

Лекция 1

- *Электричество – основа жизни современного общества.*
- *Странные свойства янтаря.*
- *Электрический заряд.*
- *Электрическое поле.*

Электричество

Введение

Сегодня трудно себе представить, что всего 150 лет назад изучением электрических явлений занимались только ученые, а 200 лет назад Александр Сергеевич Пушкин писал при свече. Но что такое 150-200 лет? Это всего лишь миг человеческой истории.

Буквально за 100 лет электричество прочно вошло в нашу жизнь. Вспомним хотя бы несколько бытовых приборов в нашем доме: электрическая печь, стиральная машина, пылесос, электромясорубка, электрокофеварка, холодильник, телевизор, компьютер. Без некоторых из них, наверное, можно обойтись, однако полное отключение электричества, хотя бы на пару дней, способно не просто выбить нас из колеи, но и стать причиной экологической катастрофы (учтите, что водоснабжение практически любого современного города обеспечивается электрическими насосами).

Электроэнергетика определяет развитие экономики в целом. Благополучие населения того или иного государства тесно связано с уровнем энергопотребления на душу населения. В настоящее время энергопотребление распределено по земному шару крайне неравномерно. Отметим, что сегодня, в начале XXI века среднее энергопотребление на душу населения в мире составляет около 3 кВт тепловой мощности. При этом 5 % населения индустриально развитых стран (таких как, например, Германия или США) потребляют по 10 кВт тепловой мощности на человека. А есть страны, у которых этот показатель ниже 0,5 кВт.

Все перечисленные выше проблемы, связанные с электричеством, носят, скорее, социальный характер. Мы же, помня, в чем заключается предмет физики (см. «Механика», лекция 1), займемся далее изучением сущности электричества и его законов.

Основы электростатики

Электрический заряд

Происхождение понятия *электрический заряд* связывают с легендой, согласно которой дочь древнегреческого философа и ученого Фалеса Милетского (ок. 625-547 до н. э.) однажды прятала шерсть янтарным веретеном и заметила, что к нему прилипают шерстинки. Она рассказала отцу о своих проблемах. Фалес проверил и обнаружил, что натертый шерстью янтарь притягивает не только шерстинки, но и нитки, волосы, соломинки и другие мелкие предметы.

Янтарь по-гречески – *electron*, и поэтому свойство натертого шерстью янтаря притягивать легкие предметы называли *электризацией*. Подобным свойством обладает и стекло, потертое шелком. Взаимодействие наэлектризованных тел называли *электрическим взаимодействием*. Если тело участвует в электрических взаимодействиях, то говорят, что оно имеет *электрический заряд*.

Шарль Франсуа Дюфэ (1698-1739), французский физик, пришел к выводу о существовании двух видов электричества. Оказалось, что при электризации стеклянной палочки на ней возникает заряд, отличающийся по типу от заряда янтарной палочки. Дюфэ определил, что одинаково заряженные тела отталкиваются, а тела с разными типами зарядов притягиваются. Довольно долго заряды так и назывались: *стеклянный* и *смоляной* (янтарь – затвердевшая смола). Общепринятое в настоящее время обозначение электрических зарядов «+» и «-» ввел Бенджамин Франклин (1706-1790), американский просветитель и государственный деятель. Заряд наэлектризованной стеклянной палочки стал считаться *положительным*, а янтарной – *отрицательным*. Между прочим, отрицательно заряженная элементарная частица получила название *электрон*.

В системе СИ единицей электрического заряда является *кулон* (Кл). Он не относится к основным единицам. Основной электрической единицей является единица измерения силы электрического тока – *ампер* (А), определяющая, какой заряд протекает по проводнику за единицу времени. Эталонное значение ампера устанавливается на основе закона о магнитном взаимодействии токов (см. закон Ампера в лекции 5).

Один кулон – это заряд, проходящий за 1 секунду через сечение проводника, по которому течет ток величиной в 1 ампер.

Атомистичность заряда

Авторы первых теорий электрических взаимодействий в XVIII-XIX веках чаще всего рассматривали в качестве источника электрических свойств особую невесомую электрическую жидкость. Однако законы электролиза, открытые в 30-х годах XIX века Майклом Фарадеем (1791-1867), английским физиком и физико-химиком, основоположником учения об электромагнитном поле, указывали на дискретность электрического заряда. В 1911 величина *элементарного электрического заряда* была установлена прямыми измерениями американского физика Роберта Эндрюса Милликена (1868-1953). Современное значение элементарного заряда: $e = 1,60219 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрический заряд является неотъемлемым свойством большинства элементарных частиц. Заряд всех элементарных частиц (если он есть) одинаков по абсолютной величине и равен элементарному заряду. Правда в конце XX века возникла гипотеза о существовании частиц с дробными электрическими зарядами. Частицы с зарядами $\pm 1/3$ и $\pm 2/3$, из которых, как предполагается, могут состоять все известные элементарные частицы, участвующие в сильных взаимодействиях, называли *кварками*. В настоящее время кварковая гипотеза оформилась в отдельный раздел теоретической физики – *квантовую хромодинамику*. Как следует из этой теории, кварки не могут существовать в свободном состоянии. Следовательно, в природе могут наблюдаться элементарные частицы только с электрическими зарядами, равными элементарному.

Закон Кулона

Великий русский ученый Дмитрий Иванович Менделеев (1834-1907) говорил: «Наука начинается с тех пор, как начинают измерять. Точная наука немислима без меры».

Начало количественного изучения электрических явлений относится к концу XVIII века. В 1767 году Джозеф Пристли (1733-1804), английский философ, химик (отметим, кстати, что именно он открыл кислород) и общественный деятель, опубликовал результаты своих наблюдений, согласно которым внутри заряженной сферы отсутствует действие электрической силы. На основе этого факта он сделал правильный вывод о том, что электрические силы зависят от расстояния так же, как и гравитационные, т.е. убывают обратно пропорционально квадрату расстояния (см. лекцию 5 из «Механики»).

Шарль Огюстен Кулон (1736-1806), французский физик и военный инженер, в 1785 году экспериментально подтвердил выводы Пристли и установил закон взаимодействия электрических зарядов.

Установка, с помощью которой Кулон измерял силы, действующие между заряженными телами, представлена на рис. 1.1. На тонкой металлической нити подвешено легкое изолирующее коромысло, имеющее на одном конце небольшой шарик, а на другом противовес. Верхний конец нити закреплен на вращающейся головке прибора, позволяющей точно отсчитывать угол закручивания нити. Большой стеклянный баллон защищает чувствительные части прибора от движения воздуха. Внутри прибора можно вносить второй шарик, такого же размера, как и первый. Чтобы установить зависимость силы взаимодействия от расстояния между зарядами, шарикам сообщают произвольные заряды, касаясь их третьим заряженным шариком. Шарика, отталкиваясь, устанавливаются на некотором расстоянии, которое измеряют. Затем вращают головку прибора и закручивают нить подвеса, измеряя при этом расстояние между шариками. Из механики известно, что при упругой деформации угол закручивания пропорционален моменту силы, а, зная плечо, можно определить и силу.

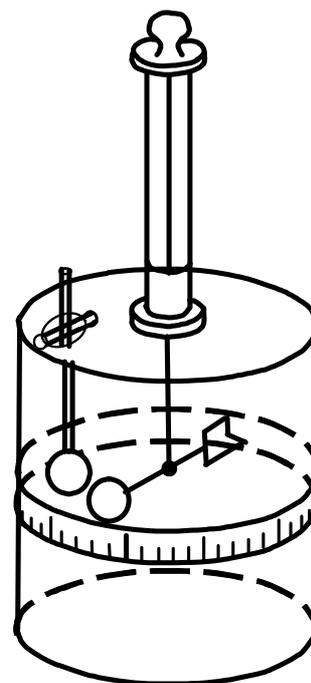


Рис. 1.1

В результате опытов Кулон пришел к выводу, что сила взаимодействия двух зарядов направлена вдоль линии, соединяющей заряды, и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Аналогичные эксперименты с заряженными телами провел и Генри Кавендиш (см. «Механика», лекция 5, раздел «Опытное определение гравитационной постоянной»), но он не опубликовал своих результатов.

Сила взаимодействия между шариками зависит и от значений их зарядов. Однако во времена Кулона не только не умели точно измерять электрические заряды, но даже не знали, что является носителем электрических свойств. Сам Кулон, как и многие его современники, считал, что существует особая электрическая жидкость, спо-

собная перетекать от одного тела к другому, если их соединить металлическим проводником. Поэтому, если к одному из заряженных шариков прикоснуться таким же незаряженным шариком, то заряд распределится между ними поровну, т.е. уменьшится в два раза (подобно тому, как разделится вода между двумя одинаковыми сообщающимися сосудами). Повторяя этот прием, можно уменьшить заряд еще в два раза и т. д. Оказалось, что сила взаимодействия между шариками пропорциональна величине заряда каждого шарика.

Таким образом, Кулон установил, что сила, действующая между зарядами q_1 и q_2 , определяется следующим соотношением:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

где r – расстояние между зарядами, а k – коэффициент пропорциональности, зависящий от единиц измерения зарядов, силы и расстояния. В системе СИ $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

Для того чтобы выразить не только значение силы, но и направление, закон Кулона можно представить в векторной форме (рис. 1.2):

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}. \quad (1.1a)$$

Описанные опыты были проведены в воздухе, в котором взаимодействие зарядов мало отличается от взаимодействия в вакууме. Поэтому формулы (1.1) и (1.1a) выражают закон взаимодействия зарядов в вакууме.

Следует отметить также, что закон Кулона имеет такой простой вид только потому, что получен для заряженных тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между ними, т.е. для *точечных зарядов*.

Зная закон взаимодействия между точечными зарядами, можно найти силу взаимодействия между телами конечных размеров. Для этого нужно разбить каждое из этих тел на столь малые части, чтобы заряды, сосредоточенные на них, можно было бы считать точечными. Затем вычислить взаимодействия между зарядами, взятыми попарно, и векторно сложить эти силы.

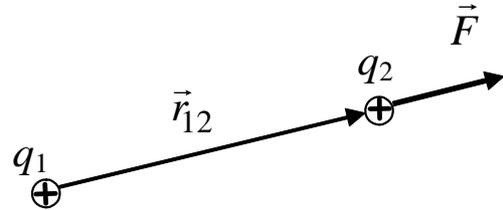


Рис. 1.2.

Рационализированная запись формул

Многие формулы электродинамики становятся компактнее, если в законе Кулона использовать *рационализированную* форму записи константы k

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Тогда выражение (1.1а) примет вид:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \quad (1.1б)$$

где ϵ_0 – физическая константа, называемая *электрической постоянной*. Численное значение $\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Фарад (Ф) – единица емкости (см. лекцию 3), названная в честь Фарадея.

Закон сохранения заряда

В макроскопических телах электрические заряды противоположных знаков с большой степенью точности компенсируют друг друга. Например, в теле человека примерно 10^{28} отрицательных электронов и ровно столько же положительных протонов, так что в целом человеческое тело электрически нейтрально. А что случится, если в вашем теле число электронов вдруг увеличится хотя бы всего на одну миллиардную (!) от их общего количества (одна миллиардная от 10^{28} составляет 10^{19}), а в теле вашего соседа уменьшится на столько же? Чтобы узнать это, вычислим силу, с которой взаимодействовали бы два точечных заряда по $10^{19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл каждый на расстоянии 1 м:

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{1,6 \cdot 1,6}{1^2} \approx 23 \cdot 10^9 \text{ Н.}$$

То есть между вами возникла бы сила притяжения, равная весу тела массой примерно 2 миллиона тонн (!) на поверхности Земли. Такой эффект было бы трудно не заметить. Мы без труда почувствовали бы и силу в миллиард раз меньшую. Поэтому, если бы где-то в результате какого-либо процесса баланс между положительными и отрицательными зарядами изменился хотя бы даже совсем незначительно, этот факт не остался бы незамеченным.

Согласно современным представлениям электрические заряды могут исчезать и возникать. Однако всегда возникают или исчезают одновременно два элементарных заряда противоположных знаков.

Суммарный заряд электрически изолированной системы (система называется электрически изолированной, если через ограничивающую ее поверхность не протекает электрический ток) не может изменяться.

$$\sum q_i = \text{const.} \quad (1.2).$$

Последнее утверждение носит название *закона сохранения электрического заряда*.

Электростатическое поле

Заряды взаимодействуют друг с другом, находясь на расстоянии. Возникает вопрос, как силы, действующие между зарядами, передаются от одного тела к другому? В процессе развития физики существовали два противоположных подхода к ответу на поставленные вопросы.

Первый предполагал, что тела могут действовать друг на друга на расстоянии, без участия промежуточной среды, т.е. силы могут передаваться мгновенно от одного тела к другому через пустоту (теория дальнего действия).

Согласно второму, взаимодействия могут передаваться только при наличии какой-то среды, заполняющей пространство между телами, последовательно от одной части этой среды к другой с конечной скоростью (теория ближнего действия).

С точки зрения современных физических представлений второй подход предпочтительней. Считается, что, если в некоторую область пространства поместить тело, то вокруг него создаются такие условия, что на другое тело, расположенное на некотором расстоянии от него, действует сила. Иначе говоря, вокруг тела возникает силовое поле (см. лекцию 6 из «Механики», раздел «Понятие о силовом поле»). В нашем случае покоящееся заряженное тело создает в окружающем его пространстве *электростатическое поле*.

Что такое электростатическое поле? Мы знаем, что оно реально существует. Мы можем его исследовать с помощью физических приборов. Поле материально в том смысле, что оно существует независимо от нашего сознания, т.е. оно не является продуктом нашей фантазии.

Электростатическое поле обладает определенными физическими свойствами, к описанию которых мы и переходим.

Напряженность электростатического поля

Одно из основных свойств электростатического поля – это способность действовать на электрически заряженные тела (электрические заряды) с некоторой силой.

Будем помещать в одну и ту же точку поля небольшие заряженные тела, и измерять действующие на них силы. Можно заметить, что отношение силы, действующей на пробный заряд q_0 , к величине заряда, не зависит от его величины и может рассматриваться как *силовая характеристика* поля в данной точке.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (1.3)$$

Эта физическая величина называется *напряженностью* электрического поля.

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Единица напряженности электростатического поля – ньютон на кулон. Это напряженность такого поля, которое действует на точечный заряд в 1 Кл силой 1 Н. Можно записать иначе $1\text{Н/Кл} = 1\text{В/м}$, где 1 вольт (В) – единица потенциала электростатического поля (см. лекцию 2).

Напряженность поля точечного заряда

Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом, можно найти из определения напряженности и закона Кулона. Пусть поле создается точечным зарядом q . Тогда на помещенный в точку, определяемой проведенным от заряда в выбранную точку радиус-вектором \vec{r} , пробный заряд q_0 действует сила $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$. В со-

ответствии с определением (1.3) напряженность поля, создаваемого зарядом q :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.4)$$

Величина вектора напряженности:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1.4a)$$

Из формулы (1.4) следует, что вектор \vec{E} направлен «от положительного» заряда или «к отрицательному» заряду (см. рис. (1.3)).

Суперпозиция полей

Сила, с которой данная система зарядов действует на выделенный точечный заряд, равна векторной сумме сил, с которыми действует на него каждый из зарядов системы (см. «Механика», лекция 4, выражение (4.4)). Отсюда следует, что для электрического поля выполняется *принцип суперпозиции*:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (1.5)$$

Напряженность \vec{E} поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Принцип суперпозиции позволяет, в принципе, рассчитать электростатическое поле любой системы неподвижных зарядов.

Поле двух точечных зарядов

Пусть электростатическое поле создается двумя неподвижными точечными зарядами противоположных знаков, расположенных на расстоянии a друг от друга, как показано на рис. 1.3. Определим вектор напряженности поля в точке, находящейся на расстоянии a_1 от первого и a_2 от второго зарядов.

Направление вектора \vec{E} определяется геометрическим сложением векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , а его длина – теоремой косинусов:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha,$$

где $E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a_1^2}$, а $E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 a_2^2}$. Углы α и α^* – внутренние накрест

лежащие, поэтому $\cos \alpha = \cos \alpha^* = \frac{a_1^2 + a_2^2 - a^2}{2a_1 a_2}$

Поле тонкой нити

Пусть положительный электрический заряд q равномерно «размазан» вдоль тонкой нити длиной l . Заряд, приходящийся на единицу длины нити, характеризуется величиной *поверхностной плотности*

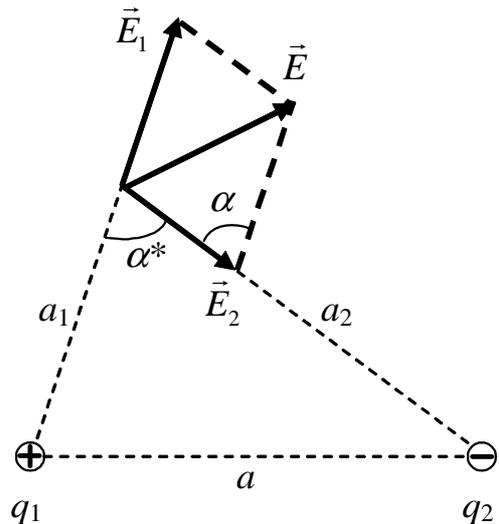


Рис. 1.3.

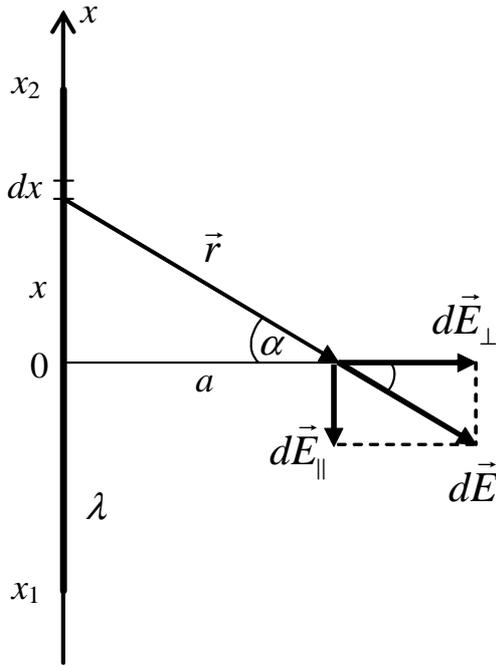


Рис. 1.4.

заряда $\lambda = q/l$, а заряд, приходящийся на бесконечно малый «кусочек» нити длиной dl , равен $dq = \lambda \cdot dl$. Если разбить всю нить на такие «кусочки», то каждый из них можно считать точечным зарядом. Вычислим поле, создаваемое этими зарядами (т.е. заряженной нитью) на расстоянии a .

Для удобства направим вдоль нити ось x (рис. 1.4). В этом случае $dl = dx$, а $dq = \lambda \cdot dx$. Вектор напряженности электростатического поля $d\vec{E}$, создаваемого точечным зарядом dq , разложим на две составляющие перпендикулярную и параллельную нити: $d\vec{E} = d\vec{E}_\perp + d\vec{E}_\parallel$.

В соответствии с (1.4а) $dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + a^2}$ Как видно из

рисунка, $dE_\perp = dE \cdot \cos \alpha$, $dE_\parallel = dE \cdot \sin \alpha$, $\cos \alpha = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}}$,

$\sin \alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$. Чтобы получить поле, создаваемое всей нитью,

просуммируем вклады в перпендикулярную и параллельную составляющие от всех зарядов, находящихся между концами нити (как вы, конечно, помните, такие бесконечные суммы бесконечно малых величин называются интегралами):

$$E_\perp = \int dE_\perp = \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + a^2)^3}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + a^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + a^2}} \right),$$

$$E_\parallel = \int dE_\parallel = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 + a^2)^3}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\sqrt{x_1^2 + a^2}} - \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + a^2}} \right).$$

Надеемся, что вы хорошо знаете математику, и легко «взяли» эти интегралы.

Полное поле нити $E = \sqrt{E_\perp^2 + E_\parallel^2}$.

Рассмотрим случай *бесконечно длинной нити*, т.е. когда расстояния от концов нити до выбранной точки намного превышают кратчайшее расстояние до нити ($|x_1| \gg a$, $x_2 \gg a$ или $x_1 \rightarrow -\infty$, $x_2 \rightarrow +\infty$). Совершая предельный переход получим:

$$E_{\perp} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\lim_{x_2 \rightarrow \infty} \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + a^2}} - \lim_{x_1 \rightarrow -\infty} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + a^2}} \right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a},$$

$$E_{\parallel} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\lim_{x_1 \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + a^2}} - \lim_{x_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x_2^2 + a^2}} \right) = 0.$$

Полное поле бесконечной нити на расстоянии a от нее:

$$E = E_{\perp} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \quad (1.6)$$

Как видно из полученного результата, электрическое поле бесконечной нити содержит только перпендикулярную составляющую. Так как бесконечная прямая нить *симметрична* относительно любой своей точки, вклады от ее «верхней» (по рисунку) и «нижней половин» одинаковы. Вклады «половин» в перпендикулярную составляющую имеют одинаковый знак, а в параллельную – противоположный. Этот вывод можно было сделать и не решая задачу, а только *анализируя свойства ее симметрии*. Анализ симметрии часто позволяет существенно упростить решение задачи.

Силовые линии поля

Для наглядного описания электрического поля используют метод силовых линий (линий напряженности). Аналогия пришла из гидродинамики, поэтому определение силовых линий осуществляется тем же способом, что и определение линий тока («Механика»,

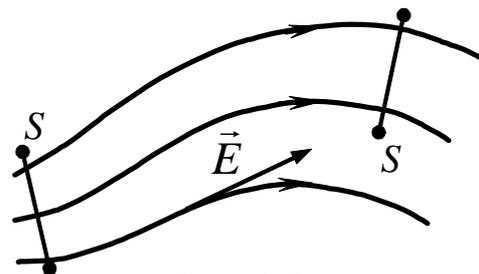


Рис. 1.5.

