$

где $b = 2,90 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина. Следовательно частота, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела ν_m , увеличивается пропорционально температуре (рис. 31).

Ультрафиолетовая катастрофа

В классической статистической физике существует закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, согласно которому, при тепловом равновесии на каждую степень свободы осциллятора приходится одинаковая энергия, равная $kT/2$.

При нагревании стенок полости в ней устанавливаются стоячие электромагнитные волны. На каждую стоячую волну приходится энергия, равная $kT/2$. Чтобы найти полную энергию в полости, необходимо выяснить, сколько стоячих волн может уложиться в ней.

Для того чтобы в полости возникла стоячая волна, необходимо, чтобы от стенки до стенки уложилось целое число полуволн (рис. 32). Чем меньше длина волны, тем больше полуволн может

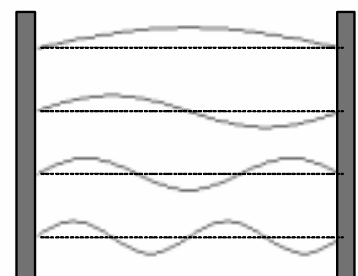


Рис. 32.

уложиться. Если на каждое колебание приходится одна и та же энергия, то интенсивность излучения должна расти с частотой. Опыты же дают, что интенсивность излучения с ростом частоты проходит через максимум, а затем падает до нуля. Таким образом, согласно теории получается, что общее число возможных колебаний оказывается бесконечно большим, и они должны забрать всю энергию стенок, сколько бы к ним ни подводили. Все предметы должны были бы охлаждаться, их тепло постоянно переходило бы в излучение. Этот парадокс вошел в науку под названием «*ультрафиолетовой катастрофы*». Не может быть равновесия излучения с веществом – таков вывод классической физики.

Формула Планка

В 1900 году М. Планк разрешил этот парадокс следующим образом. Он предположил, что частицы, из которых состоят стенки, могут изменять свою энергию порциями с энергиями $\varepsilon = h\nu$. Коэффициент пропорциональности между энергией ε и частотой ν носит название *постоянной Планка* $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с (часто в теории используется постоянная Планка в виде $\hbar = h/2\pi$).

Частицы, из которых состоят стенки, излучают электромагнитные волны различных частот. Излучатели, которые могли бы испускать высокие частоты, находятся в состоянии с минимальной энергией. Для возбуждения таких излучателей им следует передать энергию $h\nu$, много большую, чем средняя тепловая энергия kT , приходящаяся на одну частицу. Но согласно законам статической физики это событие маловероятно, так что возбужденной оказывается лишь малая доля таких излучателей, и интенсивность испущенного ими света мала.

На основе своего предположения Планк получил следующую формулу, описывающую спектральную плотность излучения абсолютно черного тела:

$$r(\nu) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

которая прекрасно согласуется с экспериментальными кривыми.

Возникает вопрос: почему же скачкообразность в изменении энергии излучателей не замечали раньше? Потому, что значение постоянной Планка очень мало и порции энергии настолько ничтожны, что ее изменение кажется непрерывным.

Успех теории Планка в объяснении излучения абсолютно черного тела дал новый толчок для истолкования других экспериментальных результатов, которые не могли быть объяснены в рамках классической теории. Одним из таких явлений является фотоэлектрический эффект.

Фотоэлектрический эффект

Фотоэлектрическим эффектом (или просто *фотоэффектом*) называется явление испускания электронов под действием света. Фотоэффект открыт Г. Герцем в 1887 году. В 1888-1889 годах А.Г. Столетов исследовал это явление. Схема установки Столетова приведена на рисунке 33. Установка состоит из цинкового

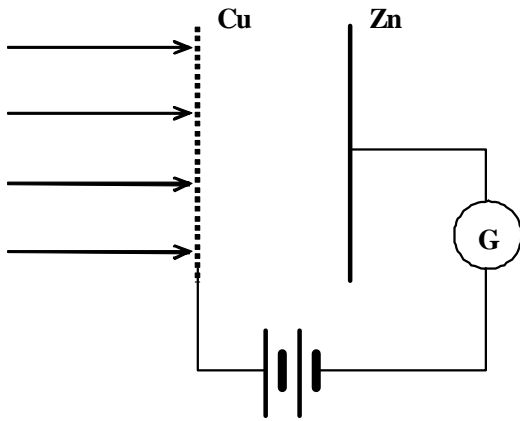


Рис. 33.

электрода (эмиттера), медной сетки, хорошо пропускающей свет, электрической батареи и гальванометра.

В результате экспериментов было установлено следующее: наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи, сила тока в цепи растет с увеличением освещенности, испускаемые заряды имеют отрицательный знак.

Несколько зависимостей тока в цепи от напряжения приведены на рис. 34. Кривые получены при различных освещенностях цинкового электрода.

Из рисунка видно, что при некотором напряжении между электродами ток достигает максимального значения. Это означает, что все электроны, выбиваемые из цинкового катода за секунду, достигают за то же время медного электрода.

Из графиков также видно, что ток течет даже при отсутствии напряжения между электродами. Для обращения силы тока в нуль необходимо приложить некоторое задерживающее напряжение, т.к. электроны при вылете из цинкового электрода имеют запас кинетической энергии. Можно записать

$$\frac{m v^2}{2} = e U_3. \quad (1.1)$$

Значит, измерив задерживающее напряжение, нетрудно определить максимальную скорость электронов, покидающих эмиттер при его освещении. Можно ожидать, что запирающее напряжение будет различным для разных световых потоков. На первый взгляд, чем больше световой поток (т.е. падающая на эмиттер световая энергия), тем большей должна быть скорость электронов, покидающих цинковый электрод. Однако оказалось, что запирающее напряжение не зависит от интенсивности света. Все кривые выходят из одной точки.

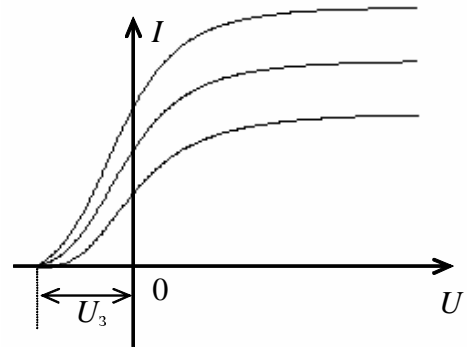


Рис. 34.

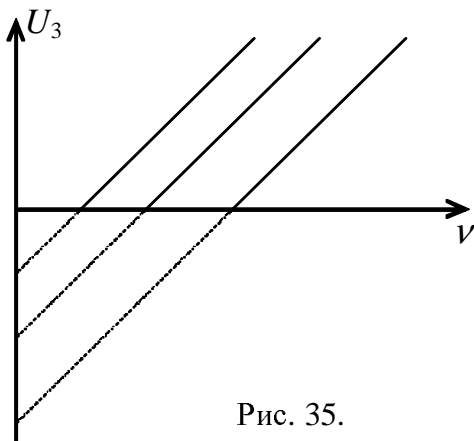


Рис. 35.

Другое противоречие обнаруживается при изучении зависимости запирающего напряжения от частоты. На рисунке 35 приведены такие зависимости для электродов, изготовленных из различных материалов. Как видно из рисунка, запирающее напряжение линейно связано с частотой, и наклон линий не зависит от материала эмиттера.

В 1905 году А. Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается та-

кими же порциями $\varepsilon=h\nu$, какими испускается по гипотезе Планка. Часть этой энергии затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Остаток энергии идет на сообщение кинетической энергии электрону:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}.$$

Величина A называется *работой выхода электрона*. Из этого выражения легко получить уравнения прямых на рис. 35, взяв значение кинетической энергии из (1.1):

$$U_3 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}.$$

Видно, что тангенс угла наклона прямых действительно постоянен и равен h/e .