лекция 13). В каждой точке пространства *касательная к силовой линии совпадает по направлению с вектором напряженности электрического поля*. Число линий, пронизывающих единицу поверхности площади, перпендикулярной к силовым линиям, принимается равным численному значению вектора \vec{E} в данной области пространства (например, слева на рис. 1.5 напряженность поля примерно в полтора

раза больше, чем справа). Силовые линии всегда начинаются и заканчиваются на покоящихся зарядах или уходят в бесконечность.

Так как в каждой точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, линии напряженности нигде не пересекаются. Для однородного поля силовые линии параллельны друг другу (сможете сами объяснить, почему?). Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен.

Поток вектора напряженности

Снова вернемся к гидродинамическим аналогиям («Механика», лекция 13, выражения (13.10), (13.10а) и пояснения к ним). Поток жидкости (расход) определяется произведением скорости жидкости на площадь сечения трубы. По аналогии поток любого вектора (его часто обозначают греческой заглавной буквой «фи») через перпендикулярную ему поверхность dS_{\perp} можно считать

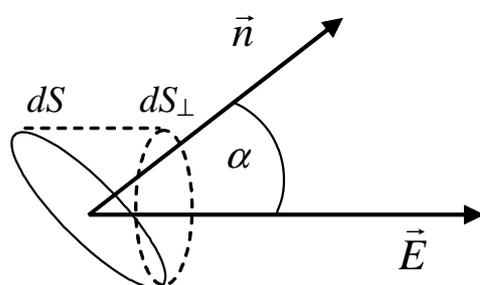


Рис. 1.6.

равным произведению величины этого вектора на площадь перпендикулярной поверхности. Например, для вектора \vec{E} (рис 1.6):

$$d\Phi = E dS_{\perp} = E dS \cos \alpha = \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (1.7)$$

Таким образом, поток вектора напряженности есть скалярное произведение вектора \vec{E} на элемент площадки $d\vec{S} = \vec{n} dS$, где \vec{n} – единичный вектор нормали к площадке. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

Поток вектора \vec{E} через произвольную поверхность равен сумме потоков через все ее элементарные площадки. Это означает, что для вычисления потока нужно взять интеграл по выбранной поверхности:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (1.8)$$

Согласно данному выше определению силовых линий, *поток вектора напряженности через некоторую поверхность численно равен полному числу силовых линий, пронизывающих эту поверхность.*

Теорема Гаусса

Закон Кулона позволяет находить электростатические поля точечных зарядов. Используя принцип суперпозиции, можно рассчитать поля протяженных заряженных тел. Но, оказывается, между распределением зарядов и создаваемым ими полем существует более глубокая связь, выражающаяся теоремой Гаусса (Карл Фридрих Гаусс (1777-1855) – немецкий математик, астроном и физик).

Теорема формулируется следующим образом:

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри объема, ограниченного этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i. \quad (1.9)$$

N – число зарядов, находящихся внутри поверхности (считать нужно только их). Замкнутость поверхности обозначается кружком на символе интеграла.

Доказательство

Замкнутой называется поверхность, которая делит все пространство на две изолированные области: «внутри» и «снаружи». Выберем, например, в качестве *гауссовой* поверхности сферу S_R радиуса R , центр которой совпадает с положением точечного заряда q (рис. 1.7). В силу того, что на всей поверхности сферы вектор напряженности совпадает по направлению с вектором нормали и имеет одинаковую величину, его поток равен:

$$\Phi = \oint_{\{S_R\}} \vec{E} d\vec{S} = E(R) \oint_{\{S_R\}} dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} S_R = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

При взятии интеграла учтено, что сумма площадей всех элементарных площадок на сфере равна площади сферы.

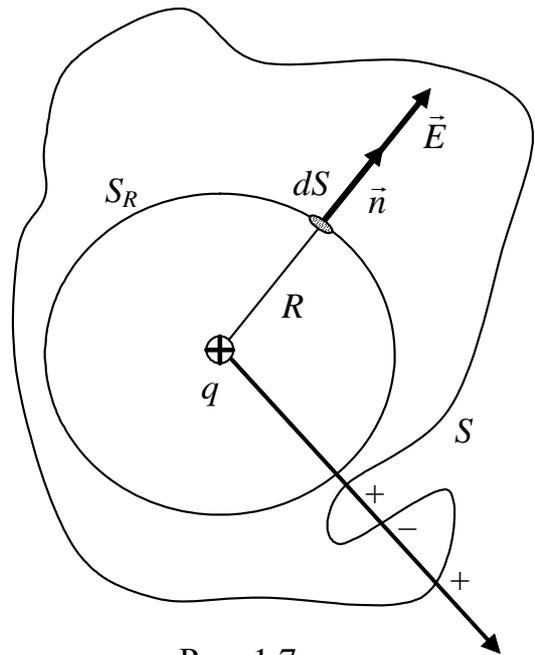


Рис. 1.7.

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность S , охватывающую заряд q , не зависит от формы поверхности. Действительно, любая деформация сферы (без разрывов) не изменит полного числа пересекающих ее силовых линий: выходящие линии считаются со знаком «+», входящие – со знаком «-» (рис. 1.7).

Пусть внутри данной замкнутой поверхности заключено произвольное число точечных зарядов любого знака. В силу принципа суперпозиции, результирующий поток будет определяться суммой потоков, создаваемых каждым зарядом:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \oint \sum_{i=1}^N \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_{i=1}^N \oint \vec{E}_i d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i .$$

Полученное выражение совпадает по форме с (1.9). Однако, чтобы завершить доказательство, нужно показать, что заряды, расположенные снаружи не создают потока через поверхность. Как видно из рис. 1.8, если силовая линия не начинается и не заканчивается внутри поверхности, то она входит внутрь ровно столько же раз, сколько и выходит. Значит поток, связанный с этой линией, равен нулю. А так как силовые линии начинаются и заканчиваются на зарядах, заряды, расположенные снаружи, не создают потока через поверхность, т.е.:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i^{(\text{внутр.})} .$$

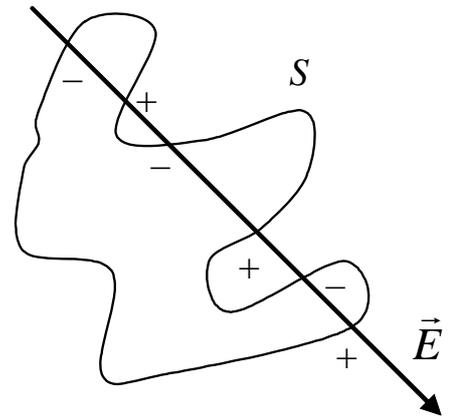


Рис. 1.8.

Применение теоремы Гаусса к вычислению полей

Поле бесконечной равномерно заряженной плоскости

Из соображений симметрии, очевидно, что вектор напряженности поля должен быть направлен перпендикулярно плоскости. Действительно, как ни поворачивай плоскость относительно перпендикулярной ей произвольной оси, она будет совпадать сама с собой. Но тогда и вектор напряженности поля, созданного плоскостью в точке, лежащей на выбранной оси, должен при таких поворотах оставаться самим собой, а значит, направлен вдоль оси. В силу произвольности оси, это справедливо для любой точки!

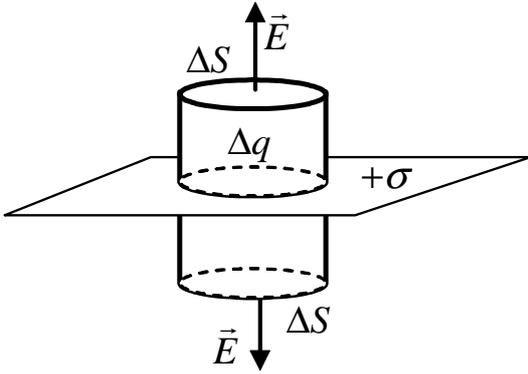


Рис. 1.9.

В качестве гауссовой выберем цилиндрическую поверхность с образующими, перпендикулярными к плоскости, и основаниями, параллельными ей и находящимися на одинаковом расстоянии (рис. 1.9). Поток вектора напряженности поля через боковую поверхность равен нулю (силовые линии параллельны боковой поверхности). Поток через оба основания равен $\oint \vec{E} d\vec{S} = 2E \cdot \Delta S$ (поток через основания одинаков в силу симметрии). В силу теоремы Гаусса $2E\Delta S = \Delta q/\epsilon_0$. Откуда $E = \Delta q/(2\epsilon_0\Delta S)$. Величина $\sigma = \Delta q/\Delta S$ называется *поверхностной плотностью* зарядов. С учетом этого:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.10)$$

Итак, поле бесконечной заряженной плоскости перпендикулярно к плоскости и не зависит от расстояния до нее, т.е. – *однородно*.

Поле равномерно заряженной бесконечной нити

Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут радиальными прямыми, перпендикулярными нити. В качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр радиуса r и длиной Δl , ось которого совпадает с нитью (рис. 1.10). Внутри замкнутого цилиндра окажется заряд равный Δq . Поток вектора E через основания цилиндра равен нулю, а через боковую поверхность равен $2\pi \cdot r \cdot \Delta l \cdot E$. Следовательно, по теореме Гаусса $2\pi \cdot r \cdot \Delta l \cdot E = \Delta q/\epsilon_0$.

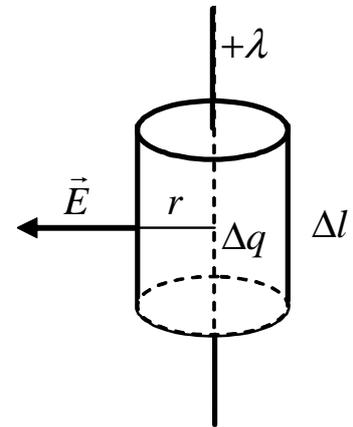


Рис. 1.10.

Откуда $E = \Delta q/(2\pi\epsilon_0 r \Delta l)$. Отношение заряда к длине участка нити, на котором находится заряд, равно линейной плотности заряда $\lambda = \Delta q/\Delta l$. С учетом этого, получим результат

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (1.11)$$

совпадающий (что, конечно же, вполне закономерно) с (1.6).

Лекция 2

- *Работа электростатических сил.*
- *Энергетическая характеристика поля.*
- *Энергия системы зарядов.*
- *Связь между напряженностью и потенциалом.*
- *Уравнение Пуассона.*
- *«Déjà vu» или «Repetitio est mater studiorum».*

Потенциал электростатического поля

Введение

В предыдущей лекции была представлена силовая характеристика электростатического поля – напряженность. Однако ранее, при изучении механики отмечалось, что иногда понятие силы теряет смысл («Механика», лекция 5). Например, силовые представления невозможно использовать при описании взаимодействий микрочастиц. В этом случае, основной величиной, характеризующей взаимодействие, становится энергия – наиболее общая количественная мера различных форм движения и взаимодействия материи.

Электрическое взаимодействие также можно характеризовать его энергией, поэтому для электростатического поля можно ввести энергетическую характеристику – *потенциал* поля. Ранее мы установили, что изменение энергии можно считать мерой совершаемой работы («Механика», лекция 6). Следовательно, чтобы определить энергетическую характеристику электростатического поля, нужно рассчитать работу электростатической силы по перемещению электрического заряда.

Электростатический потенциал

Поместим в электростатическое поле пробный заряд q_0 . На него действует сила $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Пусть под действием сил поля заряд совершает бесконечно малое перемещение $d\vec{r}$, тогда работа по перемещению заряда равна:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Как вы уже вероятно заметили, выражение для электростатической силы, действующей между двумя зарядами (1.1), с точностью до обозначений совпадает с выражением для гравитационной силы притяжения между двумя точечными массами («Механика», лекция

5, выражение (5.1)). Поэтому работа сил электростатического поля при перемещении пробного заряда q_0 из одной произвольной точки в другую, как и в случае гравитационного поля, не должна зависеть от формы траектории («Механика», лекция 6, выражение (6.11)):

$$A = q_0 \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \Pi_1 - \Pi_2,$$

где Π потенциальная энергия заряда в электростатическом поле. Как видно из последнего выражения, работа по перемещению заряда силами поля пропорциональна величине заряда. Следовательно, можно (как и в случае с силовой характеристикой) ввести величину, которая не зависит от величины пробного заряда, но характеризует потенциальную энергию заряда в поле. Эта величина называется *потенциалом* электростатического поля:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_0} \quad (2.1)$$

Потенциал представляет собой энергетическую характеристику поля.

Понятие потенциала позволяет выразить работу сил электростатического поля по перемещению заряда q следующим образом:

$$dA = -d\Pi = -q_0 \cdot d\varphi \quad \text{или} \quad A = -\Delta\Pi = q_0 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (2.2)$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы, создаваемые полем в начальной и конечной точках траектории.

Единица потенциала

Из выражения (2.2) следует, что в системе СИ разность потенциалов между двумя точками, при перемещении между которыми положительного заряда в 1 кулон совершается работа в 1 джоуль, равна. 1Дж / 1 Кл. Такая единица получила собственное наименование – вольт (В) (по имени итальянского физика и физиолога Алессандро Вольта (1745-1827)).

Выражение (2.2) служит также определением дополнительной единицы энергии *электрон-вольт* (эВ), широко используемой в физике элементарных частиц. $1 \text{ эВ} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Из формулы (2.2) следует, что работа по перемещению заряда по замкнутой траектории равна нулю (см. «Механика», лекция 6, выражение (6.13)). Значит, для электростатического поля выполняется условие потенциальности:

$$\oint \vec{E} d\vec{r} = 0. \quad (2.3)$$

Интеграл вида (2.3) называется *циркуляцией* (от лат. *circulatio* – движение по кругу) вектора напряженности электростатического поля. Следовательно, *циркуляция вектора электростатического поля по произвольному замкнутому контуру равна нулю*.

Как будет показано в дальнейшем, вывод о равенстве нулю циркуляции вектора \vec{E} несправедлив, если заряды, создающие поле, движутся.

Потенциал поля точечного заряда

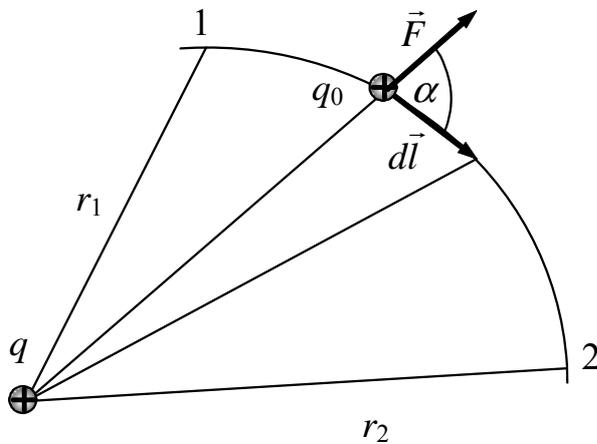


Рис. 2.1.

Пусть поле создается неподвижным точечным зарядом q . Пробный заряд q_0 перемещается между точками 1 и 2 по произвольной траектории (рис 2.1). Найдем работу кулоновской силы при перемещении пробного из точки, находящейся на расстоянии r_1 от заряда, создающего электростатическое поле, в точку, находящуюся на расстоянии r_2 от

него. Элементарная работа электростатической силы на участке $d\vec{l}$ (такое обозначение использовано для перемещения, т.к. буквой r в данном примере обозначается расстояние между зарядами, и, следовательно, величина dr соответствует приращению этого расстояния, а не радиус вектора) равна

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{l} = k \frac{qq_0}{r^2} dl \cdot \cos \alpha = \frac{q \cdot q_0 \cdot dr}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Мы учли, что $dl \cdot \cos \alpha = dr$.

Для работы при перемещении от положения 1 до положения 2 получаем:

$$A = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (2.4)$$

Из этой формулы видно, что работа электростатической силы, действующей между двумя точечными зарядами, действительно не зависит от формы траектории, а определяется только изменением расстояния между зарядами.

Вернемся к понятию потенциала. Для этого перепишем формулу (2.4) в виде $A = q_0 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right)$. Сравнивая с выражением (2.2),

заметим, что потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q , определяется следующим образом:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + C. \quad (2.5)$$

Как видно из формулы (2.5), потенциал определен с точностью до произвольной постоянной. Это никак не сказывается на вычислении работы, так как в формулу (2.2) входит разность потенциалов. Часто потенциал на бесконечности полагают равным нулю (т.е. в формуле (2.5) $C = 0$).

Если переместить пробный заряд из некоторой точки в бесконечность, где его потенциал равен нулю, то работа сил поля будет равна $A_\infty = q_0\varphi$ или

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}. \quad (2.6)$$

Таким образом, потенциал – физическая величина, определяемая работой сил поля по перемещению положительного единичного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность.

Принцип суперпозиции для потенциала

Так как напряженность электростатического поля подчиняется принципу суперпозиции, потенциал результирующего поля системы равен *алгебраической* сумме потенциалов полей, создаваемых каждым зарядом

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i, \quad (2.7)$$

где N – полное число зарядов, создающих поле.

Потенциал в силу своего скалярного характера имеет преимущество перед векторной напряженностью: при расчете результирующего поля напряженности складываются геометрически, а потенциалы – алгебраически.

Энергия системы зарядов

Система заряженных тел обладает потенциальной энергией. Пусть имеются два заряда q_1 и q_2 , находящиеся на расстоянии r_{12} .

При удалении одного из зарядов на бесконечность потенциальная энергия взаимодействия между ними становится равной нулю. Для сближения зарядов на расстояние r_{12} необходимо совершить работу, которая идет на увеличение (или уменьшение, в зависимости от знаков зарядов) потенциальной энергии системы. Пусть заряд q_1 приближается к закрепленному заряду q_2 из бесконечности на расстояние r_{12} . Согласно (2.6), работа по его перемещению равна $A_1 = q_1 \cdot \varphi_1$, где φ_1 – потенциал, создаваемый зарядом q_2 на расстоянии r_{12} , который можно рассчитать по формуле (2.5).

Следовательно, $A_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$. С другой стороны, если заряд q_2

приближается из бесконечности к заряду q_1 на расстояние r_{12} , работа $A_2 = q_2 \varphi_2$, где φ_2 – потенциал, создаваемый закрепленным зарядом q_1 , или $A_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$.

Результаты получились одинаковыми, поскольку одинаково начальное и конечное расположение зарядов. Каждая из работ A_1 и A_2 равна энергии взаимодействия двух зарядов $W = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2$, или в симметричной форме $W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2)$.

Потенциальная энергия системы произвольного количества зарядов определяется выражением

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i, \quad (2.8)$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i -го, в точке, где находится i -ый заряд; q_i – величина i -го заряда; N – полное число зарядов системы.

Связь потенциала с напряженностью поля

Работу по перемещению заряда электростатическими силами можно вычислить двумя способами:

$$\delta A = q \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{или} \quad \delta A = -q d\varphi.$$

Конечно, полученная величина работы не должна зависеть от того, с помощью какой формулы мы будем ее вычислять, поэтому

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\varphi. \quad (2.9)$$

Скалярное произведение $\vec{E} \cdot d\vec{r}$ можно представить в координатной форме. Тогда $\vec{i} E_x dx + \vec{j} E_y dy + \vec{k} E_z dz = -d\varphi$.

Взяв от этого выражения частные производные по x , y , и z , получим: $E_x = -\partial\varphi/\partial x$; $E_y = -\partial\varphi/\partial y$; $E_z = -\partial\varphi/\partial z$. Или

$$\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z = -\left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi.$$

Выделенный в скобках дифференциальный оператор обозначает процедуру нахождения градиента (см. «Механика», лекция 6, выражение (6.14)).

Таким образом, напряженность электростатического поля равна взятому со знаком минус градиенту потенциала

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (2.10)$$

Учитывая, что вектор градиента скалярной величины направлен в сторону максимально быстрого возрастания этой величины, можно сказать, что вектор напряженности электростатического поля *направлен в сторону наиболее быстрого уменьшения потенциала*.

Эквипотенциальные поверхности

Благодаря связи между напряженностью и потенциалом, электрическое поле можно задать как определением вектора напряженности в каждой точке, так и с помощью распределения потенциала. Поэтому для наглядного графического представления электростатического поля наряду с силовыми линиями поля вводят *эквипотенциальные поверхности* (т.е. поверхности одинакового потенциала), которые определяются условием

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

Нетрудно показать, что эквипотенциальные поверхности всегда перпендикулярны силовым линиям электростатического поля. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности равна нулю, т.е. силы, действующие на заряд, всегда нормальны к эквипотенциальным поверхностям.

Пользуясь этим правилом, можно построить эквипотенциальные поверхности, зная расположение силовых линий, и наоборот, зная расположение эквипотенциальных поверхностей, можно построить систему линий напряженности электростатического поля.

Вычисление потенциала по напряженности поля

Используя формулу (2.9), мы можем рассчитать потенциалы тех полей, для которых нам известны напряженности

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}. \quad (2.11)$$

Потенциал равномерно заряженной бесконечной плоскости

Напряженность поля однородно заряженной плоскости определяется формулой (1.10). Следовательно, разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x_2 - x_1) = E\Delta x. \quad (2.12)$$

Потенциал равномерно заряженной бесконечной нити

Напряженность поля однородно заряженной нити определяется формулой (1.11). Следовательно, разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от нити, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (2.13).$$

Уравнение Пуассона

Как мы уже отмечали, рассчитывать характеристики электростатического поля с помощью потенциала проще, так как он – величина скалярная. К тому же, чтобы найти напряженность, зная потенциал, достаточно взять три производные (см. (2.10)), а чтобы найти потенциал, зная напряженность, нужно в общем случае взять три интеграла (см. (2.11)). Любой студент, благополучно доучившийся до второго курса, знает, что первый способ гораздо проще.

Как же в общем случае определяется потенциал поля, заданного системой зарядов? С одной стороны, мы знаем, что напряженность поля связана с распределением зарядов теоремой Гаусса (см. (1.9)), с другой – потенциал связан с напряженностью (см. (2.10)). Проблема в том, что формула (2.10) связывает напряженность поля с потенциалом в данной точке (т.е. дифференциально), а теорема Гаусса задает интегральное соотношение между распределением зарядов и напряженностью поля (т.е. имеет отношение к протяженной области пространства).

Теорема Остроградского-Гаусса

Попытаемся получить теорему Гаусса в дифференциальной форме. Для этого рассчитаем поток вектора напряженности через поверхность бесконечно маленького кубика со сторонами dx , dy и dz (рис. 2.2).

Рассмотрим сначала поток через две грани, перпендикулярные оси x . В соответствии с определением потока и правилом знаков (см. пояснения к рис. 1.6. предыдущей лекции)

$$\begin{aligned} d\Phi^{(x)} &= \Phi^{(x+\Delta x)} - \Phi^{(x)} = \\ &= (E_x(x+dx) - E(x)) dydz \end{aligned}$$

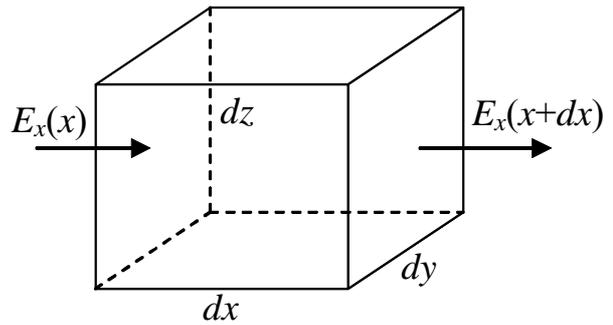


Рис. 2.2.

Согласно правилам математики, значения функции в двух бесконечно близких точках связаны соотношением $E_x(x+dx) = E_x(x) + \frac{\partial E_x}{\partial x} dx$. Поэтому

$$d\Phi^{(x)} = \frac{\partial E_x}{\partial x} dx dy dz.$$

Аналогично можно записать:

$$d\Phi^{(y)} = \frac{\partial E_y}{\partial y} dx dy dz, \quad d\Phi^{(z)} = \frac{\partial E_z}{\partial z} dx dy dz.$$

Поток через полную поверхность кубика равен сумме потоков через все его грани:

$$\begin{aligned} d\Phi &= d\Phi^{(x)} + d\Phi^{(y)} + d\Phi^{(z)} = \\ &= \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) dV = dV \cdot \operatorname{div} \vec{E}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где $dV = dx dy dz$ – объем выбранного кубика. Операция дифференцирования компонент вектора, заключенная в скобки в выражении (2.14), называется нахождением *дивергенции вектора* \vec{E} (от лат. *divergentia* – расхождение).

Для того чтобы найти поток через замкнутую поверхность S , ограничивающую тело конечных размеров, разобьем его на бесконечно маленькие кубики. При суммировании потоков через поверхности всех кубиков, потоки через смежные поверхности соседних кубиков одинаковы по величине, но противоположны по знаку. Следовательно, эта сумма равна потоку только через внешнюю поверхность S . С другой стороны, согласно (2.14), этот поток равен интегралу по объему, ограниченному поверхностью S от дивергенции вектора напряженности.

Таким образом,

$$\oint_{\{S\}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\{V_S\}} \operatorname{div} \vec{E} \cdot dV \quad (2.15)$$

Это и есть теорема Остроградского-Гаусса.

Теорема Гаусса в дифференциальной форме

Введем понятие объемной плотности электрического заряда

$$\rho_e = \frac{dq}{dV} \quad \left(\rho_e = \frac{\Delta q}{\Delta V}, \text{ если } \rho_e = \text{const} \right) \quad (2.16)$$

Тогда заряд, находящийся внутри объема, ограниченного поверхностью S , можно представить в виде $q = \int dq = \int_{\{V_S\}} \rho_e dV$, а усло-

вие теоремы Гаусса записать следующим образом:

$$\oint_{\{S\}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\{V_S\}} \rho_e dV.$$

Или согласно теореме Остроградского-Гаусса:

$$\int_{\{V_S\}} \operatorname{div} \vec{E} \cdot dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\{V_S\}} \rho_e dV.$$

Учтем, что полученное выражение справедливо для произвольных замкнутых поверхностей, а, следовательно, выполняется всегда только в случае равенства подинтегральных выражений:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}. \quad (2.17)$$

Выражение (2.17) является дифференциальной формой теоремы Гаусса.

Уравнение для потенциала

Подставив в (2.17) выражение (2.10), получим

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0}.$$

Согласно определению, градиент потенциала – это вектор с координатами $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)$, тогда дивергенция от него, в соответствии с определением (2.14) равна

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \equiv \Delta \varphi,$$

где

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.18)$$

оператор Лапласа (или лапласиан). Вы, конечно же, помните, что значок « \equiv » эквивалентен фразе: «тождественно равно». В нашем случае его можно понимать как «равно по определению».

С учетом этого определения, получим следующее дифференциальное уравнение для потенциала электростатического поля:

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0}. \quad (2.19)$$

Это уравнение называется *уравнением Пуассона* (Симеон Дени Пуассон (1781-1840), французский ученый). С помощью этого уравнения можно рассчитывать потенциалы полей, заданных произвольным распределением зарядов.

Правда любой студент, знающий высшую математику хотя бы на «хорошо», отлично понимает, что избавиться от второй производной можно только двойным интегрированием. Поэтому решить уравнение Пуассона «в лоб» удастся лишь в очень редких случаях. С другой стороны, дифференциальная форма уравнения прекрасно подходит для численного компьютерного интегрирования.

Поле равномерно заряженного шара

В качестве примера применения уравнения Пуассона рассмотрим расчет электростатического поля шара, имеющего равномерно распределенный по объему заряд ($\rho_e = \text{const}$). Конечно, мы понимаем, что в реальных условиях создать такую систему, скорее всего, невозможно из-за стремления свободных зарядов занять место на поверхности заряженного тела (такое поведение зарядов является одним из проявлений закона обратных квадратов).

С другой стороны, решив эту модельную задачу, мы узнаем, как распределено гравитационное поле внутри однородного массивного сферического тела (см. «Механика», лекция 5, пояснения к рис. 5.2).

В самом начале нашего курса отмечалось, что решение любой задачи можно сильно упростить, если выбрать подходящую систему координат. В случае сферически симметричных задач решение лучше искать, используя *сферическую систему координат*. В этой системе для определения положения точки P используется расстояние

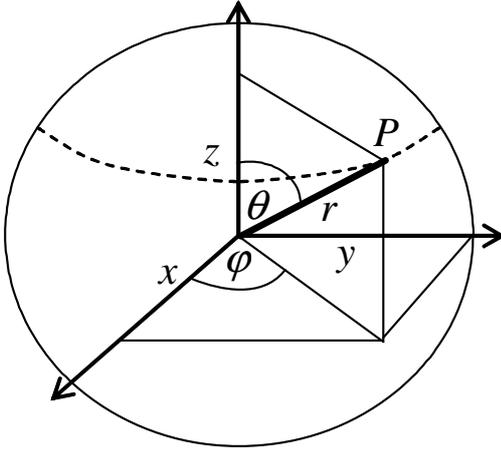


Рис. 2.3.

до начала координат r , полярный угол θ , и азимутальный угол φ . Связь сферической системы координат с декартовой показана на рис. 2.3:

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta. \end{cases}$$

Важно помнить, что явный вид оператора Лапласа зависит от выбора координатной системы. Например, в сфери-

ческой системе координат:

$$\Delta \equiv \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right].$$

Тем, кому интересно, каким образом появилось это выражение, советуем прочитать в курсе высшей математики главу, посвященную криволинейным системам координат.

Итак, пусть распределение электрического заряда имеет вид:

$$\rho_e(r) = \begin{cases} \rho_e, & r \leq R \quad (\text{область 1}) \\ 0, & r > R \quad (\text{область 2}). \end{cases} \quad (2.20)$$

В силу сферической симметрии распределения зарядов (т.е. независимости от полярного и азимутального углов), потенциал также должен обладать сферической симметрией (т.е. не зависеть от θ и φ). Тогда в уравнении Пуассона останется только радиальная часть оператора Лапласа:

$$\Delta_r \varphi \equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (2.21)$$

Решать уравнение (2.21) удобнее, если разбить пространство на две области в соответствии с (2.20). Тогда для области 2:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \right) = 0.$$

Следовательно:

$$r^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = \frac{C}{r^2}.$$

Величина $\frac{\partial \varphi_2}{\partial r}$ для сферически симметричной задачи определяет

градиент функции φ_2 . Значит, $E_2 = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{C}{r^2}$ и, в соответствии с

(2.10), напряженность поля заряженного шара на расстоянии от шара, превышающем его радиус, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. Так как на большом расстоянии поле шара должно совпадать с полем точечного заряда

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{R^3 \rho_e}{3\epsilon_0 r^2}, \quad (2.22)$$

где $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_e$ – полный электрический заряд шара. Как видно из

(2.22), поле заряженного шара на расстоянии, превышающем его радиус, совпадает с полем равного по величине точечного заряда, помещенного в центре шара.

Для потенциала шара в области 2 получим следующее выражение:

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{R^3 \rho_e}{3\pi\epsilon_0 r}. \quad (2.23)$$

Решение для области 1 ($r \leq R$) не намного, но сложнее:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right) = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad \text{или} \quad r^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} \int r^2 dr = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} \frac{r^3}{3} + C_1.$$

Следовательно:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} \frac{r}{3} + C_1 r^2 \quad \text{или} \quad E_1 = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \frac{r}{3} - C_1 r^2.$$

Константу C_1 можно определить из условий сшивки (т.е. задавая соотношение между E_1 и E_2 на границе ($r = R$)). Будем считать, что $E_1 = E_2$. Это условие не очень хорошо для электростатики, но мы то помним, что решаем задачу, относящуюся скорее к гравитационному

полю! Итак: $\frac{R^3 \rho_e}{3\epsilon_0 R^2} = \frac{\rho_e R}{3\epsilon_0} - C_1 R^2$, т.е. $C_1 = 0$. Окончательно:

$$E_1 = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \frac{r}{3}. \quad (2.24)$$

$$\varphi_1 = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0} \frac{r^2}{6}. \quad (2.25)$$

Отметим, что потенциалы (2.23) и (2.25) определены по-разному: первый становится равным нулю при стремлении расстояния до центра шара к бесконечности, а второй обращается в нуль при уменьшении расстояния до нуля. Поэтому их нельзя «сшить» на поверхности.

Наоборот, напряженности поля (2.22) и (2.24) «сшиваются» на поверхности шара:

$$E_2(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{R^3 \rho_e}{3\epsilon_0 R^2} = \frac{\rho_e R}{3\epsilon_0},$$

$$E_1(R) = \frac{\rho_e R}{\epsilon_0 3}.$$

Аналогии

Еще раз отметим, что равномерное распределение свободных зарядов внутри заряженного тела из-за их взаимодействия по закону обратных квадратов едва ли осуществимо. Поэтому и решения (2.24) и (2.25) вряд ли имеют физическое значение. Тем не менее, как раз квадратичная зависимость потенциала такого распределения заряда позволила английскому физика Уильяму Томсону (лорду Кельвину) (1824-1907), создать первую модель атома.

Действительно, если поместить в однородное положительно заряженное сферическое «облако» маленький отрицательный заряд, то его потенциальная энергия будет аналогична энергии деформированной пружинки (см. «Механика», лекция 6, выражение (6.12)). Следовательно, сила, действующая на него, будет квазиупругой (см. «Механика», лекция 9, выражение (9.4) и следующие за ним три абзаца). Электрон в таком атоме имеет положение равновесия, при выведении из которого совершает гармонические колебания, излучая электромагнитные волны.

К сожалению, эта красивая модель не выдержала экспериментальной проверки.

Наверняка вы отметили, что в двух наших первых лекциях по электричеству очень часто попадаются ссылки типа (см. «Механика»...). Возможно, у вас даже возникало ощущение «дежавю» (франц. *déjà vu*. – то, что я уже видел – в психиатрии это состояние навязчивой повторяемости событий). Действительно, многое из того, что мы сделали в этих первых лекциях, повторяет выводы в «Механике».

Что ж, как говорили наши древние ученые предки: «*Repetitio est mater studiorum*» – что в переводе с латыни означает: «Повторение – мать учения!». Так что в нашем повторении заложен определенный методический смысл.

Вернемся к аналогии между гравитационным и электростатическим взаимодействиями. С формальной точки зрения между выражениями:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{и} \quad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

нет никакой разницы. Но если посмотреть внимательней...

Во-первых, между двумя массами всегда существует только притяжение, тогда как между зарядами может быть как притяжение, так и отталкивание.

Во-вторых, что самое главное, электрический заряд, в отличие от массы инвариантен относительно преобразований Лоренца. Другими словами: масса зависит от скорости тела^{*}, а заряд – нет.

Откуда это известно? Любое тело состоит из атомов, в состав которых входят тяжелые положительно заряженные ядра и легкие отрицательные электроны. Известно, что при нагревании тела кинетическая энергия его частиц увеличивается. При этом скорость тяжелых частиц увеличивается меньше, чем скорость легких. Значит, если бы заряд зависел от скорости, то равновесие зарядов должно было бы нарушиться. Но мы легко заметили бы такое отклонение (см. «Закон сохранения заряда» в лекции 1). Поэтому, мы уверены, что заряд (в отличие от массы) одинаков при любой скорости, т.е. в любой системе отсчета.

Кстати, А. Эйнштейн, заметив формальную аналогию между гравитационным и электростатическим взаимодействием, в течение долгого времени пытался создать единую теорию двух этих взаимодействий на основе своей общей теории относительности. Но в конце концов, прекратил свои попытки, так и не получив результата.

* Речь идет об инертной релятивистской массе в том смысле, который определяется вторым законом Ньютона. Однако в последнее время физики, имеющие дело с элементарными частицами, стали называть *массой*, только массу покоящегося тела. Она, конечно же, – инвариант. Сторонники такого подхода считают некорректным использование второго закона Ньютона (а значит и инертной массы) в релятивистской механике.

Лекция 3

- *Проводники и диэлектрики.*
- *Электростатический экран.*
- *Емкость.*
- *Электрическое смещение.*
- *Энергия электростатического поля.*

Электростатическое поле в веществе

Введение

Все тела в природе можно условно разделить по их электрическим свойствам (в частности по способности проводить электрический ток) на две категории: *проводники* и *диэлектрики* (изоляторы).

Проводниками называются те вещества, в состав которых входят свободные (способные свободно перемещаться, не связанные) электрические заряды. Включение сколь угодно малого электрического поля вызывает их упорядоченное движение (электрический ток).

Если свободные заряды отсутствуют, ток в веществе при наложении поля не возникает, – вещество проявляет диэлектрические свойства.

Электрические свойства тел зависят от их внутреннего строения. Так большинство металлов являются хорошими проводниками. Дело в том, что в металлах при обычных условиях имеется много электронов, оторвавшихся от ионов кристаллической решетки и практически свободно перемещающихся внутри металла.

В отсутствие внешних полей тепловое движение свободных электронов совершенно хаотично, но при наложении поля они начинают двигаться упорядоченно.

В диэлектриках при обычных условиях свободные заряды практически отсутствуют. Их способность проводить электрический ток ничтожна.

Имеются вещества, занимающее промежуточное положение между проводниками и диэлектриками – *полупроводники*.

Деление веществ на проводники, полупроводники и диэлектрики по их способности проводить электрический ток весьма условно. В сильных электрических полях даже хорошие изоляторы проводят электрический ток. Протекание тока через диэлектрик можно заметить и в обычных условиях, если во время наблюдения нагреть его.

Проводники в электрическом поле

В условиях электростатики внутри незаряженного проводника имеет место *равновесие* электрических зарядов. Такое равновесие в проводнике устанавливается сложной комбинацией полей электронов и ионов и выражается в том, что заряд, переносимый свободными электронами через любое достаточно малое (но существенно превышающее размеры атомов) поперечное сечение проводника, в среднем равен нулю. Отсутствие упорядоченного движения зарядов в проводнике означает, что *внутри незаряженного проводника электрическое поле отсутствует*.

Очевидно, что и снаружи уединенного незаряженного проводника поле отсутствует. Чтобы доказать это, построим произвольную гауссову поверхность, охватывающую проводник. Так как внутри поверхности зарядов нет, поток вектора напряженности через нее равен нулю. А в силу произвольности поверхности это означает, что везде на поверхности $\vec{E} = 0$.

Электрическое поле внутри заряженного проводника

Зарядить проводник можно, передав ему избыточный отрицательный или положительный заряд (например, как это делал Кулон).

В результате перераспределения зарядов в проводнике быстро установится равновесие, при котором упорядоченное движение зарядов отсутствует. Это означает, что *поле внутри заряженного проводника равно нулю*. Отсутствие поля внутри проводника означает также равенство нулю заряда внутри проводника (см. (2.17)). Т.е. весь избыточный заряд находится на поверхности проводника. Это происходит потому, что заряды взаимодействуют по закону обратных квадратов.

Отсутствие поля внутри заряженного проводника означает *постоянство потенциала* внутри проводника. То есть *объем проводника эквипотенциален*. Из непрерывности потенциала как функции координат следует, что потенциал на поверхности проводника также постоянен и равен величине потенциала в глубине проводника.

Электрическое поле вне заряженного проводника

Электрические заряды, расположенные на поверхности проводника, создают вне проводника электростатическое поле. Напряженность этого поля вблизи поверхности проводника не может иметь

тангенциальной (касательной) составляющей, иначе вдоль поверхности происходил бы перенос зарядов, что противоречит предположению об их равновесии. Таким образом, силовые линии поля перпендикулярны поверхности проводника (как, впрочем, и должно быть вблизи эквипотенциальной поверхности, рис. 3.1).

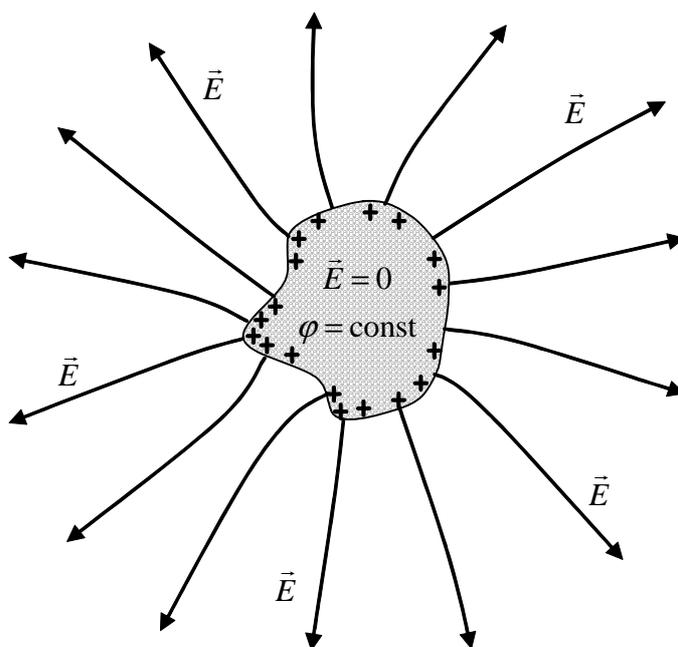


Рис. 3.1.

Для нахождения нормальной (перпендикулярной) составляющей напряженности поля у поверхности проводника воспользуемся теоремой Гаусса. Построим цилиндр с основаниями ΔS , одно из которых расположено внутри, а другое вне проводника, а образующая цилиндра параллельна силовым линиям (рис. 3.2).

Так как поле внутри проводника отсутствует, а поток через боковую поверхность равен нулю из-за отсутствия тангенциальной составляющей напряженности, полный поток определяется потоком через наружное основание.

Так как поле внутри проводника отсутствует, а поток через боковую поверхность равен нулю из-за отсутствия тангенциальной составляющей напряженности, полный поток определяется потоком через наружное основание.

Согласно теореме Гаусса, этот поток равен заряду, охватываемому поверхностью, деленному на электрическую постоянную:

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot \Delta S}{\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на проводнике. С другой стороны поток вектора напряженности электрического поля равен по определению равен:

$$\Delta\Phi = \vec{E} \cdot \vec{n} \Delta S = E_n \Delta S.$$

Приравнивая два этих выражения получим:

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (3.1)$$

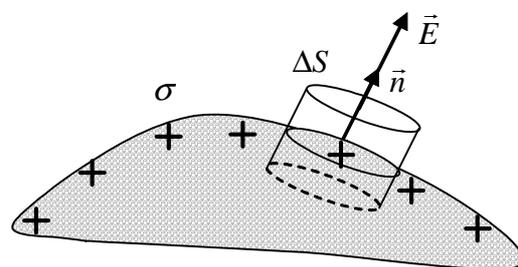


Рис.3.2.

Напряженность поля вблизи поверхности проводника пропорциональна плотности поверхностных зарядов.

Распределение зарядов по поверхности проводника существенно зависит от формы его поверхности. Плотность зарядов не велика там, где кривизна мала или отрицательна. Поскольку плотность зарядов и напряженность поля вблизи поверхности проводника пропорциональны друг другу, то напряженность поля особенно велика вблизи острых выступов проводника. У таких выступов электростатическое поле способно ионизировать молекулы воздуха и вызвать возникновение *коронного разряда* вблизи острия. Этот эффект иногда наблюдающийся перед грозой или во время грозы получил название «Огни святого Эльма».

Проводник в электростатическом поле

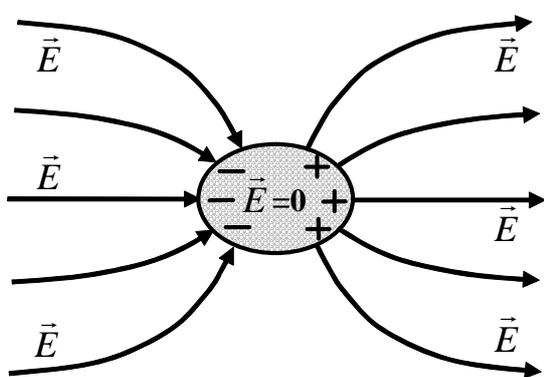


Рис. 3.3.