Успех теории Эйнштейна в объяснении фотоэффекта послужил поддержкой идеи Планка. Одновременно возник волнующий вопрос: каким образом эта идея согласуется с электромагнитной природой света, которая успешно объясняет такие явления, как интерференция и дифракция?

Эффект Комптона

Наиболее яркое подтверждение корпускулярной природы излучения дает эффект, обнаруженный в 1922 году А. Комптоном и носящим ныне его имя. Обычно считалось, что если волны встречаются на своем пути с препятствиями, то их частота и длина волны не меняются. Однако было обнаружено, что длины волн рентгеновского излучения, рассеянного под различными углами на электронах, слабо связанных с атомами (почти свободных), отличаются от длины волны падающих лучей. Одновременно наблюдаются *электроны отдачи*, вылетающие под разными углами рассеяния и имеющие импульсы, зависящие от этих углов.

Из эксперимента следует, что уменьшение длины волны связано с углом рассеяния α соотношением

$$\Delta\lambda = A(1 - \cos\alpha).$$

Здесь A – константа, называемая *комптоновской длиной волны*.

Объяснение этому эффекту можно дать, предположив возможность упругого столкновения **частицы** электромагнитного излучения (фотона) со свободным электроном. В результате расчета можно получить следующее выражение для уменьшения длины волны падающего излучения:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\alpha),$$

где h – постоянная Планка; m – масса электрона отдачи; c – скорость света.

Фотонная теория света не только дает точное объяснение эффекта Комптона, но также является убедительным подтверждением дискретной природы излучения.

Строение атома по Бору

Излучению присуща дискретность. Но излучают нагретые тела, состоящие из атомов, следовательно, излучателями являются атомы. Атом должен иметь такое строение, которое бы не противоречило гипотезе Планка.

В классической теории, предложенной Резерфордом, электроны вращаются по круговым орбитам вокруг положительного ядра. Согласно классической электродинамической теории, электрон, движущийся с ускорением вокруг ядра, должен излучать энергию, пропорциональную квадрату ускорения. Теряя энергию, он должен бы был упасть на ядро за время, примерно равное 10^{-8} секунды. Но опыт показывает, что атомы устойчивы.

Для разрешения этого противоречия Бор предложил следующие *постулаты*:

1. Электрон движется в атоме вокруг ядра по круговым орбитам, но не любым, а таким, для которых момент количества движения кратен постоянной Планка

$$mvr = n\hbar. \quad (1.2)$$

Здесь m – масса электрона; v – его скорость; r – радиус его орбиты; n – целое число, принимающее значения 1,2,3, ... и называемое *квантовым числом*; постоянная Планка записана в виде $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Такие орбиты получили название *стационарных*.

2. Электрон, обращаясь вокруг ядра по одной из стационарных орбит, не излучает энергию. *Это утверждение находится в противоречии с классической электродинамикой.*

3. Атом излучает порцию энергии $\varepsilon = h\nu$, когда электрон переходит с дальней от ядра орбиты на ближнюю:

$$h\nu = E_n - E_k, \quad (1.3)$$

где E_i – энергия электрона на i -ой стационарной орбите.

Добавляя к трем утверждениям второй закон Ньютона и применяя его к движению электрона вокруг ядра под действием кулоновской силы, получим:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.4)$$

Комбинируя выражения (1.2) и (1.4), получим значения для радиусов стационарных орбит:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2$$

и полные энергии электрона на этих орбитах:

$$E_n = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}. \quad (1.5)$$

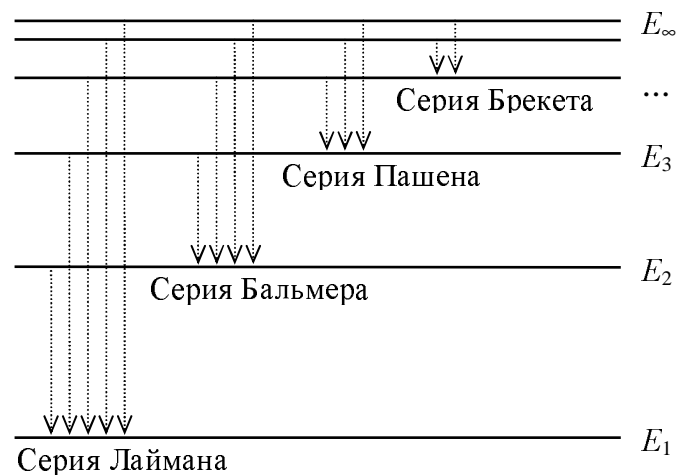


Рис. 37.

Спектр атома водорода

Теория Бора позволила найти энергии квантов излучения атома водорода:

$$E_n - E_k = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right), \quad (1.6)$$

а, следовательно, и частоты линий в его спектре.

Как известно, атомные спектры представляют собой наборы отдельных линий, называемые *спектральными сериями*. Так, например, в спектре атомарного водорода наблюдаются следующие серии линий: серия Лаймана в ультрафиолетовой области спектра; серия Бальмера в видимой области; серии Пашена, Брекета, Пфунда, Хэмфри в инфракрасной области. Согласно постулатам Бора, каждой линии соответствует переход электрона между различными стационарными энергетическими состояниями. Выражение (1.6) явилось проверкой атомной теории Бора. Ее предсказание блестяще согласуется с эмпирическими данными. Из рис. 37 видно, как просто теория Бора объясняет различные серии спектральных линий, обнаруженные ранее.

Таким образом, теория Бора показывает, что атом является квантовым излучателем, а спектральные линии являются примером проявления дискретности в природе.

Волновая природа частиц. Волны де Бройля

Французский ученый Луи де Бройль заинтересовался вопросом: если волны, например, свет, проявляют корпускулярные свойства, то не могут ли частицы обладать волновыми свойствами?

По идее де Бройля, движение электрона или какой-либо частицы связано с некоторым волновым процессом, длина волны которого, как и для фотона, определяется соотношением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (1.7)$$

а частота

$$\nu = \frac{E}{h}.$$

Гипотеза де Бройля вскоре была подтверждена экспериментально. Это было сделано в 1927 году американскими физиками Девисоном и Джермером. Они исследовали отражение электронов от монокристалла никеля. Рассматривая электроны только как частицы, мы не можем ожидать какого-либо заметного максимума отражения в зависимости от угла отражения θ . Для электронов, имеющих различные значения энергии, возможны любые углы рассеяния. Однако если построить график зависимости тока детектора электронов от их кинетической энергии, то для некоторых

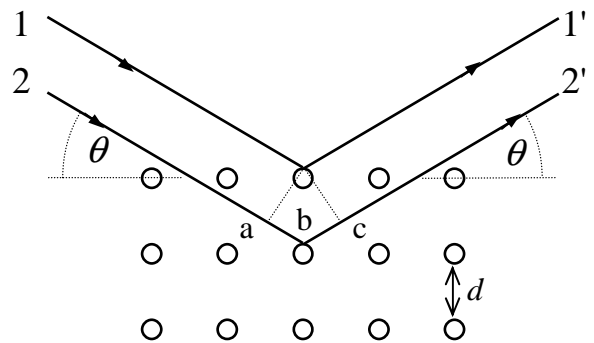


Рис. 38.

углов θ обнаруживается отчетливый максимум.

На рисунке 38 атомы никеля изображены кружочками. Будем считать, что электроны имеют волновую природу. Две электронных волны падают на кристалл. Из рисунка видно, что дополнительная разность хода при отражении от кристалла имеет величину $ab+bc=2d\cdot\sin\theta$, где d – расстояние между плоскостями кристалла. Тогда для максимума отраженной волны имеем следующее условие:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n=1,2, \dots \quad (1.8)$$

Это так называемое *уравнение Вульфа-Бреггов*. Используя гипотезу де Бройля, можно получить:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

или, после подстановки в (1.8),

$$\sin \theta = \frac{nh}{2d\sqrt{2mE_k}}. \quad (1.9)$$

Выражение (1.9) определяет значение угла θ , при котором ожидается максимум при отражении электронов, имеющих кинетическую энергию E_k . Экспериментальные результаты дают хорошее совпадение со значением, полученным из формулы (1.9).

Интересно отметить, что первый постулат Бора (1.2) о квантовании момента импульса можно получить, если предположить, что на стационарной орбите укладывается целое число волн. Тогда длина орбиты $2\pi r$ должна равняться $n\lambda$. С учетом (1.7) получим (1.2).

Двойственная природа частиц

Всякий микрообъект представляет образование особого рода, сочетающего в себе свойства частицы и волны. Отдельный микрообъект не способен воздействовать на наши органы чувств, и ни видеть, ни осязать его мы не можем. Весь опыт человека, его интуиция прилагаются к крупным телам. Мы можем интуитивно предвидеть, что будет с крупными телами, но именно так микрообъекты и не поступают.

В классической физике "понять" – означало составить наглядный образ объекта или процесса. Квантовую механику нельзя понять в таком смысле слова. Всякая наглядная модель неизбежно будет действовать по классическим законам и поэтому непригодна для интерпретации квантовых процессов. Поэтому самое правильное, что можно сделать, это отказаться от попыток строить модели квантовых объектов. Наш "классический мозг" не может построить наглядную модель поведения объекта, подчиняющегося законам квантовой механики.

Сочетая в себе свойства частиц и волн, микрообъекты не ведут себя ни как волны, ни как частицы. Отличие микрочастицы от волны заключается в том, что она обнаруживается как неделимое целое. Никто никогда, например, не наблюдал пол-электрона. Однако волну можно разделить на части с помощью зеркала.

Принцип неопределенности Гейзенберга

В классической механике состояние материальной точки определяется заданием ее координат и проекций импульса на оси координат. Эти величины называются *динамическими переменными*. Строго говоря, микрообъектам не могут быть приписаны указанные динамические переменные. Однако информацию о микрочастице мы получаем из результатов анализа ее взаимодействия с прибором, который является *макроскопическим*. Поэтому результаты измерений выражаются в терминах, разработанных для макротел.

Своеобразие свойств микрочастиц проявляется в том, что не для всех переменных при одновременном измерении получаются определенные значения. Так, например, электрон не может иметь одновременно точных значений координаты x и проекции импульса p_x . Причем принципиальной неточности следует ожидать даже в случае использования идеальных измерительных приборов.

Неопределенность значений Δx и Δp_x этих величин определяется выражением

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}.$$

Такое же соотношение справедливо и для других пар проекций координаты и импульса. Эти соотношения были открыты в 1927 году В. Гейзенбергом.

Отметим, что предела для точности, с которой может быть измерена одна из двух переменных, не существует, если в этот момент мы полностью откажемся от знания другой переменной.

Соотношение неопределенности указывает, в какой мере можно использовать понятия классической механики применительно к микрочастицам, в частности, с какой точностью можно говорить о траектории микрочастиц.

В практическом плане соотношение неопределенности позволяет оценить размеры атома, минимальную энергию электрона в атоме и произвести ряд других полезных оценок.

Лекция 2. Уравнение Шредингера

Уравнение Шредингера

Итак, в начале XX века, в первой его четверти, возникла необходимость в создании теории, которая смогла бы объяснить экспериментальные результаты, описанные ранее. Такая теория, возможно, смогла бы предсказать и ряд новых явлений. Окончательной проверкой строгости этой новой теории явилось бы согласие между прогнозами и экспериментальными результатами.

В 1926 году Э. Шредингер записал свое знаменитое уравнение, которое описывало поведение микрочастиц. В *уравнении Шредингера* состояние микрочастицы описывается с помощью ее "*пси-функции*" (или *волновой функции*) Ψ . Это функция координат \vec{r} и времени t . Она получается из решения уравнения Шредингера, которое имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \quad (2.1)$$

где m – масса частицы; $U(\vec{r}, t)$ – потенциальная энергия; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ – оператор Лапласа. Из уравнения (2.1) видно, что вид пси-функции определяется функцией $U(\vec{r}, t)$.

Уравнение Шредингера является основным уравнением *нерелятивистской квантовой механики*. Оно не может быть получено из других соотношений. Его следует рассматривать как исходное основное предположение, справедливость которого доказывается тем, что все вытекающие из него следствия согласуются с экспериментальными фактами.

Если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, то потенциальная энергия не зависит явно от времени. Тогда в волновой функции отдельно выделяется множитель, зависящий от времени: $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar}$, где E – полная энергия частицы. В этом случае уравнение Шредингера принимает вид

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(\vec{r}))\psi(\vec{r}) = 0. \quad (2.2)$$

Это уравнение называется *уравнением Шредингера для стационарных состояний*.

Уравнение Шредингера не является единственным взглядом на способ описания поведения микрообъектов в современной квантовой теории. Другой подход основан, например, на *уравнении Гейзенберга*. Однако в нашем курсе мы будем пользоваться только уравнением Шредингера.

Смысл пси-функции

Пси-функция, входящая в уравнение Шредингера, в общем случае является *комплексной функцией*, поэтому она не может иметь реального физического смысла.

Правильную интерпретацию пси-функции предложил М. Борн в 1926 году. Согласно Борну, квадрат ее модуля определяет вероятность dP того, что частица будет обнаружена в пределах объема dV :

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi\Psi^* dV.$$

Так как вероятность является величиной, лежащей в пределах от 0 до 1, то интеграл от квадрата модуля пси-функции, взятый по всему объему, должен равняться единице:

$$\int dP = \int |\Psi|^2 dV = 1. \quad (2.3)$$

Это выражение называют *условием нормировки*.

Если вероятность наблюдения какого-либо события равна нулю, то это означает, что данное событие ни при каких условиях не сможет произойти. Вероятность, равная единице, означает, что событие обязательно случится. Таким образом, условие нормировки является просто констатацией очевидного факта, что частицы находится где-то в пространстве.

Где же точно находится частица? Указанная выше интерпретация лишает такой вопрос смысла. Лучший ответ состоит в том, что максимум величины $|\Psi|^2$

соответствует именно той точке пространства, где наиболее вероятно нахождение частицы. В тех точках, где величина $|\Psi|^2$ равна нулю, частица находиться не может.

В каких случаях частица ведет себя как волна, а в каких – как частица? Ответить на этот вопрос можно следующим образом. Если функция $|\Psi|^2$ имеет заметную величину на большом протяжении, имеет смысл говорить о волновом явлении. Если же на малом, то мы имеем дело с проявлением корпускулярных свойств. (Заметим, что понятия «большое» и «малое» имеют смысл только в сравнении с предметами, с которыми взаимодействует частица.)

Принцип соответствия

Разберем кратко связь между квантовой теорией и классической физикой. Квантовая теория является, очевидно, более общей, чем классическая физика. Однако, согласно очень важному для развития науки *принципу соответствия*, любая правильная более общая научная теория должна содержать в себе менее общую как предельный случай. Например, релятивистская механика Эйнштейна переходит в классическую механику Ньютона в пределе при устремлении скорости света к бесконечности; волновая оптика переходит в геометрическую при устремлении длины волны света к нулю. Возникает вопрос: каким должен быть предельный переход от квантовой механики к классической?