При внесении незаряженного проводника в электростатическое поле свободные заряды проводника образуют на одной стороне проводника избыток отрицательных зарядов, а на другой – избыток положительных зарядов. Это явление называется *электростатической индукцией*.

Поле индуцированных (наведенных на поверхности проводника) зарядов полностью компенсирует внешнее поле внутри проводника. Иначе внутри проводника происходил бы перенос электрических зарядов (рис. 3.3).

Электростатическое поле в полости проводника

Напряженность поля в полости проводника равна нулю. Этот результат следует из теоремы Гаусса. Поле внутри проводника (даже с полостью) после установления равновесия зарядов равняется нулю. Поток напряженности электрического поля через поверхность, окружающую полость и проходящую внутри металла, отсутствует, т.е.

$$\Phi = \int_S E_n \cdot dS = 0. \text{ Поскольку } \Phi = \frac{\Delta q}{\epsilon_0}, \text{ то, следовательно, } \Delta q = 0, \text{ т.е.}$$

суммарный заряд на поверхности полости отсутствует. Напряженность поля в полости из-за отсутствия в ней зарядов равна нулю.

Этот результат не зависит от наличия поля снаружи или от заряда проводника. Следовательно, внешнее поле не проникает в полость внутри проводника.

На свойстве проводников *экранировать* (не пропускать внутрь области, окруженной проводником) внешние поля основывается электростатическая защита от действия внешних электростатических полей (*электростатический экран*).

Свойство проводника экранировать внешние электрические поля, строго говоря, справедливо только для статических полей. Однако, если скорость изменения внешнего поля заметно меньше скорости перестройки зарядов внутри проводника (*скорости релаксации зарядов*), то такое переменное поле также не проникает внутрь проводника (или полости в проводнике).

Поле заряда, помещенного в полость проводника

Полый проводник экранирует полость внутри себя только от внешних полей. Если же заряды находятся внутри полости, то они вызывают возникновение индукционных зарядов и на внутренней и на внешней поверхности проводника. При этом внутри проводника поле равно нулю, а внутри полости – отлично от нуля. Вне металла поле создается зарядами, индуцированными на внешней поверхности проводника.

Емкость проводников

Если проводнику сообщить электрический заряд, то он распределится по поверхности. Вокруг проводника возникнет электрическое поле. Дальнейшее увеличение заряда на проводнике приведет к дальнейшему росту напряженности. Возрастание напряженности поля приводит, в свою очередь, к возрастанию работы по переносу заряда из бесконечности на поверхность проводника в то же самое число раз. Следовательно, потенциал уединенного проводника пропорционален заряду, который ему сообщен.

$$\varphi = \frac{1}{C} q \quad \text{или} \quad C = \frac{q}{\varphi}. \quad (3.2)$$

Величина C называется *емкостью* (или *емкостью*) проводника.

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, размеров и формы полости внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также от заряда проводника или от его потенциала.

Единица электроемкости – 1 *фарад* (Ф) – *емкость такого проводника, потенциал которого изменится на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.*

Емкость уединенной проводящей сферы

Согласно (2.22) и (2.23), электрическое поле заряженной сферы совпадает с полем точечного заряда на расстояниях от центра, превышающих радиус сферы ($r \geq R$). Внутри проводящей сферы напряженность поля равна нулю, а потенциал постоянен и равен потенциалу поверхности: $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$.

По определению (3.2), емкость проводящей заряженной сферы:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R. \quad (3.3)$$

Емкостью в 1 Ф обладает уединенный шар радиусом $9 \cdot 10^6$ км, что больше чем в 10 раз превышает радиус Солнца (примерно $7 \cdot 10^5$ км). Кстати, из (3.3) видно, что размерностью ϵ_0 является Ф/м.

Фарад – очень большая единица, поэтому на практике используют дольные единицы фарада – мили-, микро-, нано- и пикофарады. Например, электроемкость Земли составляет всего около 0,7 мФ или 700 мкФ.

Конденсаторы

Чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь большие размеры. На практике необходимы устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших потенциалах относительно окружающих тел накапливать большие заряды, т.е. обладать большой емкостью. Такие устройства называются *конденсаторами* (от лат. *condense* – уплотняю, сгущаю).

Если приблизить друг к другу два противоположно заряженных проводника, то на их ближайших поверхностях возникнут индуцированные заряды, причем знак индуцированных зарядов противоположен знаку основных зарядов проводников. Эти заряды ослабляют

поле, создаваемое проводниками, т.е. понижают их потенциал, увеличивая тем самым емкость (так как полный заряд остается неизменным).

В 1745 году Питер ван Мушенбрук (1692-1761), профессор из Лейдена (Германия), пытался найти метод сохранения электрических зарядов. Сначала он помещал заряженную воду в какой-нибудь непроводящий сосуд, например, в стеклянную банку. Затем выяснилось, что максимальный заряд накапливается, если внутреннюю и внешнюю поверхности пустой банки покрыть слоем металла. Так появился первый конденсатор – лейденская банка.

Конденсатор состоит из двух, разделенных диэлектриком, близко расположенных проводников (обкладок), несущих одинаковые противоположные по знаку заряды. Линии напряженности начинаются на одной обкладке, а заканчиваются на другой. Поэтому электрическое поле сосредоточено в зазоре между обкладками. При такой конфигурации обкладок на емкость конденсатора не оказывают влияния окружающие тела.

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда q , накопленного на одной из обкладок, к разности потенциалов U между его обкладками

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (3.4)$$

Имеется три основных типа конденсаторов, обкладки которых удовлетворяют описанным условиям: *плоские, цилиндрические и сферические*.

Емкость плоского конденсатора

Плоский конденсатор представляет собой систему, состоящую из двух параллельных металлических пластин площадью S , расположенных на расстоянии d друг от друга и несущих заряды $+q$ и $-q$. Если расстояние между пластинами мало, то краевыми эффектами можно пренебречь, и поле между обкладками можно считать однородным. Поля, создаваемые каждой обкладкой, одинаковы по величине:

$E_+ = \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} = |E_-| = \frac{|\sigma_-|}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, где $\sigma = \sigma_+ = |\sigma_-|$ – поверхностная плотность зарядов на обкладках конденсатора.

плотность зарядов на обкладках конденсатора.

В силу принципа суперпозиции, поле снаружи конденсатора отсутствует, а внутри равно $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ (рис. 3.4). Тогда, в соответствии с (2.12)

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx =$$

$$= \int_0^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d.$$

Т.к. $\sigma = \frac{q}{S}$, то, в соответствии с определением (3.4)

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}. \quad (3.5)$$

Электроемкость цилиндрического конденсатора

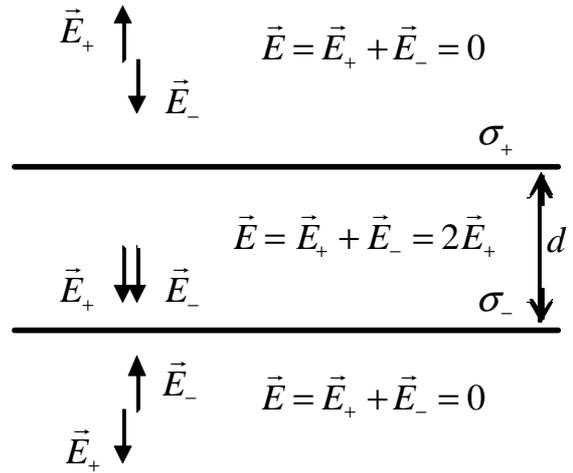
Цилиндрический конденсатор представляет собой систему, состоящую из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами R_1 и R_2 , вставленных один в другой. Пренебрегая краевыми эффектами, будем считать, что поле сосредоточено между обкладками. Разность потенциалов, создаваемых бесконечным цилиндром мы уже нашли ранее (см. 2.13): $U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$. Заряд на обкладках связан с линейной плотностью соотношением $\lambda = q/l$. Тогда, в соответствии с определением (3.4)

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2 / R_1)}. \quad (3.6)$$

Электроемкость сферического конденсатора

Выражение для емкости сферического конденсатора рекомендуем получить самостоятельно, воспользовавшись формулами (2.23) и (3.4)

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad (3.7)$$



Диэлектрики в электрическом поле

В отличие от проводников в диэлектриках нет свободных зарядов, которые под действием внешнего поля могут перемещаться по всему образцу. Заряды, входящие в состав диэлектрика, прочно связаны между собой и способны перемещаться относительно друг друга только на очень малое расстояние порядка 10^{-9} – 10^{-10} м. Поэтому диэлектрики, в отличие от проводников, не могут полностью экранировать внешнее поле. Тем не менее, наличие ограниченной подвижности зарядов приводит к образованию заряженных областей или поверхностей. Заряды, возникающие в диэлектрике под действием электрического поля, называются *поляризационными*, или *связанными*, зарядами.

Связанные заряды создают собственное электрическое поле, которое, складываясь с внешним электрическим полем, определяет результирующее поле в диэлектрике.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{\text{св}}, \quad (3.8)$$

где \vec{E}_0 – напряженность внешнего поля, создаваемого свободными зарядами; $\vec{E}_{\text{св}}$ – напряженность поля связанных зарядов.

Как показывает опыт, напряженность поля в диэлектрике всегда меньше напряженности поля в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}. \quad (3.9)$$

Величина ε называется *диэлектрической проницаемостью* вещества.

Дипольная модель диэлектрика

Процессы, происходящие в диэлектрике, можно понять, исходя из представлений о диэлектрике как о среде, состоящей из попарно связанных разноименных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии l друг от друга. Такая система называется *диполем* (от греч. *di...* – приставка, означающая «дважды», «двойной», и *pólos* – полюс).

Вектор, направленный по оси диполя от отрицательного к положительному заряду и равный \vec{l} , называется *плечом диполя*.

Вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя, называется *электрическим моментом диполя* или *дипольным моментом*.

$$\vec{p} = |q|\vec{l}, \quad (3.10)$$

Внешнее электрическое поле стремится развернуть диполь так,

чтобы направление его дипольного момента совпало с направлением внешнего поля (рис. 3.5).

Если же внешнее поле не однородно, на диполь будет действовать сила, стремящаяся втянуть его в область, где напряженность поля больше (рис. 3.6). Именно по этой причине наэлектризованные тела притягивают к себе мелкие предметы, в которых из-за явления поляризации (см. ниже) возникает дипольный момент.

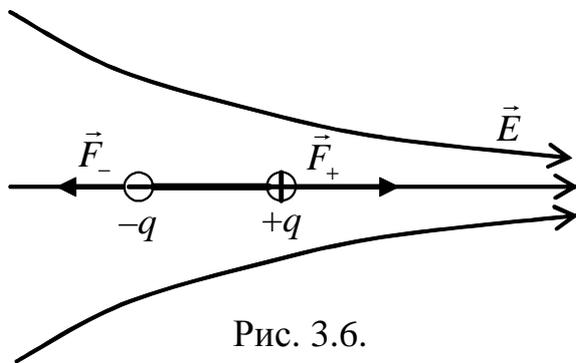


Рис. 3.6.

самостоятельно, используя принцип суперпозиции и правила работы с малыми величинами.

Типы диэлектриков

Как известно, все вещества состоят из молекул. Поэтому разумно отождествить диполи, из которых состоят диэлектрики, именно с молекулами.

Диэлектрики, молекулы которых имеют дипольный момент в отсутствие внешнего электрического поля, называются *полярными*. К полярным диэлектрикам относятся те, молекулы которых несимметричны и образованы ионными или ковалентными полярными связями, в частности, вода, аммиак, ацетон, этиловый спирт, бензол (все эти вещества, между прочим, являются хорошими растворителями).

В отсутствие внешнего поля под воздействием соударений молекул, участвующих в хаотическом тепловом движении, молекулярные диполи ориентированы случайным образом. Если же поместить полярный диэлектрик в электрическое поле, то диполи молекул стремятся повернуться вдоль силовых линий внешнего поля. Этому вы-

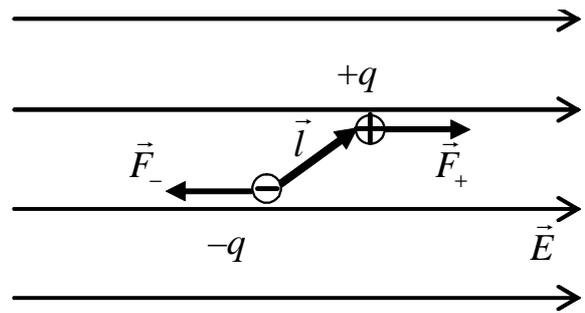


Рис. 3.5.

Диполь создает вокруг себя собственное электрическое поле. Можно показать, что это поле пропорционально величине дипольного момента и на больших расстояниях от диполя ($r \gg l$) убывает обратно пропорционально кубу расстояния: $E_{\text{дип}} \sim p/r^3$.

Попробуйте убедиться в этом са-

страиванию по полю препятствует зависящее от температуры тепловое движение молекул. В результате противоборства двух обратных по результатам процессов, происходит частичное выстраивание молекул. Можно показать, что такое выстраивание эквивалентно возникновению диполей, величина дипольных моментов которых пропорциональна напряженности внешнего поля и обратно пропорциональна абсолютной температуре (для не очень больших полей и не слишком низких температур).

Дипольный момент молекул многих других диэлектриков в отсутствие внешнего поля равен нулю. Такие диэлектрики называются *неполярными*. Примерами неполярных диэлектриков могут служить метан, водород, кислород, азот, углекислый газ.

В молекулах неполярных диэлектриков, в отсутствие внешнего электрического поля, центры положительного и отрицательного зарядов совпадают. Но под действием внешнего поля положительные ядра смещаются вдоль силовых линий поля, а отрицательные электроны – против направления силовых линий. В результате центры зарядов расходятся, и образуется электрический диполь. При этом, возникающий дипольный момент примерно пропорционален напряженности внешнего поля (для не очень больших полей).

Вектор поляризации

Возникновение связанных зарядов в диэлектрике называется его *поляризацией*. Для количественного описания этого явления вводится специальная физическая величина – *вектор поляризации* \vec{P} . Он определяет дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta V}, \quad (3.11)$$

где $\Delta \vec{p}$ – дипольный момент объема ΔV , равный сумме дипольных моментов \vec{p}_i всех молекул в этом объеме.

В отсутствие внешнего электрического поля, вектор поляризации равен нулю. Как было показано в предыдущем разделе, во внешнем электрическом поле дипольный момент молекул (для не очень сильных полей) пропорционален величине электрического поля.

Вектор поляризации \vec{P} , так же как и дипольный момент, пропорционален напряженности электрического поля:

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}. \quad (3.12)$$

Безразмерный коэффициент пропорциональности χ называется *диэлектрической восприимчивостью* вещества. Он зависит от температуры диэлектрика и определяется его плотностью и внутренним строением.

Ряд кристаллических полярных диэлектриков характеризуется нелинейной зависимостью между \vec{P} и \vec{E} . Такие вещества называют *сегнетоэлектриками* (типичный представитель – сегнетова соль, $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$). Сегнетоэлектрики обладают целым рядом интересных физических свойств, но их изучение, к сожалению, выходит за рамки нашего курса.

Связь вектора поляризации с плотностью зарядов

Поместим прямоугольный параллелепипед, изготовленный из однородного диэлектрика, в однородное электростатическое поле, создаваемое, например, плоским конденсатором (рис. 3.7). Диэлектрик поляризуется. Дипольный момент параллелепипеда при однородной поляризации

$$p = PV = PSl.$$

Здесь S – площади верхней и нижней граней, l – высота параллелепипеда.

Найдем дипольный момент образца другим путем. Полный поверхностный заряд на каждой из граней, перпендикулярных к напряженности внешнего поля, равен по модулю $q_{\text{св}}$, а расстояние между гранями l . Тогда дипольный момент, создаваемый этими зарядами равен

$$p = q_{\text{св}}l.$$

Приравнивая величины p , вычисленные двумя способами, получаем:

$$P = q_{\text{св}}/S = \sigma_{\text{св}}.$$

Таким образом, вектор поляризации определяется поверхностной плотностью связанных зарядов.

В рассмотренном частном случае вектор поляризации перпендикулярен к поверхности, на которой индуцируется поляризационный заряд. Как показывает расчет, в общем случае, плотность поляризационного заряда в произвольной точке поверхности диэлектрика равна нормальной составляющей вектора поляризации в этой точке

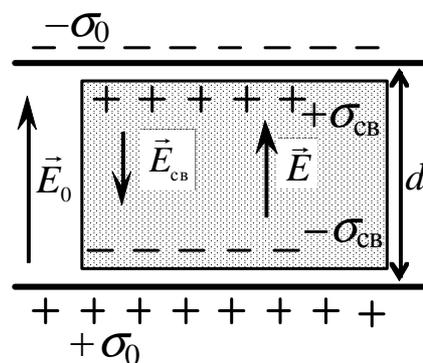


Рис. 3.7.

поверхности:

$$\sigma_{\text{св}} = P_n. \quad (3.13)$$

Вектор электрического смещения

Вновь вернемся к рассмотрению однородного диэлектрика, помещенного между обкладками заряженного плоского конденсатора (рис. 3.7). Плотность зарядов на обкладках конденсатора σ_0 . На верхней и нижней грани диэлектрика образуются поляризационные заряды с плотностью $\sigma_{\text{св}}$. Как было показано выше, поле внутри конденсатора определяется плотностью заряда на его обкладках:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma_{\text{св}}}{\epsilon_0} \quad \text{или} \quad \epsilon_0 E = \sigma_0 - \sigma_{\text{св}}.$$

Введем вспомогательную величину D так, чтобы она определялась только плотностью свободных зарядов:

$$D = \sigma_0 = \epsilon_0 E + \sigma_{\text{св}}. \quad (3.14)$$

С учетом выражения (3.13), а также того факта, что в изотропном диэлектрике направления векторов \vec{P} и \vec{E} совпадают, можно записать следующее определение:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (3.14a)$$

Выражение (3.14a) является определением вектора *электрического смещения* или иначе вектора *электрической индукции* \vec{D} .

Подставив в (3.14a) выражение (3.12) получим следующую связь между векторами смещения (индукции) и напряженности:

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (3.15)$$

Покажем, что величина ϵ в формулах (3.15) и (3.9) имеет один и тот же смысл. Действительно, так как вектор электрического смещения определяется только свободными зарядами, он должен быть одинаковым как в вакууме, так и в веществе: $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$. Откуда немедленно следует соотношение (3.9). Таким образом, между диэлектрической проницаемостью и диэлектрической восприимчивостью вещества существует следующая связь:

$$\epsilon = 1 + \chi$$

Следует помнить, что вектор \vec{D} не определяет силу, действующую на заряд со стороны внешнего электрического поля. Однако он служит удобной величиной для расчета поля в средах, заполненных веществом. Поле вектора \vec{D} можно изобразить графически линиями

электрического смещения, которое определяется так же, как и линии вектора напряженности \vec{E} .

Емкость конденсатора, заполненного диэлектриком

Так как в диэлектрике напряженность поля уменьшается в ε раз, во столько же раз, уменьшается сила, действующая на заряд, а, следовательно, и потенциальная энергия заряда. Соответственно, система внешних зарядов создает в диэлектриках потенциал $\varphi = \frac{\varphi_0}{\varepsilon}$, где φ_0 – потенциал, создаваемый этими зарядами в вакууме.

Если разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора, заполненного диэлектриком, уменьшается в ε раз, то его емкость в соответствии с формулой (3.4) увеличится во столько же раз:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (3.16)$$

Теорема Гаусса для вектора электрического смещения

Применение теоремы Гаусса в форме (1.9) или (2.17) при наличии диэлектриков усложняется из-за необходимости учета связанных (поляризационных) зарядов. В этом случае гораздо удобнее пользоваться теоремой Гаусса для вектора \vec{D} :

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i, \text{ или } \operatorname{div} \vec{D} = \rho_e. \quad (3.17)$$

где q_i – свободные заряды, а ρ_e – плотность свободных зарядов.

Энергия электрического поля

Энергия заряженного конденсатора

Энергию заряженного конденсатора можно найти, воспользовавшись формулой (2.8). Конденсатор представляет собой систему, состоящую из двух тел, имеющих заряды $-q$ и $+q$, и потенциалы φ_1 и φ_2 , поэтому

$$W = \frac{1}{2}(q\varphi_1 - q\varphi_2) = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}qU.$$

Или, с учетом (3.4)

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.18)$$

Энергия электрического поля в конденсаторе

Перепишем выражение (3.18), используя выражение для емкости (3.16) и связь между напряженностью однородного поля с разностью потенциалов между обкладками U

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d} (Ed)^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \quad (3.19)$$

где $V = Sd$ – объем зазора между пластинами конденсатора. Из формул (3.18) и (3.19) видно, что энергия конденсатора определяется либо зарядом на обкладках конденсатора, либо напряженностью поля между обкладками.

В рамках электростатики вопрос о том, что является носителем энергии – заряды или поле, остается открытым, поскольку постоянные во времени поля не могут существовать без зарядов.

Как будет показано далее, переменные во времени поля могут существовать независимо от зарядов, распространяясь в пространстве в виде электромагнитных волн, которые переносят энергию. Поэтому принято считать, что носителем энергии является поле, посредством которого осуществляется взаимодействие между зарядами.

Плотность энергии

Распределение энергии поля в пространстве характеризуется плотностью энергии:

$$w = \frac{dW}{dV} \quad (3.20)$$

где dW – энергия поля в объеме dV .

Используя (3.20) из (3.19) с учетом (3.15) получим:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \quad (3.21)$$

Полная энергия электростатического поля вычисляется интегрированием выражения (3.21) по всему объему.

Лекция 4

- *Сила и плотность тока.*
- *Сторонние силы.*
- *Закон Ома.*
- *Тепловое действие тока.*
- *Электрические цепи.*

Электрический ток

Введение

В электростатике мы изучали явления, обусловленные неподвижными электрическими зарядами. Движение электрических зарядов сопровождается рядом эффектов, которые требуют для своего описания введения новых физических понятий. Эта лекция будет посвящена описанию движения зарядов и причин, вызывающих это движение. Несколько следующих лекций будут посвящены описанию полей, создаваемых движущимися зарядами.

Электрический ток и его характеристики

Электрическим током называют процесс упорядоченного движения электрических зарядов. В зависимости от причины, вызывающей упорядоченное движение зарядов, различают *конвекционный ток* (от лат. *convectio* – принесение, доставка), возникающий при механическом переносе зарядов (например, при движении заряженной конвейерной ленты или при вращении заряженного диска), и *ток проводимости*, возникающий при перемещении зарядов электрическим полем.

Очевидно, что ток проводимости может возникнуть лишь в тех веществах, в состав которых входят свободные (или почти свободные) заряды, т.е. в проводниках. Как было отмечено в предыдущей лекции, к таким веществам относится большинство металлов, в состав которых входят свободные (по крайней мере, внутри металла) электроны. При определенных условиях проводниками могут становиться также жидкости и газы.

Сила тока

Количественной характеристикой тока служит величина *силы тока*. Сила тока численно равна величине заряда, переносимого через рассматриваемую поверхность в единицу времени. Если за время

dt через сечение переносится заряд dq , то сила тока равна

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.1)$$

Если сила тока не меняется со временем, ток называют *постоянным*. Для постоянного тока $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$.

В системе СИ единица тока – *ампер* (А) (см. лекцию 5).

Плотность тока

Для детальной характеристики электрического тока в каждой точке вводят понятие вектора плотности тока \vec{j} . Численно он равен отношению силы тока dI , проходящего через поперечное сечение dS_{\perp} , к площади этого сечения:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}, \quad (4.2)$$

а направление его совпадает с направлением тока. (за направление тока выбирается направление движения положительных зарядов). Сравнивая определение (4.2) с определением потока вектора напряженности (1.7), можно сделать вывод, что сила тока представляет собой поток вектора плотности тока:

$$dI = j dS_{\perp} = \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \text{или} \quad I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (4.2a)$$

Именно выражение (4.2a) является самым точным определением вектора плотности тока.

Вектор плотности тока может быть выражен через концентрацию носителей заряда и скорость их движения. Рассмотрим участок проводника площадью сечения поперечного S , с концентрацией свободных зарядов n . Для простоты будем считать все заряды положительными и равными q_0 , а среднюю скорость их упорядоченного движения вдоль проводника равной \vec{v} . Конечно, в металлических проводниках носителями тока являются отрицательно заряженные электроны, скорость которых противоположна направлению тока, однако наше

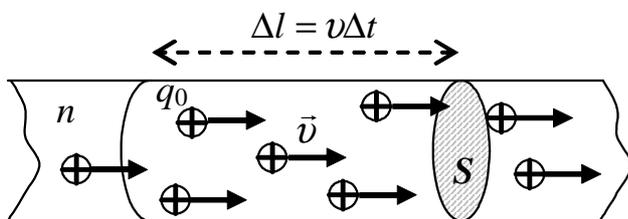


Рис. 4.1.

предположение не уменьшает общности вывода.

За время Δt через сечение S пройдут заряды, находящиеся внут-

ри.

ри цилиндра длиной Δl (рис. 4.1). При этом через выбранное сечение будет перенесен заряд $\Delta q = q_0 n S \Delta l = q_0 n S v \Delta t$. Тогда сила тока, протекающего через сечение S , равна $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q_0 n S v$. Учитывая, что на-

правление вектора плотности тока совпадает с направлением скорости упорядоченного движения положительных зарядов, в соответствии с определением (4.2) получим:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}. \quad (4.3)$$

Если в веществе возможно движение разных зарядов, плотность тока определяется суммой

$$\vec{j} = \sum_i q_i n_i \vec{v}_i. \quad (4.3a)$$

Заряды в проводнике, по которому течет ток, участвуют в движении двух типов: хаотическом тепловом и упорядоченном, вызванном электрическим полем. Формулы (4.3) и (4.2) позволяют оценить среднюю скорость упорядоченного движения носителей тока (*скорость дрейфа*).

Пусть по серебряному проводнику (серебро – очень хороший проводник), сечением $S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2$ течет ток $I = 10 \text{ А}$. Для простоты будем считать, что один из электронов каждого атома серебра является свободным. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$. Концентрация атомов $n = \frac{\rho}{\mu} N_A$. Плотность серебра $\rho = 1,05 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, его молярная масса $\mu = 1,07 \cdot 10^{-1} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$, а число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Тогда

$$n = \frac{1,05 \cdot 10^4}{1,07 \cdot 10^{-1}} 6,02 \cdot 10^{23} \approx 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3},$$

$$v = \frac{I}{enS} = \frac{10}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}} \approx 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Таким образом, скорость упорядоченного движения зарядов в проводниках очень мала, порядка миллиметра в секунду. Интересно, как же ток так быстро добегает от выключателя до лампочки?

Сторонние силы

Как было показано в предыдущей лекции, внутри уединенного проводника не может существовать электростатического поля. Но как же тогда в проводниках может поддерживаться постоянный электрический ток?

Интуитивно понятно, что для поддержания электрического тока в проводнике поляризационные заряды с одного из его концов нужно быстро переносить на противоположный конец. То есть, ток может существовать только в замкнутом контуре. Однако работа электростатических сил вдоль любого замкнутого контура из-за их потенциальности равна нулю (см. (2.3)). Поэтому они не могут обеспечить движения зарядов по замкнутому контуру.

Следовательно, для поддержания тока в замкнутой цепи должны присутствовать неэлектростатические или так называемые *сторонние силы*.

Локализованные источники сторонних сил часто называют *источниками электродвижущей силы* (ЭДС, см. ниже). Внутри источников ЭДС заряды за счет сторонних сил переносятся в направлении противоположном направлению поля в проводнике, т.е. сторонние силы направлены от «минуса» источника к «плюсу».

Природа источников тока может быть различной. Часто в быту применяются химические источники тока: *гальванические элементы* и *аккумуляторы*, в которых перенос зарядов против направления электрического поля производится за счет химических реакций, протекающих вблизи помещенных в электролит электродов. Одним из самых распространенных источников тока является *электрический генератор*, в котором электрический ток возникает за счет электромагнитной индукции (см. лекцию 7). Хорошо известны также *термо-*, и *фотоэлементы*.

При подключении проводника к источнику ЭДС на его концах начинается движение свободных зарядов, что создает возмущение электрического поля, распространяющееся вдоль проводника в виде электромагнитной волны. Как будет показано в дальнейшем, эта волна распространяется со скоростью света, приводя в движение все заряды в проводнике практически мгновенно. Таким образом, хотя средняя скорость упорядоченного движения электронов в металлах очень мала, ток в проводах распространяется со скоростью света.

В результате перемещения зарядов, при наличии постоянных сторонних сил, в проводнике устанавливается *стационарное* (т.е. не зависящее от времени) электрическое поле. Так же как и электростатическое, стационарное электрическое поле является потенциальным. В то же время стационарное электрическое поле отличается от электростатического поля:

- оно существует внутри проводника;

- потенциал этого поля линейно падает вдоль силовых линий (для однородного проводника);
- силовые линии перпендикулярны сечению проводника, а эквипотенциальные поверхности совпадают с этим сечением;
- силовые линии у поверхности проводника не перпендикулярны этой поверхности.

Напряжение и ЭДС

При протекании тока в проводнике действуют электрические и сторонние силы, так что результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд, равна $\vec{F} = \vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{ст}}$.

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом q на участке цепи между произвольными точками 1 и 2, определяется выражением

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{эл}} d\vec{l} + \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = A_{\text{эл}} + A_{\text{ст}}. \quad (4.4)$$

Работа электрических сил пропорциональна перенесенному заряду:

$$A_{\text{эл}} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (4.5)$$

Работа сторонних сил также пропорциональна перенесенному заряду

$$A_{\text{ст}} = q\mathcal{E}_{12}, \quad (4.6)$$

где величина \mathcal{E}_{12} , численно равная работе сторонних сил над положительным единичным зарядом, называется *электродвижущей силой* (ЭДС).

Как следует из (4.4)-(4.6), работа результирующей силы может быть представлена в виде:

$$A_{12} = qU_{12},$$

где

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (4.7)$$

Величина U_{12} , численно равная работе, совершаемой как электрическими, так и сторонними силами при перемещении положительного единичного заряда вдоль участка цепи, называется *падением напряжения* или просто *напряжением* на данном участке цепи.

Как следует из (4.7), напряжение, потенциал и ЭДС имеют одинаковую размерность – вольт (В).

Участок, на котором действуют сторонние силы, называется *не-*

однородным. Для однородного участка цепи напряжение равно разности потенциалов.

Закон Ома

Немецкий физик Георг Симон Ом (1787-1854) экспериментально установил закон, согласно которому сила тока, текущего по однородному участку цепи, пропорциональна напряжению на этом участке:

$$I = GU = \frac{U}{R}. \quad (4.8)$$

Величина G называется *электрической проводимостью* (или *электропроводностью*) и измеряется в *сименсах*: $1 \text{ А} / 1 \text{ В} = 1 \text{ См}$ (в честь Эрнста Вернера Сименса (1816-1892) – немецкого электротехника).

Обратная электропроводности величина R называется *электрическим сопротивлением* проводника. Единица сопротивления названа в честь первооткрывателя закона – *ом*. 1 Ом – сопротивление такого проводника, по которому при напряжении в 1 В течет ток 1 А.

Сопротивление характеризует противодействие электрической цепи (или её участка) протеканию электрического тока. Величина сопротивления зависит от формы, размеров и свойств материала, из которого он сделан. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.9)$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, l – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения. В системе СИ ρ измеряется в Ом·м.

Закон Ома в дифференциальной форме

Мы уже отмечали (см. лекцию 2), что для расчетов, особенно численных, удобны физические законы, которые определяют связь между физическими величинами в одной точке пространства (в бесконечно малой окрестности выбранной точки), т.е. законы в дифференциальной форме. Закон Ома в форме (4.8) относится к участку цепи и, значит, не является дифференциальным.

Рассмотрим участок проводника с током. Выделим в окрестности некоторой

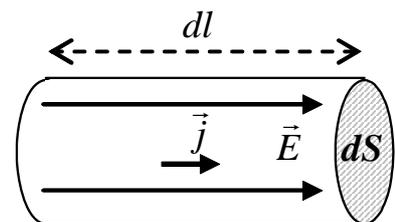


Рис. 4.2.

точки цилиндрический объем с образующими, параллельными вектору \vec{E} (рис. 4.2). В общем случае поле \vec{E} создается как электростатическими силами, так и полем сторонних сил:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{эл}} + \vec{E}_{\text{ст}},$$

где напряженность поля сторонних сил определяется аналогично напряженности электростатического поля:

$$\vec{E}_{\text{ст}} = \frac{\vec{F}_{\text{ст}}}{q}.$$

В однородном проводнике направление упорядоченного движения зарядов, а, следовательно, и вектора \vec{j} совпадает с направлением поля.

Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой $j dS$. Напряжение, приложенное к цилиндру, равно $E dl$. Сопротивление равно $\rho dl / dS$. Подставив все это в закон Ома (4.8), получим:

$$j dS = \frac{dS}{\rho dl} E dl, \text{ или } j = \frac{1}{\rho} E.$$

Так как векторы \vec{E} и \vec{j} имеют одинаковое направление, можно записать:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \text{ или } \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (4.10)$$

Эта формула выражает закон Ома в дифференциальной форме.

Величина $\gamma = 1/\rho$ называется *удельной проводимостью* материала. Единицей удельной проводимости является См/м.

Подвижность носителей тока

Согласно формуле (4.3) плотность тока пропорциональна средней скорости упорядоченного движения (дрейфа) носителей тока. Сравнивая (4.3) и (4.10), можно сделать вывод, что скорость дрейфа носителей тока в электрическом поле пропорциональна величине поля:

$$\vec{v} = \frac{\gamma}{qn} \vec{E} = \frac{1}{\rho qn} \vec{E} = \mu \vec{E}. \quad (4.11)$$

Коэффициент μ называют *подвижностью* носителей тока.

Как видно из (4.11), под действием постоянного силового поля заряды в проводнике движутся с постоянной скоростью. Это означает, что кроме сил поля на них должны действовать силы аналогичные силе трения. Эти силы определяются электрическим сопротив-

лением среды, т.е. процессами, в которых энергия электрического поля передается окружающей среде.

На первый взгляд, может показаться очевидным, что в кристаллических проводниках передача энергии от носителей тока к кристаллической решетке происходит при столкновении электронов, разгоняемых электрическим полем, с ионами решетки. Однако тщательный теоретический расчет, с учетом экспериментальных данных по проводимости металлов, показывает, что *средняя длина свободного пробега электронов* в металлах (т.е. среднее расстояние, пройденное электроном от одного столкновения до другого) в десятки раз превосходит расстояние между ионами решетки.

Правильная модель поведения электронов в кристаллах может быть построена только с учетом *квантовомеханических* законов (см. часть 3 нашего конспекта лекций). Как следует из квантовой механики, электроны в идеальном кристалле, благодаря своим волновым свойствам, могут двигаться, не испытывая столкновений с ионами. Рассеяние энергии происходит при их столкновениях с атомами примесей и дефектами кристаллической решетки, а также при столкновениях с неоднородностями кристаллической решетки, вызванными ее тепловыми колебаниями (*фононами*).

Закон Джоуля-Ленца

Столкновения носителей тока с неоднородностями кристаллической решетки приводят к усилению хаотических колебаний решетки. То есть, если по проводнику течет ток, то в нем выделяется тепло.

Определим величину тепловой энергии, выделяющуюся в проводнике при протекании электрического тока. Пусть к проводнику приложено напряжение U . За время dt через поперечное сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. При этом силы электрического поля совершают работу:

$$\delta A = dqU = I \cdot U \cdot dt.$$

Если по неподвижному проводнику течет ток, то вся работа идет на его нагревание, поэтому выделяющееся в проводнике количество тепла $\delta Q = \delta A$. Используя выражение (4.8), количество выделяющегося в проводнике тепла можно представить в виде:

$$\delta Q = I \cdot U \cdot dt = I^2 R \cdot dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (4.12)$$

Тепловая мощность тока

$$P = \frac{\delta Q}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (4.13)$$

Этот закон был установлен в 1841 году Джоулем и независимо от него Ленцем (Ленц Эмилий Христианович (1804-1865) – русский физик и электротехник) и носит название *закона Джоуля-Ленца*.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Если плотность тока изменяется по сечению проводника, то для расчета выделяющегося в проводнике тепла необходимо знать выражение, определяющее количества тепла, выделяющегося в каждой точке.

Вновь рассмотрим бесконечно маленький элемент проводника с током (рис. 4.2). Разделив (4.13) на объем $dV = dl \cdot dS$, мы получим тепловую энергию, выделяющуюся в единице объема проводника в единицу времени (или *удельную тепловую мощность*) $q = \frac{\delta Q}{dV \cdot dt}$.

Т.к. $I = jS$ и $U = El$, с учетом выражения (4.9) найдем:

$$q = jE = \rho j^2 = \gamma E^2. \quad (4.14)$$

Это и есть закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. В общем случае количество выделяющегося в проводнике тепла можно вычислить, интегрируя (4.14) по времени и объему проводника.

Электрические цепи

Совокупность источников и приемников (преобразователей) электрической энергии, а также соединяющих их проводов называют электрической цепью. Кроме этих элементов, в электрическую цепь могут входить выключатели, переключатели, предохранители, а также измерительные и контрольные приборы. Основными элементами электрической цепи являются *резисторы* (от лат. *resisto* – сопротивляюсь), в которых электрическая энергия преобразуется в тепловую; *конденсаторы*, накапливающие энергию в электрических полях зарядов на обкладках, и *катушки индуктивности*, запасующие энергию в магнитных полях токов (см. лекцию 7).

Простые цепи

В самом простом случае цепь состоит из источника ЭДС и присоединенного к нему сопротивления R (рис 4.3). Цепь является замкнутой, т.е. конец участка сов-

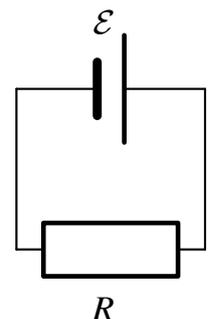


Рис. 4.3.

падает с началом. В этом случае напряжение, в соответствии с (4.7), равно ЭДС (разность потенциалов равна нулю), а закон Ома (4.8) выглядит следующим образом:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (4.15)$$

Под сопротивлением R понимается полное сопротивление цепи,

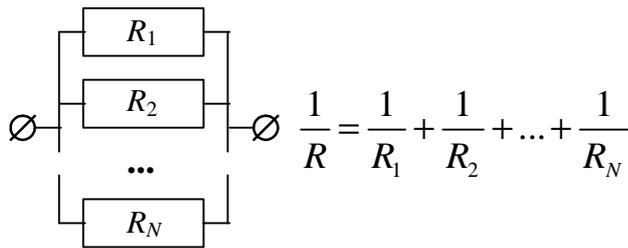
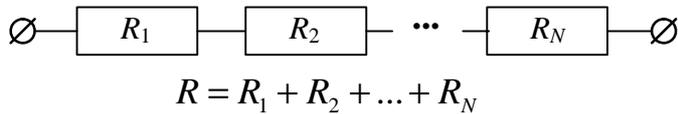


Рис. 4.4.

включая, в частности, внутреннее сопротивление источника. Иногда все содержащиеся в цепи сопротивления можно разбить на группы *последовательно* или *параллельно* соединенных резисторов (рис. 4.4). В более сложных случаях можно пользоваться приведенными ниже правилами.

Сложные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей, особенно если в них имеются источники ЭДС, сложен. Его можно значительно упростить, если воспользоваться правилами, сформулированными немецким физиком Густавом Робертом Кирхгофом (1824-1887). Этих правил два.

Первое правило Кирхгофа относится к *узлам*, т.е. к точкам, в которых сходится несколько (три и более) токов. Оно состоит в том, что алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в любом узле, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0, \quad (4.16)$$

где K – число токов, сходящихся в данном узле. Обычно токи, втекающие в узел, считаются положительными, а токи, вытекающие из него, – отрицательными. Это правило вытекает из закона сохранения заряда: в любой момент времени количество входящих в узел зарядов равно количеству зарядов, покидающих узел.

Второе правило относится к *замкнутым контурам*. В любом замкнутом контуре, произвольно выделенном в сложной сети проводников, алгебраическая сумма всех падений напряжений $I_k R_k$ на отдельных участках контура равна алгебраической сумме ЭДС \mathcal{E}_k в этом контуре, т. е.

$$\sum_{k=1}^N I_k R_k = \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_k, \quad (4.17)$$

где N – число участков в замкнутом контуре, I_k и R_k – сила тока на k -ом участке и полное сопротивление участка. Произведения $I_k R_k$ считаются положительными, если направление тока I_k совпадает с направлением обхода контура и отрицательными – при противоположном направлении. Знаки ЭДС считаются положительными, если направления сторонних сил совпадают с направлением обхода контура, и отрицательными – при противоположном направлении. Как вы помните, сторонние силы направлены от «минуса» источника к «плюсу». Второе правило Кирхгофа получается в результате применения закона Ома к различным участкам замкнутой цепи.

Правила Кирхгофа позволяют определять силу и направление тока в любой части разветвленной системы проводников, если известны сопротивления и ЭДС всех его участков. Для системы из N неразветвленных участков, образующих K узлов, составляют N уравнений: $K - 1$ уравнение для узлов на основе первого правила Кирхгофа (уравнение для последнего узла не является независимым, а вытекает из предыдущих). Недостающие $N - (K - 1)$ уравнений составляются по второму правилу Кирхгофа для независимых замкнутых контуров, причем каждый из N участков должен хотя бы один раз войти в эти последние уравнения. Перед началом вычислений направления токов в ветвях цепи и направления обхода контуров выбираются произвольно. Если после расчета силы токов на каких-нибудь участках получаются отрицательными, то это означает, что направления токов на этих участках противоположно выбранному до расчета.

Зарядка конденсатора

Обкладки конденсатора разделены диэлектриком. Поэтому включение конденсатора в цепь постоянного тока приводит к ее разрыву. Однако в момент подключения конденсатора к источнику ЭДС в цепи возникает ток зарядки конденсатора, который течет до тех пор, пока конденсатор не зарядится до напряжения, равного ЭДС источника.

Рассмотрим этот процесс более под-

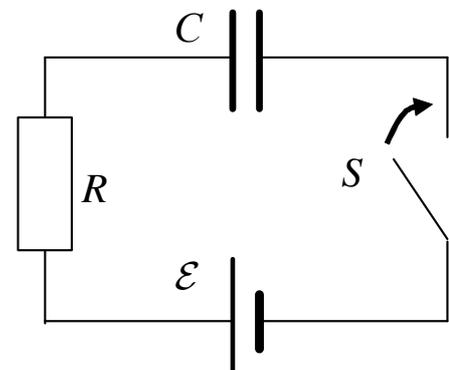


Рис. 4.5.

робно. Пусть имеется цепь с источником ЭДС \mathcal{E} , включающая в себя резистор сопротивлением R и конденсатор емкостью C . Для замыкания цепи используется выключатель S (рис.4.5).

Если конденсатор разряжен, то при замыкании цепи в ней потечет ток зарядки конденсатора (в случае, изображенном на рисунке, – по часовой стрелке). Напишем уравнение для этой цепи, воспользовавшись вторым правилом Кирхгофа: $IR + U = \mathcal{E}$.