Во-первых, попытаемся разобраться, почему в течение длительного времени не наблюдалось несоответствия между квантовыми и классическими законами в повседневной практике. Ответом на этот вопрос является тот факт, что в обычной практике малость кванта не позволяет его обнаружить. Частоты в экспериментах, которые подтверждают классические теории, обычно ниже 10^{11} Гц. Квантованное изменение энергии, рассчитанное в соответствии с уравнением (1.3), составляет примерно 10^{-22} Дж. Это очень малое изменение, поэтому в обычных условиях его трудно зарегистрировать. Учитывая, что величина кванта пропорциональна постоянной Планка, можно предположить, что при устремлении последней к нулю квантовые эффекты исчезают. Действительно, переход от квантовомеханических уравнений к классическим (правда, не столь очевидный, как в случае с релятивистской механикой при $c \rightarrow \infty$, но довольно сходный со случаем перехода от волновой к геометрической оптике при $\lambda \rightarrow 0$) можно осуществить формальным предельным переходом при $h \rightarrow 0$.

Во-вторых, законы Ньютона, являющиеся чисто детерминистскими, а не вероятностными, дают достоверные результаты в широком диапазоне экспериментальных условий. Как это можно примирить с тем фактом, что квантовая теория дает только вероятностные предсказания? Ответом на этот вопрос может служить сформулированный Н. Бором принцип соответствия: законы квантовой теории приводят к результатам классической теории, когда в явлении участвует большое количество квантов.

Свободно движущаяся частица

Пусть частица движется вдоль оси x в отсутствие внешних сил, т.е. при $U(x)=0$. Уравнение (2.1) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} = -i \frac{2m}{\hbar} \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Т.к. потенциальная энергия не зависит от времени, можно использовать подстановку $\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-iEt/\hbar}$ и записать стационарное уравнение Шредингера:

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} E\psi(x). \quad (2.5)$$

Приведем общее решение этого уравнения:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (2.6)$$

(A и B – константы). Значит, общее решение уравнения (2.4) есть

$$\Psi(x) = Ae^{i(kx - Et/\hbar)} + Be^{-i(kx + Et/\hbar)}.$$

Первое слагаемое соответствует волне, движущейся в положительном направлении вдоль оси x . Действительно, рассмотрим поведение точки с произвольной фазой $\varphi = kx - Et/\hbar$ для первого слагаемого. Выразим координату x :

$$x = \frac{Et}{\hbar k} + \frac{\varphi}{k} = \sqrt{\frac{E}{2m}} \cdot t + \frac{\varphi}{k}.$$

Т.к. φ/k – просто константа, то получается, что координата x меняется со временем по закону

$$x = v_\phi t + const,$$

где $v_\phi = \sqrt{E/(2m)}$ – так называемая *фазовая скорость* волны.

Аналогично можно показать, что второе слагаемое $Be^{-i(kx + Et/\hbar)}$ будет соответствовать волне, движущейся в отрицательном направлении.

Прохождение частиц через потенциальный барьер

Ранее мы говорили, что с помощью уравнения Шредингера можно не только объяснить результаты старых экспериментов, но и предсказать новые явления. К таким наиболее удивительным предсказаниям квантовой механики относится *туннельный эффект*.

Рассмотрим случай, показанный на рис.39.

Частица с энергией E и массой m приближается к потенциальному барьеру слева. Высота потенциального барьера U_0 , ширина l . Согласно классическим представлениям, если энергия частицы больше высоты барьера $E > U_0$, то частица беспрепятственно проходит над барьером. Если же $E < U_0$, как изображено на рисунке, то частица летит в обратную сторону; сквозь барьер частица не проникает.

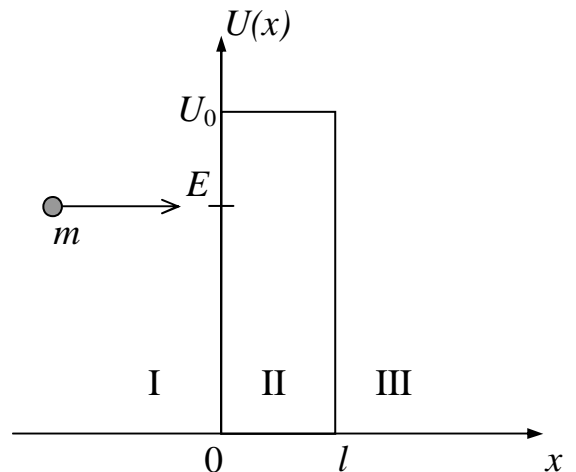


Рис. 39.

Теперь с помощью уравнения Шредингера рассмотрим ту же задачу с точки зрения квантовой механики. Для областей I и III уравнение Шредингера (2.2) имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0. \quad (2.7)$$

Для области II

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0. \quad (2.8)$$

Будем искать решение уравнения (2.7) в виде $\psi = e^{\lambda x}$. Подстановка приводит к характеристическому уравнению

$$\lambda^2 + \frac{2m}{\hbar^2} E = 0,$$

откуда $\lambda = \pm i\alpha$, где $\alpha = \hbar^{-1} \sqrt{2mE}$. Таким образом, общее решение уравнения (2.7) имеет вид

$$\psi_1 = A_1 e^{i\alpha x} + B_1 e^{-i\alpha x} \quad \text{для области I,} \quad (2.9)$$

$$\psi_3 = A_3 e^{i\alpha x} + B_3 e^{-i\alpha x} \quad \text{для области III.} \quad (2.10)$$

Сделав подстановку $\psi = e^{\beta x}$ в уравнении (2.8), получим общее решение в виде

$$\psi_2 = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x} \quad \text{для области II.} \quad (2.11)$$

В этом выражении

$$\beta = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}.$$

Решение в виде $\psi \sim e^{i\alpha x}$ соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении x , а в виде $\psi \sim e^{-i\alpha x}$ – в отрицательном направлении.

В области III имеется только волна, прошедшая через барьер, поэтому $B_3=0$. Для того чтобы функция ψ была непрерывна во всей области изменений x от $-\infty$ до $+\infty$, должны выполняться условия $\psi_1(0) = \psi_2(0)$ и $\psi_2(l) = \psi_3(l)$. Кроме того, чтобы функция ψ была гладкой, т.е. не имела изломов, должны выполняться условия равенства первых производных в этих точках. Эти условия позволяют найти коэффициенты A_k и B_k ($k=1,2,3$) в выражениях (2.9)-(2.11).

Очевидно, что за барьером пси-функция частицы (функция $\psi_3(x)$) не равна тождественно нулю, т.е. частица может быть обнаружена в области III, не смотря на то, что ее полная энергия меньше высоты барьера.

Отношение квадратов модулей амплитуд прошедшей и падающей волны определяет вероятность прохождения частицы через барьер и носит название *коэффициента прохождения* или *коэффициента прозрачности* D :

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}.$$

Определяя с учетом условий непрерывности и гладкости необходимые коэффициенты, можно получить хорошо известный результат:

$$D \approx e^{-2\beta l} = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} \cdot l\right).$$

Из последнего выражения видно, что вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер сильно зависит от ширины барьера и от разности $U_0 - E$.

Если, предположим, $D=0,01$, то при увеличении ширины барьера в два раза $D=(0,01)^2$, т.е. уменьшается в 100 раз. Тот же эффект будет при возрастании $U_0 - E$ в 4 раза. Коэффициент прохождения резко уменьшается также и при увеличении массы частицы.

В случае потенциального барьера произвольной формы $U(x)$ коэффициент пропускания определяется выражением

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_0^l \sqrt{2m(U(x) - E)} \cdot dx\right).$$

При прохождении потенциального барьера частица как бы проходит через "туннель" в этом барьере, поэтому его называют туннельным эффектом. С классической точки зрения туннельный эффект представляется абсурдным. Кинетическая энергия в "туннеле" меньше нуля. В квантовой механике деление энергии на кинетическую и потенциальную не имеет смысла. Действительно, определенность кинетической энергии означает определенность импульса, а определенность потенциальной энергии означает, что частица находится в точном заданном месте пространства. Это противоречит соотношению неопределенности. Таким образом, хотя полная энергия имеет вполне определенное значение, она не может быть представлена в виде точно определенных кинетической и потенциальных энергий.

Прямоугольная потенциальная яма

Рассмотрим частицу в «ящике», когда потенциальная энергия U равна нулю на ограниченном отрезке $0 < x < l$. Вне этой области U очень велика (стремится к бесконечности).

Т.к. у частицы нет никакой возможности выйти за пределы этой потенциальной «ямы», ее волновая функция должна быть равна нулю на границах $x=0$ и $x=l$.

Стационарное уравнение Шредингера будет выглядеть в точности как (2.5), а его решением будет являться выражение (2.6) с граничными условиями $\psi(0)=0$ и $\psi(l)=0$. Первое условие дает

$$A + B = 0, \quad (2.12)$$

а второе –

$$Ae^{ikl} + Be^{-ikl} = 0. \quad (2.13)$$

Учитывая (2.12) в (2.13), получим

$$e^{ikl} - e^{-ikl} = 2i \sin(kl) = 0.$$

Для справедливости данного равенства необходимо, чтобы выполнялось соотношение

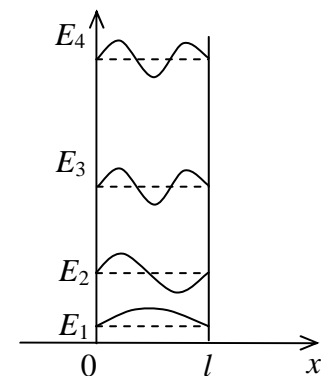


Рис. 40.

$$kl = \pi n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Для энергии это дает

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2.$$

Итак, решение уравнения Шредингера приводит к следующему виду волновых функций:

$$\psi_n(x) = C \sin \frac{\pi nx}{l},$$

где константа $C = \sqrt{2/l}$ находится из условия нормировки (2.3).

На рис. 40 уровни энергии представлены дискретные уровни энергии вместе с видом соответствующих стационарных волновых функций.

Гармонический осциллятор

Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы $F = -kx$. Потенциальная энергия этой частицы $U = kx^2/2$, а собственная частота классического гармонического осциллятора равна $\omega = \sqrt{k/m}$. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0.$$

Здесь E – полная энергия осциллятора.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что это уравнение имеет однозначные и непрерывные решения при значениях энергии

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \cdot \hbar \omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

На рисунке 41 уровни энергии вписаны в кривую потенциальной энергии. Уровни энергии осциллятора отстоят друг от друга на одинаковое расстояние $\hbar \omega$. Наименьшее возможное значение энергии, называемое *нулевой энергией*, равно $E_0 = \hbar \omega / 2$.

Атом водорода

Запишем стационарное уравнение Шредингера для атома водорода, считая, что протон находится в начале координат, а координата электрона описывается вектором $\vec{r} = (x, y, z)$. Т.к. потенциальная энергия системы протон-электрон равна $U = -e^2 / (4\pi\epsilon_0 r)$, то

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

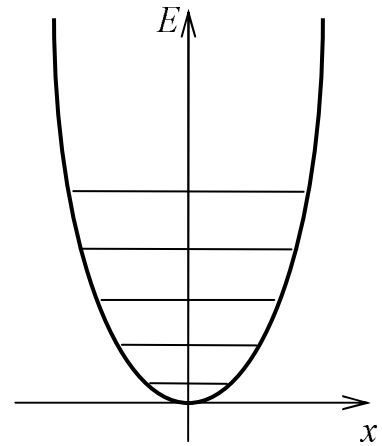


Рис. 41.

Решением данного уравнения являются волновые функции, состоящие из произведения радиальной R и угловой Y компонент:

$$\psi_{n,l,m} = R_n(r)Y_{l,m}(\theta, \varphi).$$

Число $n=1,2,3, \dots$ называется *главным квантовым числом* и определяет дискретный набор значений энергии, в точности совпадающий с выражением (1.5). Число l , называемое *радиальным квантовым числом*, может принимать значения от 0 до $n-1$. Оно определяет квадрат момента импульса \vec{L} :

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1),$$

в чем состоит существенное отличие от теории атома Бора, где каждому уровню энергии E_n соответствовал момент импульса $n\hbar$. Наконец, число m , пробегающее целые значения от $-l$ до l , определяет z -проекцию вектора \vec{L} :

$$L_z = m\hbar.$$

ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Введение

Атомная физика возникла на рубеже XIX-XX вв. на основе исследований оптических спектров. Она занималась изучением строения и свойств атомов. Последующие исследования особенностей поведения атомов и электронов завершились созданием квантовой механики – физической теории, описывающей законы микромира. Квантовая механика помогла связать закономерности спектров излучения с системой энергетических уровней, подтвердила то, что внутренняя энергия атомов и излучения квантуется и изменяется дискретно.

Изучение излучения иного рода – *радиоактивности* – привело к выделению особой науки, изучающей процессы в ядрах и взаимопревращение элементарных частиц – *ядерной физики* или *физики элементарных частиц*. Эти явления происходят в ходе радиоактивных распадов и в различных ядерных реакциях.

Структура и свойства атомных ядер

Согласно ядерной модели атома, ядро, находящееся в центре атома, взаимодействует с электронами, вращающимися вокруг ядра. Само ядро состоит из положительно заряженных протонов и не имеющих заряда нейтронов. Число электронов в атоме равно числу протонов в ядре.

Массы электрона, протона и нейтрона равны, соответственно,

$$m_e = 9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ кг},$$

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг},$$

$$m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

При практическом вычислении массы всех частиц и атомов выражаются в *атомных единицах массы* (а.е.м.). Одна атомная единица массы равна 1/12 массы атома $^{12}_6\text{C}$ и равна $1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг.

Согласно формуле Эйнштейна $E = mc^2$ 1 а.е.м. соответствует одной *атомной единице энергии* (а.е.э.): 1 а.е.э. = 931,5016 МэВ ($1 \text{ эВ} = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ Дж). Так, в единицах а.е.э. массы электрона, протона и нейтрона равны

$$m_e = 0,00055,$$

$$m_p = 1,0073,$$

$$m_n = 1,0087.$$

Т.к. масса электрона в $m_p/m_e = 1836,5$ раз меньше массы протона, то фактически вся масса атома сосредоточена в ядре. Протон и нейтрон имеют очень близкие массы: масса нейтрона больше массы протона приблизительно на две массы электрона.

Зарядом ядра называется величина Ze , где $e = +1,6022 \cdot 10^{-19}$ Кл – величина заряда протона (равная по абсолютной величине заряду электрона), Z – порядковый номер химического элемента в периодической системе Менделеева, равный числу протонов в ядре. В настоящее время известны ядра с Z от 1 до 107. Для большинства ядер число нейтронов N приблизительно равно Z .

Полное число протонов и нейтронов (*нуклонов*) в ядре $A=N+Z$ называется *массовым числом*. Нуклонам приписывается массовое число, равное единице, электрону – нулевое значение.