Напряжение на конденсаторе зависит от накопленного заряда $U = \frac{q}{C}$ (см. (3.4)), а скорость изменения заряда, в соответствии с

(4.1), характеризует протекающий в цепи ток $I = \frac{dq}{dt}$. В итоге, (раз-

делив обе части на R) получим следующее неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (4.18)$$

Для тех кто забыл, напомним, что общее решение неоднородного дифференциального уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (без правой части) q_{oo} и какого-нибудь частного решения неоднородного уравнения $q_{чн}$:

$$q = q_{oo} + q_{чн}.$$

Однородное уравнение $\frac{dq_{oo}}{dt} + \frac{1}{RC}q_{oo} = 0$ имеет очевидное решение: $q_{oo} = A \cdot e^{-t/\tau}$, где A – константа, а $\tau = RC$ – характеристика цепи, имеющая размерность времени (постоянная RC -цепи). Как будет видно далее, это время характеризует установление равновесия в цепи.

Самым простым решением неоднородного уравнения $\frac{dq_{чн}}{dt} + \frac{1}{RC}q_{чн} = \frac{\mathcal{E}}{R}$ является $q_{чн} = \text{const}$. Подставив это решение в уравнение, найдем, что $q_{чн} = C\mathcal{E}$. Таким образом, общим решением уравнения (4.18) является функция вида: $q = A \cdot e^{-t/\tau} + C\mathcal{E}$.

Константу A определим из условия равенства нулю заряда в начальный момент времени: $q(0) = A + C\mathcal{E} = 0$. То есть $A = -C\mathcal{E}$. Окончательно получим следующий закон изменения заряда на конденсаторе:

$$q = C\mathcal{E} (1 - e^{-t/\tau}), \text{ где } \tau = RC.$$

Величину тока в цепи получим, взяв производную от заряда по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} e^{-t/RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau}. \quad (4.19)$$

Как следует из выражения (4.19), после замыкания цепи ток мгновенно достигает максимального значения, после чего экспоненциально уменьшается до нуля за время порядка нескольких τ . Такое же время требуется и для разрядки конденсатора емкостью C через сопротивление R . То есть, $\tau = RC$ – характерное время установления равновесия в цепи, содержащей сопротивление и емкость. Отметим, что в реальных цепях мгновенное изменение силы тока невозможно из-за явления самоиндукции (см. лекцию 7).

К сожалению, объем и структура нашего курса не позволяют рассмотреть целый ряд интересных явлений, связанных с электрическими токами в жидкостях и газах. Тем, кому интересно подробнее узнать об электрической диссоциации, электролизе, устройстве гальванических элементов и аккумуляторов, а также о самостоятельных и несамостоятельных разрядах, придется обратиться к более обстоятельным учебникам по физике или специальной литературе.

Начиная со следующей лекции, мы будем изучать *магнитное поле* – поле движущихся зарядов.

Лекция 5

- *Líthos Magnetis*.
- *Взаимодействие токов. Магнитное поле.*
- *Сила Лоренца.*
- *Вихревой характер магнитного поля.*
- *Магнетизм – релятивистский эффект.*

Электромагнетизм

Введение

Людям древнего мира были известны любопытные свойства двух веществ: янтаря (*electron*) и магнитного железняка (*líthos Magnetis* – камень из Магнесии), который добывался в рудниках близ древнего города Магнесия в Малой Азии. Первый, если его потереть, притягивает легкие предметы, второй – способен притягивать железо. Подобно электризации при натирании янтаря при соприкосновении закаленной стали с магнитным железняком возникает *намагниченность*. Примерно к X-XII вв. н.э. относятся первые упоминания об использовании намагниченной стальной стрелки для ориентирования на море (сейчас мы называем такое устройство компасом). В 1600 году английский ученый Уильям Гильберт (1540-1603) опубликовал работу «О магните, магнитных телах и большом магните – Земле», в которой изложил все известные сведения о свойствах постоянных магнитов. Именно он впервые показал, что Земля представляет собой огромный магнит.

Легко заметить сходство между электрическими и магнитными явлениями. Например, существует два типа электрических зарядов и два разных магнитных полюса. При этом одноименные полюсы магнита, как и одноименные заряды, отталкиваются, а разноименные – притягиваются. Поэтому ученые в течение длительного времени пытались установить связь между электрическими и магнитными явлениями.

В 1820 году датский ученый Ханс Кристиан Эрстед (1777-1851) обнаружил действие электрического тока на магнитную стрелку. Несколько позднее было обнаружено действие постоянного магнита на контур с электрическим током. Эрстед не сделал количественных оценок открытого им явления. Тем не менее, это открытие привело к возникновению новой области физики – *электромагнетизма*.

Закон Ампера

Основоположником теории электромагнетизма считается французский физик Андре Мари Ампер (1775-1836). Он начал свою серию докладов по электромагнетизму на заседании Парижской академии 18 сентября 1820 года. В первом же своем докладе Ампер описал магнитное явление, в котором постоянный магнит уже не участвует. Он установил, что два тонких параллельных проводника притягиваются, если токи в них имеют одинаковое направление, и отталкиваются, если токи противоположны.

Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников f , пропорциональна силе токов I_1 и I_2 в проводниках и обратно пропорциональна расстоянию b между ними:

$$f = k \frac{I_1 I_2}{b}.$$

В рационализированной форме закон Ампера записывается следующим образом:

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}, \quad (5.1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, а единица индуктивности – *генри* (Гн) – определена в лекции 7.

На основе закона Ампера (5.1) устанавливается единица силы тока в системе СИ: 1 А – сила такого тока, который, проходя по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывает силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводников.

Магнитное поле

С точки зрения современных представлений, взаимодействие проводников с током (также как и взаимодействие тока с постоянным магнитом) осуществляется через *магнитное поле*: с одной стороны, проводник с током создает вокруг себя магнитное поле; с другой – на проводник с током в магнитном поле действует сила.

Вектор магнитной индукции

Электрическое поле определяется по силовому действию на точечный электрический заряд (см. лекцию 1). Магнитное поле действует на электрический ток. Поэтому, чтобы ввести силовую характеристику магнитного поля аналогичную (1.3), нужно определить объ-

ект, связанный с электрическим током и аналогичный по свойствам точечному электрическому заряду. Таким объектом считается *элемент тока* $Id\vec{l}$, где I – сила тока, протекающего по бесконечно тонкому проводнику; $d\vec{l}$ – вектор, длина которого равна длине элемента проводника dl , а направление совпадает с направлением тока.

Экспериментально установлено, что сила, действующая на элемент тока, пропорциональна его величине и интенсивности магнитного поля в данной точке, а ее направление перпендикулярно самому элементу и некоторому направлению в пространстве, которое и считается направлением магнитного поля. Используя свойства векторного произведения, эту силу можно представить в следующем виде:

$$d\vec{F}_A = Id\vec{l} \times \vec{B}. \quad (5.2)$$

Действующая на проводник с током со стороны магнитного поля сила называется *силой Ампера*. Определенный с помощью выражения (5.2) вектор \vec{B} , описывающий силовое действие магнитного поля, называется *вектором магнитной индукции*. Заметьте, что аналогичная величина \vec{E} для электрического поля, связанная с кулоновской силой ($\vec{F}_C = q\vec{E}$), называется вектором напряженности электрического поля, а вектор электрической индукции (или электрического смещения) \vec{D} является вспомогательной величиной (см. (3.15)). Путаница в определениях возникла в период развития электромагнетизма, когда физический смысл некоторых величин не был до конца понятен.

Единицей магнитной индукции является *тесла* (Тл), названная в честь Николы Тесла (1856-1943) американского ученого сербского происхождения, специалиста в области электро- и радиотехники.

Магнитный момент

С практической точки зрения, использование выражения (5.2) неудобно для определения магнитной индукции, так как невозможно создать отделенный от общей цепи короткий проводник, по которому течет постоянный ток. Поэтому для исследования магнитного поля используют пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров.

Ориентацию контура в пространстве определяют вектором положительной нормали \vec{n} по правилу правого винта: *если вращать правый винт по направлению тока, то его поступательное движение укажет направление нормали*.

Внеся пробный контур в магнитное поле, мы обнаружим, что поле оказывает на него ориентирующее действие – нормаль устанавливается в определенном направлении. Примем это направление за направление поля в данной точке. Если контур повернуть так, чтобы направление поля и нормали не совпадали, возникнет момент сил, стремящихся вернуть контур в исходное положение. Величина момента зависит от угла α между нормалью и направлением поля, достигая наибольшего значения M_{max} при $\alpha = \pi/2$.

Вращательный момент зависит от силы тока I в контуре и площади контура S и не зависит от его формы. Действие магнитного поля на контур определяется величиной

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (5.3)$$

которую называют *магнитным моментом* контура (или *магнитным дипольным моментом*).

На помещенные в данную точку поля пробные контуры, отличающиеся значением \vec{p}_m и ориентированные под разными углами к направлению магнитного поля, действуют неодинаковые вращающие моменты:

$$M = p_m B \sin \alpha \quad \text{или} \quad \vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}. \quad (5.4)$$

Однако отношение M_{max}/p_m одинаково для всех контуров. Эта величина принимается за количественную характеристику магнитного поля в данной точке:

$$B = M_{max} / p_m,$$

Поле вектора \vec{B} можно изобразить с помощью *линий магнитной индукции*, которые определяются аналогично силовым линиям электрического поля: *касательная к линии магнитной индукции в любой точке совпадает по направлению с вектором \vec{B}* .

Закон Био-Савара-Лапласа

Для расчета электрических полей любой системы зарядов достаточно знать поле, создаваемое точечным зарядом и, разбив заряженное тело на точки, воспользоваться принципом суперпозиции (см. лекцию 1 (1.4) и (1.5)).

Принцип суперпозиции справедлив и для магнитного поля:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \quad (5.5)$$

т.е. вектор магнитной индукции поля системы проводников с током определяется геометрической суммой векторов, создаваемых каж-

дым проводником в отдельности. Магнитного поле, создаваемое системой элементов тока, определяется выражением:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \quad (5.5a)$$

Сразу после открытий Эрстеда и Ампера французские ученые Жан Баптист Био (1774-1862) и Феликс Савар (1791-1841) провели исследование магнитных полей, создаваемых проводниками с током различной формы, а их соотечественник Пьер Симон Лаплас (1749-1827), проанализировав экспериментальные данные, в 1820 году установил закон, определяющий магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{l}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (5.6)$$

или в скалярной форме:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2} \sin \alpha, \quad (5.6a)$$

где r – расстояние от проводника до точки наблюдения и α – угол между направлением элемента тока и радиус-вектором \vec{r} (рис. 5.1). Это соотношение носит название *закона Био-Савара-Лапласа*. Как следует из (5.6), вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен векторам $I d\vec{l}$ и \vec{r} , а его направление определяется векторным произведением этих векторов. С практической точки зрения, для определения направления поля удобней пользоваться одним из вариантов правила правого винта: *если вращать винт так, чтобы его поступательное движение совпадало с направлением тока, то направление вращения головки винта укажет направление линий магнитной индукции*; или: *если вращать винт так, чтобы касательная к направлению вращения его головки совпала с направлением тока, то поступательное движение винта укажет направление вектора магнитной индукции*. В первом случае винт надо разместить вдоль оси тока, во втором – в точке, где определяется поле. Легко убедиться, что вектор $d\vec{B}$ на рис. 5.1 при любом способе определения направлен «от нас».

Использование закона Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет рассчитать магнитное поле, создаваемое любыми токами.

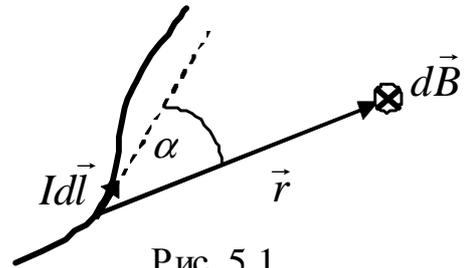


Рис. 5.1.

Поле в центре кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по тонкому проводнику, имеющему форму окружности радиуса R (рис. 5.2). Определим магнитную индукцию в центре кругового тока. Каждый элемент тока создает в центре индукцию, направленную вдоль положительной нормали к контуру. Поэтому векторное сложение сводится к сложению модулей. Для всех элементов тока угол между элементом тока и радиус вектором равен 90° , поэтому синус равен 1. Закон Био-Савара-Лапласа (5.6а) принимает вид:

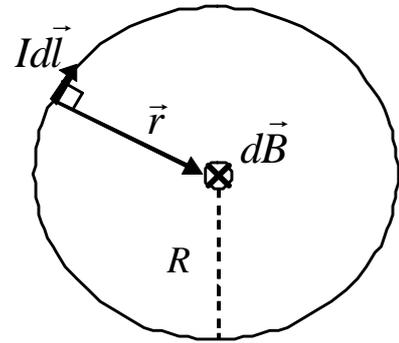


Рис. 5.2.

ет вид: $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}$. Проинтегрировав, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R. \text{ Или:}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (5.7)$$

Поле прямого тока

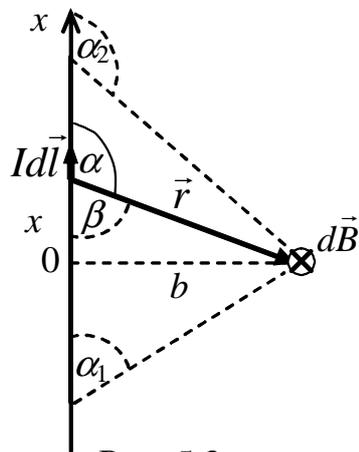


Рис. 5.3

Найдем поле, создаваемое прямым участком проводника, по которому течет ток I (рис. 5.3). Все $d\vec{B}$, создаваемые бесконечно малыми элементами провода dl , имеют одинаковое направление в выбранной точке. Поэтому сложение векторов можно заменить сложением их модулей (5.6а). Точка находится на расстоянии b от провода, поэтому для заданного элемента проводника

$$r = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{b}{\sin \alpha}, \text{ т.к. } \beta = \pi - \alpha.$$

Для удобства направим вдоль проводника ось x . В этом случае длина элемента тока $dl = dx$. Если начало оси выбрать, как показано на рисунке, то расстояние до рассматриваемого элемента тока

$$x = \frac{b}{\operatorname{tg} \beta} = -\frac{b}{\operatorname{tg} \alpha} = -b \operatorname{ctg} \alpha \text{ или } dl = dx = \frac{b \cdot d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставив выражения для r и dl в (5.6а), получим
$$dB = \frac{\mu_0 I \sin \alpha d\alpha}{4\pi b}.$$

Интегрирование этого выражения дает:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (5.8)$$

Выражение (5.8) удобно использовать для расчета магнитных полей, создаваемых плоскими контурами, состоящими из отрезков прямого провода. Попробуйте в качестве примера найти поле, создаваемое квадратной рамкой со стороной a , по которой течет ток I , на пересечении диагоналей квадрата $\left(B = 2\sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a} \right)$.

Отметим одно важное свойство прямого тока. Если выбранная точка лежит на оси тока (где-нибудь на оси x на рис. 5.3), то синус угла α для любого элемента равен нулю. Это означает, что *прямой ток не создает магнитное поле на своей оси*.

Рассмотрим еще один важный случай. Пусть расстояние от обоих концов проводника до выбранной точки намного превышает расстояние до проводника b . Тогда проводник можно считать бесконечным, т.е. $\alpha_1 \rightarrow 0$, $\alpha_2 \rightarrow \pi$. Подставив эти значения в (5.7) для прямого бесконечного тока, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}. \quad (5.9)$$

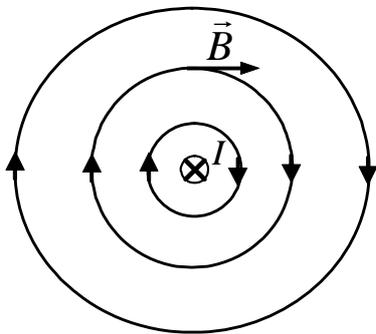


Рис. 5.4.

Так как на равном расстоянии от проводника магнитная индукция имеет одинаковое значение, а ее направление совпадает с касательной к окружности, центр которой лежит на проводнике, *линии магнитной индукции представляют собой охватывающие провод концентрические окружности* (рис 5.4).

линии магнитной индукции представляют собой охватывающие провод концентрические окружности (рис 5.4).

Взаимодействие двух проводников (закон Ампера)

Рассмотрим два тонких прямых бесконечных проводника с токами I_1 и I_2 , находящихся на расстоянии b (рис.5.5). Каждый проводник создает вокруг себя магнитное поле. Поэтому можно считать, что один проводник с током находится в поле другого проводника. На про-

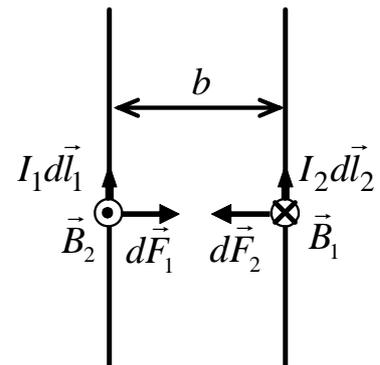


Рис. 5.5

проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, которая определяется выражением (5.2). Направление силы, действующей на проводник с током, можно определить по правилу «левой руки»: руку нужно расположить так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь, а четыре пальца показывали направление тока. Тогда отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы, действующий на проводник.

Как видно из рис. 5.5, на элементы тока $I_1 d\vec{l}_1$ и $I_2 d\vec{l}_2$ действуют силы $dF_1 = I_1 dl_1 B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b} dl_1$, $dF_2 = I_2 dl_2 B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b} dl_2$, где B_1 и B_2 – поля создаваемые первым и вторым проводниками на расстоянии b (см. (5.9)).

Сила, действующая на единицу длины (сравните с (5.1)):

$$f = \frac{dF_1}{dl_1} = \frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{b}.$$

Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Рассмотрим движение проводника с током в магнитном поле. Источник постоянного тока подключен к двум рельсам, лежащим в горизонтальной плоскости. По этим рельсам может скользить без трения и потери электрического контакта горизонтальная перемычка. Система находится в однородном вертикальном магнитном поле (рис. 5.6).

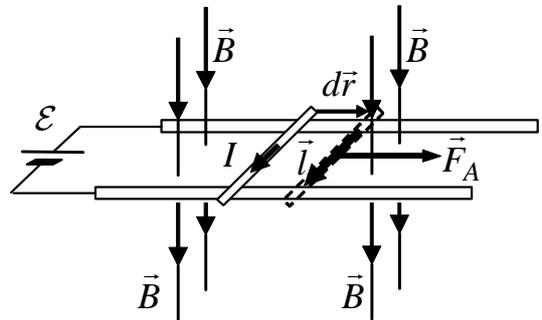


Рис. 5.6.

На проводник с током, помещенным в магнитное поле, в соответствии с (5.2), действует сила

$$\vec{F}_A = \int d\vec{F}_A = \int I d\vec{l} \times \vec{B} = I(\vec{l} \times \vec{B}),$$

где \vec{l} – вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а длина равна расстоянию между рельсами. При перемещении проводника на вектор $d\vec{r}$ эта сила совершает работу $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = I(\vec{l} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = I(d\vec{r} \times \vec{l}) \cdot \vec{B}$. Последнее равенство получено с учетом правила циклической перестановки сомножителей в векторном произведении.

Т.к. $d\vec{r} \perp \vec{l}$, то $d\vec{r} \times \vec{l} = ldr \cdot \vec{n} = dS \cdot \vec{n} = d\vec{S}$, где вектор \vec{n} перпендикулярен вектору смещения и току, т.е. плоскости контура, а dS – площадь, пересеченная проводом. Следовательно, $dA = I \cdot \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Величину, равную скалярному произведению вектора магнитной индукции на элемент площади поверхности, по аналогии с (1.7), логично назвать *поток вектора магнитной индукции*

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S}. \quad (5.10)$$

Магнитный поток измеряется в *веберах* (Вб). $1 \text{ Вб} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2$.

Выражение для работы по перемещению проводника с током в магнитном поле, с учетом введенного понятия, может быть представлено в виде

$$dA = I d\Phi_B. \text{ или } A = \int I \cdot d\Phi_B \quad (5.11)$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле численно равна произведению тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Нетрудно заметить, что перемещение проводника на рис. 5.6 эквивалентно деформации замкнутого контура с током (в данном конкретном случае увеличению площади). Можно показать, что при любом перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле или при любой его деформации совершается работа, величина которой определяется формулой (5.11), где под $d\Phi_B$ следует понимать *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.*

Это соотношение остается справедливым и для случая, когда контур неподвижен, а изменяется вектор магнитной индукции. Более того, оно справедливо и для контуров, не являющихся плоскими.

Электромотор

Устройство, изображенное на рис. 5.6 является простейшим *линейным электромотором* (или *электродвигателем*) (лат. *motor* – приводящий в движение), в котором энергия электрического тока при посредничестве магнитного поля (за счет силы Ампера) превращается в механическую работу.

Линейные электродвигатели в практических целях используются редко. В обычно применяемых электромоторах заменяют поступательное движение вращательным, помещая в магнитное поле закрепленный на оси стальной *ротор* с обмотками (рамками с током). Магнитное поле также создается с помощью обмоток, закрепленных на стальном *статоре*. Специальные марки стали, из которых изготавливают статоры и роторы, в сотни раз усиливают магнитное поле.

Сила Лоренца

На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила Ампера, величина которой определяется выражением (5.2). Проводник с током отличается от проводника без тока только тем, что в нем движутся электрические заряды. Значит, на движущиеся в магнитном поле заряды действует сила. Вычислить ее можно, предположив, что сила Ампера равна сумме сил, действующих на все движущиеся заряды в проводнике со стороны магнитного поля. Рассмотрим участок проводника длиной $dl = v dt$, где v – скорость упорядоченного движения зарядов. Если за время dt через сечение проводника пробегает dN частиц, то сила тока $I = q \frac{dN}{dt}$, где q – заряд каждой частицы.