Ядра с одинаковыми Z , но различными A , называются *изотопами*. Ядра, которые при одинаковом A имеют различные Z , называются *изобарами*. Ядро химического элемента X обозначается

$${}^A_Z X,$$

где X – символ химического элемента (например, H, Na, Cl и т.п.). Всего известно около 300 устойчивых изотопов химических элементов и более 2000 естественных и искусственно полученных радиоактивных изотопов.

Размер ядра характеризуется *радиусом ядра*, имеющим условный смысл ввиду размытости границы ядра. Эмпирическая формула для радиуса ядра $R = R_0 A^{1/3}$, где $R_0 = (1,3 \dots 1,7) \cdot 10^{-15}$ м, может быть истолкована как пропорциональность объема ядра числу нуклонов в нем.

Плотность ядерного вещества составляет по порядку величины 10^{17} кг/м³ и постоянна для всех ядер. Она значительно превосходит плотности самых плотных обычных веществ.

Собственный механический момент импульса элементарных частиц называется *спином* (см. раздел «ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ», лекция 6). У протона, нейтрона и электрона величина проекции спина на ось координат может принимать лишь два значения: $\pm \hbar/2$.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра μ_M в целом (см. раздел «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ», лекция 7). Единицей измерения магнитных моментов ядер служит *ядерный магнетон* $\mu_{\text{яд}}$:

$$\mu_{\text{яд}} = \frac{e\hbar}{2m_p}.$$

Здесь e – абсолютная величина заряда электрона, m_p – масса протона. Ядерный магнетон в $m_p/m_e = 1836,5$ раз меньше магнетона Бора (m_e – масса электрона), откуда следует, что магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов.

Ядерные силы

Разные электроны связаны с ядром в разной степени. Некоторые из них атом легко теряет, и тогда атом становится положительным ионом. Приобретая дополнительный электрон, атом превращается в отрицательный ион. При поглощении электромагнитного излучения, например света, атом возбуждается и совершает квантовый переход на более высокий энергетический уровень. Всеми процессами, изучаемыми атомной физикой, управляет кулоновское взаимодействие – притяжение и отталкивание заряженных частиц.

Протоны и нейтроны в ядре любого химического элемента связаны между собой другими – *ядерными силами* (*сильным взаимодействием*). По способности к сильному взаимодействию протон и нейтрон не отличаются друг от

друга, и поэтому их объединяют в одну группу – группу *нуклонов*. Подобная зарядовая независимость ядерных сил видна из сравнения энергий связи в *зеркальных ядрах*. Так называются ядра, в которых одинаково общее число нуклонов, но число протонов в одном равно числу нейтронов в другом. Например, ядра гелия ${}^3_2\text{He}$ и тяжелого водорода трития ${}^3_1\text{T}$.

Итак, если не учитывать довольно слабое электростатическое отталкивание на фоне ядерных сил, то сильное взаимодействие протона с протоном, протона с нейтроном и нейтрона с нейтроном будет в любом из этих случаев одним и тем же. Такое взаимодействие еще называют *нуклон-нуклонным*.

Сильное взаимодействие действует на малых расстояниях, около 10^{-15} м, называемых *радиусом действия ядерных сил*, и превосходит электромагнитное и гравитационное.

В современной физике, основанной на квантовых принципах, вместо сил принято использовать понятие (потенциальной) энергии взаимодействия, т.к. именно эта энергия входит в уравнение Шредингера или его обобщения. Это позволяет найти волновые функции, описывающие состояния системы, рассчитать уровни энергии и (в принципе) определить все экспериментально измеряемые характеристики исследуемого объекта.

Ядерное взаимодействие также удобно задавать с помощью потенциальной энергии. Однако точная аналитическая зависимость энергии нуклон-нуклонного взаимодействия от расстояния между нуклонами до сих пор не известна. При расчетах используют полуэмпирический, приблизительный вид потенциала, который получают из опытов по рассеянию протонов и нейтронов.

Энергия связи ядер. Дефект массы

Нуклоны в ядрах находятся в состояниях, существенно отличающихся от их свободных состояний. За исключением ядра обычного водорода во всех ядрах имеется не менее двух нуклонов, между которыми существует вызванное сильным взаимодействием притяжение, обеспечивающее устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов.

Энергией связи нуклона в ядре называется физическая величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии.

Энергия связи ядра определяется величиной той работы, которую нужно совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны без придания им кинетической энергии. Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра должна выделяться такая же энергия, какую нужно затратить при расщеплении ядра на составляющие его нуклоны. Энергия связи ядра является разностью между энергией всех свободных нуклонов, составляющих ядро, и их энергией в ядре.

При образовании ядра происходит уменьшение его массы: масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Если $W_{\text{св}}$ – величина энергии, выделяющейся при образовании ядра, то соответствующая ей

масса Δm , равная

$$\Delta m = \frac{W_{\text{св}}}{c^2},$$

называется *дефектом массы* и характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов. Если ядро с массой M образовано из Z протонов массой m_p каждый и из $(A-Z)$ нейтронов с массой m_n , то

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z)m_n - M.$$

Т.к. массы электронов очень малы, то вместо массы ядра M величину Δm можно выразить через атомную массу $M_{\text{ат}}$:

$$\Delta m = Z \cdot m_H + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}},$$

где m_H – масса атома водорода. Дефект массы служит мерой энергии связи ядра:

$$W_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M]c^2.$$

Удельной энергией связи ядра $w_{\text{св}}$ называется энергия связи, приходящаяся на один нуклон: $w_{\text{св}} = W_{\text{св}}/A$. Величина $w_{\text{св}}$ составляет в среднем 8 МэВ/нуклон. По мере увеличения числа нуклонов в ядре удельная энергия связи убывает.

Ядерные силы обладают свойством насыщения, которое проявляется в том, что нуклон в ядре взаимодействует лишь с ограниченным числом ближайших к нему соседних нуклонов. Поэтому наблюдается линейная зависимость энергий связи ядер от их массовых чисел A :

$$W_{\text{св}} \sim A.$$

Практически полное насыщение ядерных сил достигается у ядра гелия ${}^4_2\text{He}$, называемом *α -частицей*, которая является очень устойчивым образованием.

Масса частиц, из которых состоит гелий, в изолированном состоянии составляет:

$$\text{электроны}(2 \cdot 0,00055) + \text{протоны}(2 \cdot 1,0076) + \text{нейтроны}(2 \cdot 1,0089) = 4,0341 \text{ а.е.э.}$$

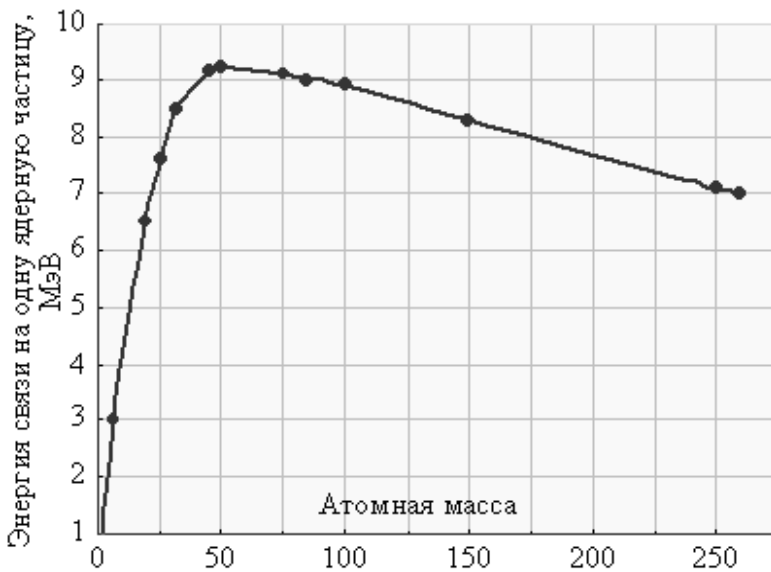


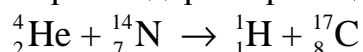
Рис. 42.