Сила, действующая на выбранный элемент тока $d\vec{l} = \vec{v} \cdot dt$ в соответствии с (5.2), равна $d\vec{F}_A = Id\vec{l} \times \vec{B} = q \frac{dN}{dt} \vec{v} \times \vec{B} \cdot dt = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \cdot dN$.

Тогда сила, действующая на одну заряженную частицу в магнитном поле:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{F}_A}{dN} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Эта сила является магнитной составляющей силы, действующей на заряд. Кроме магнитного поля на электрические заряды силовое воздействие оказывает электрическое поле. Сумма электрической и магнитной составляющих силы, действующей на электрический заряд, называется *силой Лоренца* (иногда силой Лоренца называют только магнитную составляющую):

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (5.12)$$

Как видно из выражения (5.12), сила, действующая на заряд со стороны магнитного поля, перпендикулярна скорости частицы $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, а значит и элементарному перемещению $d\vec{r}$. Следовательно, работа этой силы равна нулю ($\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$), а значит, равно нулю и изменение кинетической энергии под действием магнитной силы. Таким образом, магнитное поле меняет лишь направление скорости заряда, но не ее значение.

Движение заряженных частиц в магнитном поле

Пусть заряд влетает в однородное магнитное поле со скоростью \vec{v} под углом α к линиям магнитной индукции. Скорость частицы можно разложить на две составляющих: параллельную и перпендикулярную к вектору \vec{B} (рис. 5.7а). Двигаясь вдоль линий магнитной индукции, частица не должна испытывать действия силы, т. к. век-

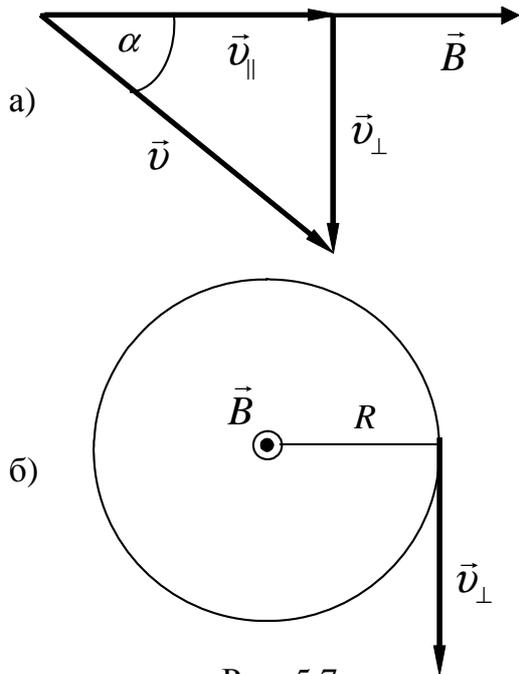


Рис. 5.7.

торное произведение параллельных векторов равно нулю. Значит, параллельная составляющая скорости изменяться не будет.

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью \vec{v}_{\parallel} . В этой системе частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью \vec{v}_{\perp} (рис. 5.7б).

В соответствии с (5.12), под действием силы $F = q \cdot v_{\perp} \cdot B$ заряд приобретет центростремительное ускорение

$$a_{\text{ц}} = \frac{v_{\perp}^2}{R} = \frac{qv_{\perp}B}{m}.$$

Следовательно, заряд будет двигаться по окружности радиуса R :

$$R = \frac{m v_{\perp}}{q B}. \quad (5.13)$$

Радиус зависит от отношения q/m , которое носит название *удельного заряда частицы*. Это свойство используется для определения частиц по кривизне траектории в *масс-спектрометре*.

Найдем период обращения заряда T . Для этого разделим длину окружности $2\pi R$ на скорость частицы v_{\perp} :

$$T = 2\pi \frac{m}{q B}. \quad (5.14)$$

Период обращения оказался независимым от скорости. Это свойство используется для ускорения частиц в *циклотроне*.

Итак, частица участвует в двух движениях: с постоянной скоростью v_{\parallel} вдоль силовой линии и со скоростью v_{\perp} по окружности вокруг силовой линии. Результирующая траектория представляет спиральную линию (рис. 5.8) с шагом спирали

$$h = v_{\parallel} T = 2\pi \frac{m v_{\parallel}}{q B}$$

Частица как бы «навивается» на силовую линию магнитного поля. Примерно так магнитное поле Земли «захватывает» летящие к земле от Солнца протоны, защищая нас от мощного радиоактивного излучения.

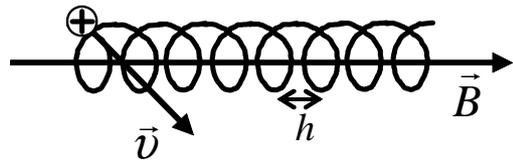


Рис. 5.8.

Закон полного тока

Как уже отмечалось, закон Био-Савара-Лапласа является для магнитного поля аналогом закона Кулона, определяющего электрическое поле точечного заряда. Однако для электрического поля можно записать более фундаментальное соотношение, теорему Гаусса, определяющую связь между электрическим полем и зарядами, создающими его.

Согласно этой теореме поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность определяется зарядами, находящимися внутри поверхности (см. (1.9)). Очевидно, что поток какого-либо вектора через замкнутую поверхность будет отличен от нуля, если линии этого вектора начинаются или заканчиваются внутри поверхности (см. рис. 1.6 и рис. 1.7). В случае с электростатическим полем его источниками являются неподвижные заряды, а это значит, что силовые линии имеют начало и конец.

Судя по рис. 5.4, линии магнитной индукции замкнуты, т.е. не имеют начала и конца. Но тогда совершенно очевидно, что *поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность всегда равен нулю*:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (5.15)$$

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции

Для электростатического поля равной нулю оказалась циркуляция вектора \vec{E} вдоль произвольной замкнутой кривой (см. (2.3)). Рассчитаем циркуляцию вектора магнитной индукции. Для этого возьмем контур L , охватывающий ток, и вычислим для него интеграл $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$, который как раз и является *циркуляцией вектора магнитной индукции*.

Рассмотрим случай, когда контур обхода перпендикулярен бесконечному прямому проводнику (рис. 5.9). Пусть α – угол между

магнитным полем и контуром в некоторой точке, определяемой радиус вектором \vec{r} . Заметим, что $dr \cdot \cos \alpha = r \cdot d\varphi$. Тогда с учетом (5.9),

$$\oint_{\{L\}} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint_{\{L\}} B dr \cos \alpha = \oint_{\{L\}} B r d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I r}{2\pi r} d\varphi = \mu_0 \cdot I.$$

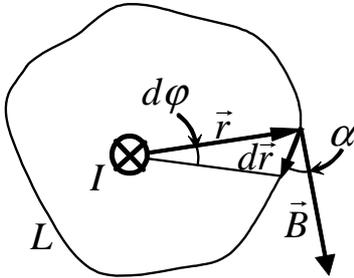


Рис. 5.9.

Можно показать, что полученный результат не зависит ни от формы тока, ни от расположения контура. Кроме того, в случае, когда контур охватывает несколько токов, циркуляция вектора \vec{B} (в соответствии с принципом суперпозиции) равна их алгебраической сумме:

$$\oint_{\{L\}} \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (5.16)$$

Это выражение как раз и является «магнитным» аналогом электростатической теоремы Гаусса и называется *законом полного тока: циркуляция вектора магнитной индукции вдоль произвольного замкнутого контура равна сумме токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную*. Если контур не охватывает токов, то циркуляция равна нулю.

Как уже отмечалось, циркуляция вектора электростатического поля всегда равна нулю. Это признак потенциальности электростатического поля. Циркуляция вектора магнитной индукции отлична от нуля. Поля, обладающие такими свойствами, называются *вихревыми* или *соленоидальными*.

Так же как и теорема Гаусса, закон полного тока позволяет вычислять магнитные поля, создаваемые симметричными системами токов.

Магнитное поле соленоида

Соленоид (от греч. *solen* – трубка и *eidosis* – вид), катушка в виде намотанного на цилиндрическую поверхность изолированного проводника, по которому течет электрический ток.

В силу симметрии поле внутри соленоида должно быть направлено вдоль его оси. Выберем контур для обхода в виде прямоугольника 1-2-3-4 так, что отрезок 3-4 находится очень далеко от соленоида (рис. 5.10). Найдем циркуляцию вектора \vec{B} вдоль этого контура. Поскольку интеграл представляет собой бесконечную сумму, его можно разбить на части, которые вычисляются отдельно:

$$\oint_{1-2-3-4} \vec{B} d\vec{l} = \int_1^2 \vec{B} d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B} d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B} d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B} d\vec{l}.$$

Интегралы на отрезках 2-3 и 4-1 компенсируются, т.к. поле вдоль этих отрезков одинаковое, а при интегрировании они учитываются с разными знаками. Поле на далеком отрезке 3-4 равно нулю, поэтому

$$\oint_{1-2-3-4} \vec{B} d\vec{l} = B \cdot l$$

С другой стороны контур охватывает N витков проводника, по каждому из которых течет одинаковый ток I . Тогда в соответствии с законом полного тока (5.16) $B \cdot l = \mu_0 \cdot N \cdot I$, откуда

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I = \mu_0 \cdot n \cdot I, \quad (5.17)$$

где $n = N/l$ – плотность намотки соленоида.

Независимость величины B в выражении (5.17) от расстояния до оси соленоида означает, что создаваемое магнитное поле однородно.

Выражение (5.17) справедливо лишь для бесконечно длинного соленоида, но оно хорошо описывает и поле в средней части соленоида, длина которого значительно больше диаметра. На концах такого соленоида поле в два раза меньше (можете объяснить, почему?). Внешнее магнитное поле соленоида подобно полю стержневого магнита (рис. 5.11).

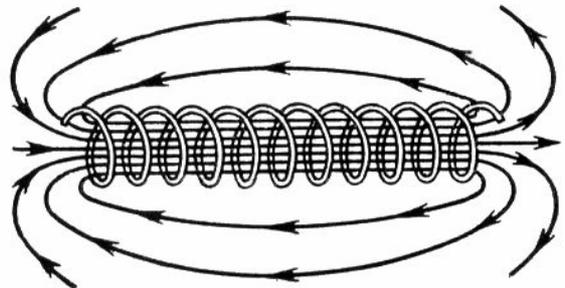


Рис. 5.11.

Магнетизм и относительность

Пусть параллельно проводнику, по которому течет ток, движется со скоростью \vec{v} заряд q , как показано на рис. 5.12. Рассмотрим эту задачу из двух разных систем отсчета: неподвижной относительно проводника и движущейся со скоростью \vec{v} . В первой системе на движущийся заряд со стороны магнитного поля, создаваемого током, действует сила Лоренца, направленная к проводнику, но во второй системе никакой силы Лоренца не действует, т.к. заряд не-

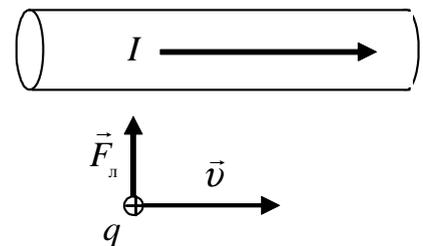


Рис. 5.12.

подвижен. Более того, если для простоты рассуждений принять, что ток в проводнике создается положительными зарядами, скорость дрейфа которых также равна \vec{v} , то во второй системе исчезнет и магнитное поле, т.к. оно создается движущимися зарядами.

Теория относительности утверждает, что никакими измерениями нельзя установить абсолютную скорость движения системы. Значит, во второй системе на заряд также должна действовать сила, направленная к проводнику. Ее происхождение можно понять, проанализировав движение зарядов в проводнике с точки зрения релятивистской теории (см. «Механика», лекция 11).

Проводник электронейтрален, это значит, что плотности положительных и отрицательных зарядов в нем одинаковы. Однако во второй системе (в которой магнитное поле исчезает) неподвижные в первой системе отрицательные заряды движутся со скоростью $-\vec{v}$. Но, как известно (см. «Механика», (11.4)), расстояние (в направлении движения) между движущимися объектами сокращается. Следовательно, плотность отрицательных зарядов в проводнике возрастет, т.к. величина заряда не зависит от скорости (см. «Аналогии» в лекции 2). Таким образом, во второй системе проводник несет отрицательный заряд и, следовательно, между ним и зарядом q существует электростатическое притяжение.

Итак, в обеих системах на заряд q действует сила, направленная к проводнику, что полностью соответствует принципу относительности, правда, в интерпретации Эйнштейна, а не Галилея. Между прочим, специальная теория относительности Эйнштейна возникла как раз в результате попыток объяснить подобные парадоксы, а работа Эйнштейна, в которой он впервые изложил эту теорию, называлась «Об электродинамике движущихся тел».

Более последовательный анализ показывает, что магнитное поле появляется вследствие релятивистского преобразования электрического поля движущегося заряда, являясь, по сути, проявлением поперечной составляющей электрической силы, в движущейся системе отсчета. Электрическое и магнитное поля, на самом деле, есть проявление более общей физической сущности – *электромагнитного поля*. В принципе, можно, сделав надлежащий выбор системы отсчета, добиться полного исчезновения электрического или магнитного поля, но силы, действующие между заряженными телами, останутся теми же (разумеется, с учетом особенностей релятивистского преобразования сил при переходе от одной системы к другой).

Лекция 6

- *Магнетики.*
- *Микротоки.*
- *Намагниченность.*
- *Гистерезис.*

Магнитное поле в веществе

Введение

Все, что мы говорили о магнитном поле до сих пор, относилось, в основном, к магнитному полю в вакууме. Вместе с тем, с самого начала исследований электромагнетизма было установлено (трудно сказать, кто был первым), что некоторые вещества существенно изменяют магнитное поле, создаваемое токами. Убедиться в этом можно, исследовав действие катушки с током (соленоида) на магнитную стрелку (или на проводник с током) при помещении в катушку железного сердечника. Как показывает опыт, из двух одинаковых катушек, по которым течет один и тот же ток, более сильное поле создает катушка с железным сердечником (*электромагнит*). Легко убедиться, что это свойство железа не связано с его электропроводностью: такие же алюминиевый или медный сердечники не изменяют поля катушки.

На самом деле более точные измерения показывают, что и медь, и алюминий тоже слегка изменяют магнитное поле, но их влияние существенно меньше, чем в случае железа. Поэтому все вещества с бытовой точки зрения принято делить на слабомагнитные (их большинство) и сильномагнитные (например, железо, никель, кобальт).

Все вещества в природе являются *магнетиками*, т.е. способны приобретать магнитные свойства под действием внешнего магнитного поля. Между прочим, умный текстовый редактор, в котором набран этот текст, упорно предлагает заменить магнетики на магнитики, но мы-то с вами понимаем разницу.

Далее мы рассмотрим причины возникновения и проявление магнитных свойств вещества.

Гипотеза Ампера

Задолго до того, как была понята истинная природа магнетизма, Ампер высказал гипотезу о том, что магнитные свойства веществ обусловлены круговыми *микротоками*, циркулирующими в них. Каждый такой микроток обладает магнитным моментом и создает

магнитное поле в окружающем пространстве. В отсутствие внешнего магнитного поля эти круговые токи ориентированы беспорядочно, и обусловленное ими результирующее поле равно нулю. Под действием внешнего поля магнитные моменты микротоков ориентируются вдоль поля, и вещество *намагничивается*, т.е. в нем возникает собственное внутреннее магнитное поле – поле микротоков. Если проводники с токами (*макротоки*) находятся в веществе, то поле, создаваемое этими проводниками, складывается с полем микротоков. Таким образом, магнитное поле, созданное макротоками в веществе, отличается от поля создаваемого ими в вакууме.

Во времена Ампера еще не было известно о строении атомов и молекул, поэтому он не стал уточнять природу микротоков. Мы же с вами обладаем, благодаря развитию физики, достаточными знаниями для того, чтобы показать, что магнитные свойства тел обусловлены магнитными свойствами атомов.

Рассмотрим простейший случай, когда один электрон с зарядом e движется вокруг неподвижного ядра с постоянной скоростью v . В этом случае движение электрона можно уподобить круговому току.

Найдем магнитный момент этого тока. Один оборот вокруг ядра электрон совершит за время $T = \frac{2\pi r}{v}$.

За единицу времени через некоторое сечение своей орбиты электрон пройдет $\nu = 1/T$ раз, следовательно, через сечение за это время пройдет заряд νe . Как известно, заряд, проходящий через поперечное сечение за единицу времени, есть ток $I = \frac{e\nu}{2\pi r}$.

Магнитный момент контура с током (см. (5.3)) равен

$$p_m = I \cdot S = \frac{e\nu}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{e\nu r}{2}.$$

Электрон массой m , движущийся по орбите, обладает и моментом импульса (см. «Механика», лекция 7 (7.14))

$$L = I\omega = mr^2 \frac{\nu}{r} = m \cdot v \cdot r.$$

Отношение орбитального магнитного момента к орбитальному моменту импульса называется *гиромагнитным отношением*. Эта величина строго постоянна и равна:

$$\gamma_{\text{орб}} = \frac{p_m}{L} = \frac{e\nu r}{2 \cdot m\nu r} = \frac{e}{2m} \quad (6.1)$$

Эффект Эйнштейна-де Гааза

Так как с магнитным моментом электрона в атоме связан момент импульса, магнитные моменты атомов, ориентируясь по направлению внешнего магнитного поля, вызывают изменение атомных механических моментов. Тогда, если поместить вертикально подвешенный стержень (лучше железный) внутрь катушки и включить ток, то стержень, в соответствии с законом сохранения момента импульса, должен начать вращаться. Эффект экспериментально открыт и теоретически объяснён в 1915 Эйнштейном и нидерландским физиком В. де Гаазом.

Эффект Эйнштейна-де Гааза подтверждает наличие связанных с зарядами микротоков в веществе. Более того, по закручиванию упругой нити можно определить момент импульса стержня и вычислить гиромангнитное отношение для электронов. Оно оказалось в два раза больше, чем предсказывает формула (6.1).

В настоящее время установлено, что кроме орбитального момента импульса электрон обладает собственным моментом, не связанным с вращением вокруг ядра. Этот момент импульса носит название – *спин* (англ. *spin* – вращаться как волчок). Т.е. электрон представляет собой как бы вращающийся вокруг собственной оси неточечный заряд.

Однако оценка скорости вращения электрона с использованием представления о его классическом электромагнитном радиусе показывает, что такое представление противоречит законам классической физики. Поэтому, в современной интерпретации, принято считать спин внутренним свойством электрона, правильно описываемым только *квантовомеханическими* законами.

Отношение собственного магнитного момента к собственному механическому моменту носит название *спинового гиромангнитного отношения*:

$$\gamma_{\text{спин}} = \frac{e}{m}. \quad (6.2)$$

Таким образом, мы видим, что наличие магнитного поля в веществе можно правильно описать, лишь используя законы квантовой механики, о которой мы будем говорить в третьей части наших лекций. Тем не менее, некоторые основополагающие характеристики для магнитного поля в веществе можно ввести и на основе классических физических представлений.

Характеристики магнитного поля в веществе

Магнитные моменты всех микротоков образуют в веществе внутреннее поле с индукцией \vec{B}' . Результирующим полем макро- и микротоков будет

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (6.3)$$

где \vec{B}_0 – поле, создаваемое макротоками (проводниками с током).

Намагниченность вещества

Намагниченность вещества характеризуется вектором магнитного момента единицы объема вещества:

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum \vec{p}_m, \quad (6.4)$$

где \vec{p}_m – магнитные моменты микротоков (магнитные моменты атомов) в выбранном объеме V образца.

Поместим длинный круглый стержень в магнитное поле соленоида (рис. 6.1). Вектор намагниченности будет направлен вдоль стержня. Плоскости молекулярных токов установятся перпендикулярно линиям вектора \vec{B}_0 .

Изобразим молекулярные токи, лежащие в одной плоскости. В каждой точке внутри стержня смежные молекулярные токи текут в противоположных направлениях, и суммарное магнитное поле, создаваемое ими, будет равно нулю.

Не скомпенсированными токами являются токи, текущие по поверхности тела. Таким образом, суммарное действие молекулярных токов будет таким, какое вызвал бы макроскопический ток, текущий по поверхности стержня. Обозначим силу этого тока, приходящегося на единицу длины, через $i_{\text{пов}}$. Очевидно, что наш стержень, обтекаемый током с линейной плотностью $i_{\text{пов}}$, эквивалентен соленоиду, у которого $n \cdot I = i_{\text{пов}}$. Внутри такого соленоида индукция поля определяется выражением (5.16):

$$B' = \mu_0 i_{\text{пов}}. \quad (6.5)$$

Выделим в стержне слой толщиной Δl , перпендикулярный оси стержня. Совместное действие молекулярных токов, заключенных в

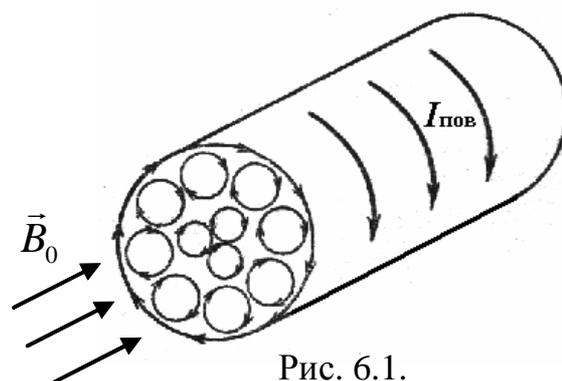


Рис. 6.1.