В компактном состоянии масса гелия равна 4,0039 а.е.э. Значит, дефект массы равен 0,0302 а.е.э. Его энергетический эквивалент в соответствии с уравнением Эйнштейна составляет $E = 28,12$ МэВ. Эта огромная величина ядерной энергии связи и служит основой ядерной энергетики. На рис. 42 приведена зависимость энергии связи от атомного числа для различных элементов. Из рисунка видно, что максимум устойчивости приходится на массовое число

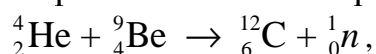
ходится на массовое число ~ 50 . Это означает, что ядра легких элементов при слиянии достигают большей устойчивости (ядерный синтез), а ядра тяжелых элементов подвержены радиоактивному распаду или ядерному делению на два-три фрагмента. Энергию, выделяющуюся при распаде ядер тяжелых атомов, например урана или плутония, обычно называют ядерной или атомной (ядерная бомба, атомная электростанция), а энергию, выделяющуюся при слиянии ядер легких атомов, например изотопов водорода – дейтерия и трития, принято называть термоядерной (термоядерная бомба, термоядерный реактор).

Ядерные реакции

Первая ядерная реакция



была открыта в 1919 г. Резерфордом. В другой реакции



исследованной Дж. Чедвиком в 1932 г., был впервые обнаружен нейтрон 1_0n . Именно открытие нейтрона положило начало современной ядерной физике и стало окончательным крушением *электромагнитной картины мира*, в которой предполагалось существование только трех фундаментальных частиц: электрона, протона и фотона.

После открытия нейтрона Д.Д. Иваненко и В. Гейзенберг выдвинули гипотезу о протонно-нейтронном строении ядра.

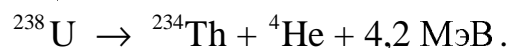
Одной из загадок нейтронов было то, что их не удавалось обнаружить в веществе в свободном состоянии. Впоследствии было выяснено, что причиной тому является их нестабильность. Каждый нейтрон вне ядра в течении нескольких минут самопроизвольно распадается на протон, электрон и электронное антинейтрино вследствие так называемого *слабого взаимодействия*.

Ядерных реакций известно великое множество. В результате ядерных реакций образовались все элементы Вселенной.

Закон радиоактивного распада

Свойства радиоактивного излучения были изучены вскоре после открытия Беккерелем радиоактивности в 1896 г. Оказалось, что существуют три различных вида ядерного излучения: альфа (α), бета (β) и гамма (γ). После многолетних исследований было обнаружено, что α -излучение состоит из ядер гелия ${}^4_2\text{He}$, β -излучение, как правило, состоит из электронов, γ -излучение – из фотонов с очень высокой энергией.

Примером α -распада является испускание ядром урана ${}^{238}\text{U}$ α -частицы по следующей схеме:



Распад урана ${}^{238}\text{U}$ происходит так, что за $4,5 \cdot 10^9$ лет распадается половина ядер. Теория альфа-распада построена Г.А. Гамовым в 1928 г.

В случае бета-распада более тщательные исследования показали, что не-

которые ядра вместо электронов испускают их *античастицы* – *позитроны*. Кроме того, испускание электронов или позитронов всегда сопровождается излучением *нейтрино* или *антинейтрино*. Нейтрино – это элементарная частица с электрическим зарядом равным нулю, и нулевой или очень малой массой покоя.

Первая теория бета-распада была построена Э. Ферми в 1931 г.

Радиоактивное излучение воздействует на вещество и, передавая веществу энергию, вызывает в нем электронное возбуждение, ионизацию и разрыв химических связей. Особенно опасно радиоактивное излучение для биологических объектов, поскольку оно может нарушить нормальное функционирование клеток, приводя к необратимым последствиям и даже к летальным исходам. Воздействие радиоактивного излучения на организм зависит от проникающей способности излучения. Из трех видов внешнего радиоактивного излучения наименьшей проникающей способностью обладает α -излучение, которое практически полностью поглощается кожным покровом. β -излучение способно проникать под кожный покров на глубину до 1 см. Попадание в организм носителей этих радиоактивных излучений весьма опасно. Наибольшую опасность представляет собой γ -излучение, поскольку оно обладает весьма высокой проникающей способностью.

Измерение радиоактивности и радиационная защита

Степень облучения D определяется энергией, переданной живой ткани. Единица поглощенной дозы в СИ называется *грей* (Гр): 1 Гр = 1 Дж/кг. Значение дозы, от которой в течение 30 суток погибает 50% живых существ, обозначают $LD_{50}(30)$. Для человека эта величина равна 3 Гр.

Биологическая эффективность воздействия поглощенной дозы характеризуется *эквивалентной дозой* $D_{\text{Э}}$, равной произведению D на коэффициент Q (см. таблицу), зависящий от типа излучения и характера ткани. Единица $D_{\text{Э}}$ – *бэр* (бэр). Предельно допустимая средняя индивидуальная $D_{\text{Э}}$ равна 35 бэр. Максимальное годовое облучение не должно превышать 5 бэр, а мощность дозы – $6 \cdot 10^{-5}$ бэр/час. Существует еще одна единица $D_{\text{Э}}$ – *зиверт* (Зв): 1 Зв = 100 бэр.

Другая единица – *рентген* (Р) – связана с оценкой числа ионов, образующихся в результате облучения. 1 Р равен заряду $2,58 \cdot 10^{-4}$ Кл, образовавшемуся при облучении 1 кг воздуха.

Коэффициент Q	бэр/Гр
Рентгеновские лучи	100
γ -лучи	100
β -лучи	100
α -лучи	1000
Медленные нейтроны	300
Быстрые нейтроны и протоны	1000
Осколки деления	2000

Активность источника радиоактивности измеряется в *кюри* (Ки); активность в 1 Ки соответствует $3,7 \cdot 10^{10}$ ядерных распадов, которые происходят в 1 г радия за 1 с.

Элементарные частицы

Развитие знаний и представлений об окружающем мире шло и идет от открытия одного класса структурных объектов к другому, более сложному для восприятия. От атомов неделимых – к атому в виде некоторой системы, структурными элементами которой являются электроны оболочки и центральное (неделимое) ядро.

Затем вскрывается нуклонная структура ядра и множество элементарных частиц, не входящих в устоявшуюся классификацию. Оказывается, что каждая из частиц имеет свою античастицу, обладающую той же массой, противоположным по знаку (но таким же по модулю) зарядом. Например, протон – антипротон; электрон – позитрон и т.д. Частица *аннигилирует* со своей античастицей с образованием двух квантов света.

В дальнейшем открывается структура самих нуклонов. По современным представлениям, нуклоны состоят из 6 кварков и 6 антикварков, обладающих своим особым набором квантовых чисел.

Для эпохи Аристотеля достаточно было четырех первоэлементов, для времени Д. И. Менделеева многообразие атомов занимало примерно 120 клеток его таблицы. В середине 60-х годов нашего столетия число открытых элементарных частиц превысило 350. Современная таблица фундаментальных структурных элементов содержит *три поколения* элементарных частиц. Это в общем счете 12 кварков и антикварков, 8 глюонов, 6 лептонов с их античастицами, фотоны (переносчики электромагнитного взаимодействия) и гравитоны (переносчики гравитационного взаимодействия).

Некоторое время назад казалось, что достаточно будет трех кварков, чтобы построить все остальное. Но открываются новые составляющие, и идея *малого числа* фундаментальных основ не подтверждается. В последнее время в современном естествознании все больше вырисовывается другой подход. Он основан на признании того, что *только при наличии некоторого минимального, но разнообразного набора можно построить функционально и структурно сложные системы*.

Ещё одно важное положение современного естествознания заключается в признании принципиальной невозможности изолировать отдельную частицу-объект в микромире, выделить полностью её из "контекста" процессов виртуальных взаимопревращений.

Бахтин Николай Александрович

Осинцев Алексей Михайлович

Попов Александр Валерьевич

ФИЗИКА

Конспект лекций

Часть II

Основы электричества и магнетизма

Основы оптики

Основы квантовой механики, атомной и ядерной физики

Редактор Л.М. Борискина

Художественный редактор Л.П. Токарева

Подписано в печать 17.12.03 Формат 60×84/16.

Отпечатано на ризографе. Тираж 1000 экз. Объем 5,75 п.л.

Зак. № 213 . Цена 23 р.

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности.
650056, г. Кемерово, б-р Строителей, 47.

Отпечатано в лаборатории множительной техники КемТИППа,
650010, г. Кемерово, ул. Красноармейская, 52

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ	3
Введение	3
Лекция 1. Электростатика	3
Заряд	3
Закон сохранения заряда	4
Закон Кулона	4
Электростатическое поле	4
Напряженность электростатического поля	4
Напряженность поля точечного заряда	5
Суперпозиция полей	5
Силовые линии поля	5
Поток вектора напряженности	5
Теорема Гаусса	6
<i>Доказательство</i>	6
Применение теоремы Гаусса к вычислению напряженности поля	6
<i>Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости</i>	6
<i>Поле плоского конденсатора</i>	7
<i>Поле равномерно заряженной бесконечной нити</i>	7
Лекция 2. Потенциал электрического поля	7
Работа сил поля по перемещению заряда	7
Циркуляция вектора напряженности электростатического поля	8
Связь потенциала с напряженностью поля	8
Лекция 3. Проводники в электрическом поле	9
Проводники	9
Электрическое поле внутри проводника	9

Электрическое поле вне проводника	9
Проводник в электростатическом поле	10
Конденсаторы	10
Емкость плоского конденсатора	11
Лекция 4. Энергия электрического поля	11
Энергия системы зарядов	11
Энергия заряженного конденсатора	12
Энергия электрического поля	12
Лекция 5. Диэлектрики в электрическом поле	12
Общие сведения	12
Дипольная модель диэлектрика	13
Различные типы диэлектриков	13
Поляризация диэлектриков	14
Связь вектора поляризации с плотностью связанных зарядов	14
Электрическое поле в диэлектриках	15
Электрическое смещение	15
Напряженность, потенциал, энергия поля в диэлектриках	15
Лекция 6. Постоянный электрический ток	16
Электрический ток и его характеристики	16
Электродвижущая сила	17
Закон Ома	18
Закон Ома в дифференциальной форме	18
Закон Джоуля-Ленца	18
Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме	19
Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа	19
Лекция 7. Электромагнетизм	20
Закон Ампера	20
Магнитное поле	20

Закон Био-Савара-Лапласа	21
Поле прямого тока	21
Проводник с током в магнитном поле	22
Закон полного тока	23
Расчет поля соленоида и тороида	23
Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле	23
Работа по перемещению контура с током в магнитном поле	24
Лекция 8. Явление электромагнитной индукции	25
Опыты Фарадея	25
Закон электромагнитной индукции и его вывод	25
Явление самоиндукции	26
Индуктивность соленоида	26
ЭДС самоиндукции	26
Явление взаимной индукции	27
Трансформатор	27
Энергия системы проводников с током	28
Лекция 9. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях	28
Движение заряженных частиц в однородном электрическом поле	28
Сила Лоренца	29
Движение заряженных частиц в магнитном поле	29
Лекция 10. Магнитное поле в веществе	30
Гипотеза Ампера	30
Характеристики магнитного поля в веществе	30
<i>Магнитная восприимчивость</i>	30
<i>Магнитная проницаемость</i>	30
<i>Намагниченность вещества</i>	31
Физический смысл намагниченности вещества	31

<i>Напряженность магнитного поля</i>	31
<i>Физический смысл магнитной проницаемости</i>	32
Виды магнетиков	32
Парамагнетизм	32
Диамагнетизм	33
Ферромагнетизм	33
Лекция 11. Уравнения Максвелла	34
Вихревое электрическое поле	34
Ток смещения	35
Уравнения Максвелла	36
Электромагнитная волна	37
ОПТИКА	39
Лекция 1. Представления о природе света	39
Корпускулярная природа света	39
Волновая природа света	39
Электромагнитная природа света	39
Корпускулярно - волновая природа света	40
Лекция 2. Геометрическая оптика	40
Принцип Гюйгенса	40
Законы отражения и преломления	41
<i>Закон отражения</i>	41
<i>Закон преломления</i>	41
Полное внутреннее отражение	42
Тонкая линза	43
<i>Преломление на сферической поверхности</i>	43
<i>Вывод формулы тонкой линзы</i>	45

Лекция 3. Фотометрия	46
Энергетические единицы	47
<i>Световой поток (лучистый поток)</i>	47
<i>Сила света (сила излучения)</i>	47
<i>Яркость (лучистость)</i>	47
<i>Плотность излучения (интегральная излучательная способность)</i>	48
<i>Освещенность (облученность)</i>	48
<i>Основной закон освещенности</i>	48
Визуальные единицы	48
<i>Единица силы света</i>	48
<i>Единица светового потока</i>	49
<i>Освещенность</i>	49
<i>Яркость</i>	49
Лекция 4. Интерференция света	49
Условия возникновения интерференции	49
Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников	50
Лекция 5. Дифракция света	51
Метод зон Френеля	52
Дифракция Френеля.	52
Дифракция Фраунгофера	53
<i>Дифракция от одной щели</i>	53
<i>Дифракционная решетка</i>	54
Лекция 6. Поляризация света	55
Двойное лучепреломление	55
Закон Малюса	55
Поляризация при рассеянии света	56
Поляризация при отражении и преломлении	57
Вращение плоскости поляризации	57

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	58
Введение	58
Лекция 1. Возникновение квантовой механики	58
Излучение абсолютно черного тела	58
<i>Закон Стефана-Больцмана</i>	59
<i>Закон смещения Вина</i>	59
<i>Ультрафиолетовая катастрофа</i>	59
<i>Формула Планка</i>	60
Фотоэлектрический эффект	60
Эффект Комптона	62
Строение атома по Бору	63
Спектр атома водорода	64
Волновая природа частиц. Волны де Бройля	64
Двойственная природа частиц	65
Принцип неопределенности Гейзенберга	66
Лекция 2. Уравнение Шредингера	66
Уравнение Шредингера	66
Смысл пси-функции	67
Принцип соответствия	68
Свободно движущаяся частица	69
Прохождение частиц через потенциальный барьер	69
Прямоугольная потенциальная яма	71
Гармонический осциллятор	72
Атом водорода	72

ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ	74
Введение	74
Структура и свойства атомных ядер	74
Ядерные силы	75
Энергия связи ядер. Дефект массы	76
Ядерные реакции	78
Закон радиоактивного распада	78
Измерение радиоактивности и радиационная защита	79
Элементарные частицы	80