этом слое, эквивалентно круговому току $i_{\text{пов}}\Delta l$. Этот ток создает магнитный момент

$$\Delta p_{\text{м}} = i_{\text{пов}}\Delta l S = i_{\text{пов}}\Delta V,$$

где S – площадь поперечного сечения стержня. Разделив $\Delta p_{\text{м}}$ на ΔV , получим вектор намагничивания стержня

$$\vec{J} = i_{\text{пов}}. \quad (6.6)$$

Таким образом, величина намагниченности совпадает с линейной плотностью поверхностного тока. С учетом (6.3), (6.5) и (6.6) можно записать

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J} \quad (6.7)$$

(т.к. все векторы \vec{B} , \vec{B}_0 и \vec{J} параллельны оси стержня).

Напряженность магнитного поля

Представим последнее выражение в следующем виде: $\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$.

Величина

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \quad (6.8)$$

определяемая только магнитным полем макротоков, называется *напряженностью* магнитного поля. Эта величина не имеет физического смысла (как и вектор \vec{D} в электростатике), но является удобной для расчета магнитных полей в веществе. Например, напряженность магнитного поля, создаваемая длинным соленоидом, будет равна, как это следует из (5.17) и (6.8).

$$H = nI. \quad (6.9)$$

Из этой формулы видно, что единицей измерения напряженности магнитного поля в СИ является А/м.

Магнитная восприимчивость

Как показывает опыт, для большинства веществ магнитное поле, создаваемое микротоками, пропорционально полю макротоков:

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0. \quad (6.10)$$

Величина χ называется *магнитной восприимчивостью* вещества.

Исторически магнитная восприимчивость вводилась как коэффициент пропорциональности между вектором намагниченности и вектором напряженности магнитного поля

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (6.11)$$

Нетрудно заметить, что, с учетом (6.5), (6.6) и (6.8), выражения (6.10) и (6.11) – эквивалентны.

Магнитная проницаемость

С учетом определения (6.10), формула (6.3) примет вид:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0, \quad (6.12)$$

где μ – магнитная проницаемость вещества, величина, показывающая, во сколько раз магнитное поле в веществе превышает поле в вакууме. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость связаны соотношением:

$$\mu = 1 + \chi.$$

Выразив из определения (6.8) индукцию поля макротоков $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ и подставив ее в (6.12), найдем связь между векторами индукции и напряженности магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (6.13)$$

Полезно сравнить это выражение с формулой (3.15), определяющей связь между индукцией (смещением) и напряженностью электрического поля.

Строго говоря, формула (6.13) справедлива лишь, когда однородный магнетик заполняет однородное магнитное поле. Если это не так, то поле в магнетике будет меньше. Уменьшение поля учитывают с помощью коэффициента, называемого *размагничивающим фактором*. Условно полагают, что поле в магнетике равно

$$H = H_0 - N J,$$

где H_0 – внешнее поле, N – размагничивающий фактор, а J – намагниченность.

Размагничивающий фактор зависит от формы образца. Например, для шара $N = 1/3$, а для бесконечно длинного цилиндра в поперечном поле $N = 1/2$.

Закон полного тока для вектора напряженности

Использование закона полного тока в форме (5.15) в присутствии вещества сильно осложняется необходимостью учета магнитных полей молекулярных микротоков. Расчеты полей в веществе можно заметно упростить, если вычислять не индукцию, а напряженность магнитного поля.

Сравнивая (6.8), (6.12) и (6.13), нетрудно заметить, что напряженность поля в вакууме и веществе одинакова: $\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 \mu = \vec{B}_0 / \mu_0$.

Поэтому, разделив формально обе части выражения (5.15) на μ_0 , получим:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \sum_{k=1}^n I_k^{(\text{макро})}. \quad (6.13)$$

В этом выражении справа учитываются только охватываемые контуром макротоки (проводники с током).

Виды магнетиков

Обычно выделяют три вида магнетиков:

- *ферромагнетики* (лат. *ferrum* – железо).
- *парамагнетики* (греч. *pará* – возле, рядом – означает в данном случае «похожесть» на ферромагнетики);
- *диамагнетики* (греч. *dia...* – приставка, означающая в данном случае расхождение, «непохожесть»);

Раньше всего исследователи познакомились с магнитными свойствами типичного представителя ферромагнетиков – железом. Всем известно, что железо притягивается к магниту (втягивается в область большей неоднородности магнитного поля), поэтому подвешенный железный стержень стремится расположиться вдоль линий магнитной индукции. Такие свойства ферромагнетиков объясняются тем, что они сильно намагничиваются вдоль направления внешнего поля.

Парамагнетики (этот термин ввел Фарадей) ведут себя похоже на ферромагнетики (втягиваются в область большей неоднородности магнитного поля, располагаются вдоль линий магнитной индукции), но их взаимодействие с внешним полем на несколько порядков слабее. Поэтому для обнаружения парамагнитного эффекта нужны очень сильные магнитные поля. Свойства парамагнетиков можно объяснить тем, что они слабо намагничиваются вдоль направления внешнего поля.

Диамагнетики проявляют противоположные свойства. Они выталкиваются из магнитного поля. Стержень из диамагнитного вещества стремится расположиться поперек линий магнитной индукции. Взаимодействие диамагнетиков с внешним полем еще слабее, чем для парамагнетиков и обнаруживается только в очень сильных магнитных полях. Свойства диамагнетиков объясняются тем, что они очень слабо намагничиваются противоположно направлению внешнего поля.

Количественно свойства магнетиков характеризуется магнитной

восприимчивостью χ . Так как поле атомных (молекулярных) магнитных моментов зависит от их количества в единице объема (например, в газах их примерно в тысячу раз меньше, чем в конденсированных средах), часто в расчетах используют *молярную восприимчивость*, которая определяется так:

$$\chi_m = \chi V_m,$$

где V_m – объем моля вещества (молярный объем).

У диамагнетиков χ_m отрицательна и по абсолютной величине равна $\chi_m^{(\text{диа})} = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Парамагнетики имеют положительную магнитную восприимчивость $\chi_m^{(\text{пара})} = 10^{-10} \div 10^{-9} \text{ м}^3/\text{моль}$.

В отличие от диа- и парамагнетиков, магнитная восприимчивость ферромагнетиков не постоянна, а является сложной функцией напряженности внешнего поля. Она положительна и достигает очень больших значений, порядка $\chi_m^{(\text{ферро})} = 10^{-3} \div 10^1 \text{ м}^3/\text{моль}$.

Элементы физики магнетиков

Диамагнетизм

Электрон в атоме, движущийся по орбите подобен гироскопу. Если к вращающемуся гироскопу приложить пару сил, стремящуюся повернуть его около оси, перпендикулярной к оси его вращения, то он начнет поворачиваться около третьей оси, перпендикулярной к первым двум (см. «Механика», лекция 7).

Электрон, движущийся вокруг ядра, подобен круговому току, следовательно, обладает магнитным моментом. Поместим этот атом во внешнее магнитное поле. Поле будет оказывать на магнитный момент ориентирующее действие. Поскольку электрон подобен гироскопу, то он начнет прецессировать вокруг направления магнитного поля. Частоту этой прецессии называют *ларморовой частотой* (Джозеф Лармор (1857-1942) – английский физик-теоретик).

Ток, связанный с ларморовой прецессией, обуславливает дополнительный магнитный момент. Можно показать, что этот дополнительный момент направлен противоположно внешнему полю, независимо от направления орбитального момента электрона.

Если магнитные моменты электронов всех атомов в веществе при отсутствии внешнего магнитного поля полностью скомпенсированы (т.е. атомы не имеют магнитного момента), то, при наложении внешнего поля, у атомов возникает индуцированный момент, на-

правленный против внешнего поля (т.е. вещество намагничивается против внешнего поля).

Таким образом, к диамагнетикам относятся те вещества, атомы которых при отсутствии магнитного поля не имеют магнитных моментов. Диамагнитными веществами являются, например, медь, вода, инертные газы.

Расчет показывает, что намагниченность вещества за счет дополнительного магнитного момента выражается формулой:

$$J = -\frac{e^2}{6m} Z \langle R^2 \rangle n \mu_0 H,$$

где e – заряд электрона, m – его масса, Z – число электронов в атоме, $\langle R^2 \rangle$ – среднее значение квадрата расстояний электронов от оси ларморовской прецессии, n – число атомов в единице объема (концентрация атомов).

В соответствии с (6.10):

$$\chi = -\frac{e^2}{6m} Z \langle R^2 \rangle n \mu_0 \quad \text{или} \quad \chi_m = -\frac{e^2}{6m} Z \langle R^2 \rangle N_A \mu_0.$$

Как видно из формулы, магнитная восприимчивость диамагнетиков не зависит от температуры. Этот факт был экспериментально установлен в 1895 году французским физиком Пьером Кюри (1859-1906).

В следующей лекции мы покажем, что при помещении замкнутого контура в магнитное поле в нем, в результате электромагнитной индукции, возникает ток, направленный так, чтобы уменьшить внешнее поле. Т.е. в контуре индуцируется магнитный момент, противоположный по направлению внешнему полю. Ларморова прецессия – одно из проявлений этого закона.

Проявление абсолютного диамагнетизма демонстрируют сверхпроводники. Их намагниченность точно компенсирует внешнее магнитное поле, т. е. магнитное поле не проникает в сверхпроводник. Однако диамагнетизм сверхпроводников обусловлен не внутриаомными, а макроскопическими поверхностными токами.

Парамагнетизм

Диамагнитный эффект наблюдается у всех без исключения веществ. Однако если атомы обладают собственным магнитным моментом, то внешнее поле оказывает на них ориентирующее действие. Возникающий при этом магнитный момент, направленный по

полю, бывает значительно больше отрицательного диамагнитного момента.

Парамагнетизм вещества обусловлен тем, что магнитные моменты молекул (или атомов) вещества даже при отсутствии внешнего магнитного поля отличны от нуля. Парамагнетиками являются, например, азот, воздух, алюминий, платина.

Если такое вещество поместить в магнитное поле, то поведение молекул будет определяться двумя факторами.

- Магнитное поле стремится упорядочить направления магнитных моментов, выстроив их вдоль силовых линий.
- Молекулы участвуют в хаотическом тепловом движении, которое стремится разбросать магнитные моменты равномерно по различным направлениям.

В результате действия этих двух факторов устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля.

Кюри экспериментально установил закон, согласно которому восприимчивость парамагнитных веществ обратно пропорциональна абсолютной температуре:

$$\chi_m = \frac{C}{T},$$

где C – постоянная Кюри, зависящая от рода вещества.

Классическая теория парамагнетизма была разработана французским физиком Полем Ланжевеном (1872-1946). Используя методы статистической физики, можно получить выражение для магнитной восприимчивости (см. часть 3, «Молекулярная физика, распределение Больцмана»):

$$\chi = \frac{\mu_0 n \cdot p_m^2}{3kT} \quad \text{или} \quad \chi_m = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3kT}. \quad (6.15)$$

где p_m – магнитный момент молекулы, n – концентрация молекул, N_A – число Авогадро, k – постоянная Больцмана.

Эта формула хорошо совпадает с экспериментальными данными при условии, что вещество помещается в не очень сильное поле при не слишком низкой температуре.

Ферромагнетизм

К ферромагнетикам относятся никель, кобальт, гадолиний, а также их сплавы и соединения. Ферромагнетиками являются также некоторые соединения марганца и хрома с неферромагнитными эле-

ментами. Установлено, что ферромагнетиками являются, как правило, только вещества находящиеся в кристаллическом состоянии.

Намагниченность ферромагнетиков зависит от напряженности внешнего магнитного поля сложным образом. Рассмотрим зависимость J от H (рис. 6.2).

Поместим ферромагнитный образец в магнитное поле и начнем постепенно увеличивать величину напряженности внешнего поля. Эта зависимость имеет нелинейный характер. Уже при полях порядка $H_S \sim 100$ А/м наступает *насыщение*. Участок 0-1 носит название *основной* (или *нулевой*) *кривой намагничивания*. После достижения насыщения начнем уменьшать напряженность магнитного поля. График намагниченности не пойдет по первоначальной кривой 1-0, а создаст новую ветвь 1-2. Когда напряженность внешнего магнитного поля будет равна нулю, намагниченность не исчезнет, а останется

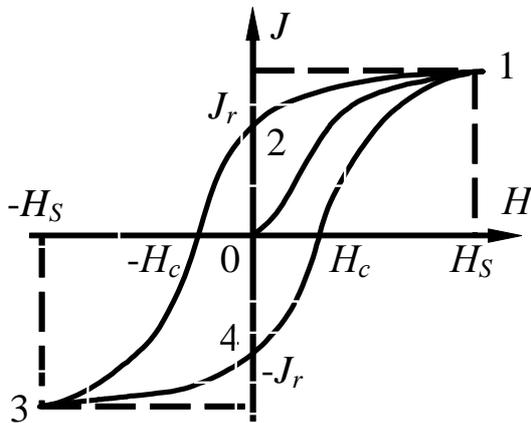


Рис. 6.2.

равной J_r . Величина J_r называется *остаточной намагниченностью*.

Намагниченность J обращается в нуль только под действием некоторого внешнего поля H_c , имеющего направление, противоположное тому, которое вызвало намагничивание. Напряженность H_c называется *коэрцитивной силой* (от лат. *coërcitio* – удерживание).

Увеличение обратного поля приведет к насыщению обратной намагниченности (участок 2-3). Уменьшение обратного поля до нуля приведет к возникновению остаточной намагниченности $-J_r$ (участок 3-4). Если теперь снова изменить направление поля на первоначальное и увеличивать его до значения H_S , то можно получить замкнутую кривую 1-2-3-4-1, называемую *петлей гистерезиса* (от греч. *hysteresis* – отставание, запаздывание). Если насыщения не достигается, кривая называется *частным циклом*.

Гистерезис приводит к тому, что намагниченность ферромагнетика не является однозначной функцией от H , она зависит от предыстории образца. Ферромагнетик имеет память. Это его свойство используется в запоминающих устройствах на магнитных носителях (дисках и лентах).

Величины H_c и J_r являются основными характеристиками ферромагнетика. Если коэрцитивная сила велика, ферромагнетик называется *магнито жестким*. Для него характерна широкая петля гистерезиса. Если величина H_c мала, ферромагнетик называется *магнито мягким*. Для постоянных магнитов необходимо использовать магнито жесткие вещества с высокой остаточной намагниченностью.

Часто петлю гистерезиса строят в виде функции $B(H)$. В соответствии с (6.10)-(6.12)

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}.$$

Так как для ферромагнетиков $\chi \gg 1$, первым слагаемым можно пренебречь и считать, что $B \sim J$ (хотя при достижении насыщения B в отличие от J продолжает медленно линейно расти). В данном случае остаточной намагниченности J_r будет соответствовать *остаточная индукция B_r* .

Как будет показано в следующей лекции, произведение $B \cdot H$ определяет плотность энергии магнитного поля. Поэтому площадь, ограниченная кривой $B(H)$, соответствует потерям энергии на перемагничивание единицы объема ферромагнетика. Чтобы уменьшить потери, для сердечников трансформаторов используют магнитомягкое железо с узкой петлей гистерезиса.

Атомы ферромагнитных веществ, также как и атомы парамагнетиков, имеют собственный магнитный момент. Однако в ферромагнетиках магнитные моменты соседних атомов устанавливаются параллельно друг другу. Такое ферромагнитное упорядочивание происходит за счет *обменного взаимодействия* электронов (особая квантовомеханическая форма электромагнитного взаимодействия). Обменное взаимодействие стремится расположить все магнитные моменты ферромагнетика в одном направлении. Однако это приводит к возникновению значительной энергии, связанной с внутренним магнитным полем. Стремление к минимуму энергии при равновесии приводит к разбиению ферромагнитного образца на домены – небольшие области ($10^{-5} \div 10^{-4}$ м), намагниченные до насыщения.

Каждый домен создает сильное магнитное поле, но домены в ферромагнетиках расположены случайным образом, и их результирующее поле равно нулю. Внешнее поле приводит к тому, что одни домены увеличиваются, а другие уменьшаются, и, кроме того, происходит разворот доменов. В результате существенно возрастает создаваемое ферромагнетиком магнитное поле.

Рост доменов обусловлен движением доменных стенок. Это

движение затруднено из-за наличия в образце различных дефектов, которые закрепляют доменные стенки в некоторых положениях; требуются достаточно сильные магнитные поля для того, чтобы их сдвинуть. Поэтому, например, при уменьшении поля H до нуля у образца сохраняется остаточная намагниченность.

Если тепловая энергия атомов достигает значения энергии связи между магнитными моментами атомов за счет обменного взаимодействия, доменная структура разрушается, и ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик. Такой переход обратим: при понижении температуры ферромагнетик восстанавливает свои свойства. Температура, соответствующая переходу ферромагнетик-парамагнетик, называется *точкой Кюри* (например, для железа $T_C = 1043$ К).

Эффект Баркгаузена

Кривая намагничивания ферромагнетика имеет ступенчатый характер. Причиной этого, как уже отмечалось, являются различного рода неоднородности в ферромагнетике (инородные включения, дефекты кристаллической решетки, остаточные механические напряжения и т.д.), которые препятствуют перестройке магнитной структуры. Когда граница домена, смещаясь при увеличении поля H , встречает препятствие, она останавливается и остаётся неподвижной при дальнейшем увеличении поля. При некотором значении поля граница преодолевает препятствие. В результате возникают небольшие скачки намагниченности, которые можно зарегистрировать в виде шума, потрескиваний и отдельных щелчков в микрофоне, соединенном с катушкой, намотанной на исследуемый ферромагнитный образец. Этот эффект обнаружил немецкий ученый Генрих Георг Баркгаузен (1881-1956). В настоящее время его используют, например, для неразрушающего контроля дефектов кристаллической структуры деталей из ферромагнитных материалов.

Лекция 7

- *Закон Фарадея.*
- *Индуктивность.*
- *Трансформатор.*
- *Энергия магнитного поля.*
- *«Электромагнитный маятник».*

Электромагнитная индукция

Введение

Эрстед установил связь магнитного поля с током в 1820 году. С этого момента делались многократные попытки возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта задача оказалась не простой, и решить ее после многих лет упорных поисков удалось Майклу Фарадею.

Фарадей был одержим идеями о неразрывной связи и взаимовлиянии сил природы. Логика была проста: механическая работа легко превращается в тепло за счет трения; тепло же наоборот можно преобразовать в механическую работу, например, с помощью паровой машины. Поэтому Фарадей считал, что если Ампер с помощью электричества мог создать магниты, то точно так же с помощью магнитов можно создавать электричество.

Фарадей поставил множество опытов, описание которых в 1931 году были изданы в Лондоне под названием «Дневник Фарадея». О работоспособности Фарадея говорит тот факт, что последний параграф «Дневника» помечен номером 16 041. Мастерство Фарадея и его одержимость в конце концов дали результаты. Осенью 1831 года, он убедился в том, что при быстром вдвигании магнита в катушку, в цепи возникает ток.

Говорят, что до Фарадея такие же опыты проводил Ампер. Чтобы избежать ошибок, связанных с сотрясением приборов, и Фарадей, и Ампер помещали измерительный прибор в отдельную комнату. Разница была небольшой: Ампер сначала вдвигал намагниченный сердечник в катушку, а потом следовал в соседнюю комнату посмотреть, не появился ли ток. Пока Ампер шел из комнаты в комнату, ток, который возникает лишь во время вдвигания или вынимания сердечника, уже исчезал. Фарадей же работал с ассистентом.

Закон Фарадея

В результате анализа проведенных экспериментов Фарадей установил, что ток в контуре возникает при приближении к нему (или удалении от него) магнита, при изменении силы тока в соседнем контуре или при перемещении самого контура в присутствии проводника с током или магнита. Это явление называют *электромагнитной индукцией*, а возникающий ток – *индукционным*.

Сам Фарадей считал, что все магнитные взаимодействия осуществляются посредством силовых линий, с которыми он связывал реально существующие механические напряжения в пространстве. Поэтому он сформулировал свой закон примерно так: возникающая при относительном движении проводника и силовых линий электродвижущая сила, пропорциональна числу силовых линий, пересекаемых проводником в единицу времени.

Как известно (см. например, комментарий к (1.8)), число силовых линий, пересекающих некоторую площадку, определяет поток поля через эту площадку. Тогда закон Фарадея (закон электромагнитной индукции) можно сформулировать следующим образом: *индукционная ЭДС, возникающая в замкнутом контуре, пропорциональна скорости изменения потока вектора магнитной индукции через этот контур*.

В системе СИ коэффициент пропорциональности равен единице:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \quad (7.1)$$

Направление электродвижущей силы (т.е. направление индукционного тока) определяется правилом Ленца: *индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать вызывающей его причине* (отсюда – «минус» между ЭДС индукции и скоростью изменения магнитного потока).

Электромагнитная индукция и закон сохранения энергии

Рассмотрим плоский контур с подвижной стороной (см. рис. 5.6). Контур подключен к батарее с ЭДС \mathcal{E} . Батарея создает в этом контуре ток I . Контур помещен в перпендикулярное ему магнитное поле с индукцией \vec{B} . На подвижную часть контура будет действовать сила \vec{F}_A . Дадим возможность подвижной части перемещаться так, что за время dt это перемещение равно $d\vec{r}$. Работа силы \vec{F}_A будет равна

$$dA = F \cdot dr = I \cdot B \cdot l \cdot dr = I \cdot d\Phi_B.$$

Источником работы, совершаемой над контуром, будет подключенная к нему батарея. Если зафиксировать подвижную сторону, работа сведется только к выделению тепла. При ее перемещении за время dt совершается также механическая работа. Таким образом, энергия, истраченная батарее за время dt , в соответствии с законом сохранения энергии равна

$$\mathcal{E} \cdot Idt = I^2 \cdot R \cdot dt + I \cdot d\Phi_B.$$

Разделив это выражение на $I \cdot R \cdot dt$, получим:

$$I = \frac{\mathcal{E} - d\Phi_B/dt}{R}.$$

Это выражение закона Ома для замкнутой цепи, в которой кроме внешней ЭДС \mathcal{E} возникает дополнительная, индукционная ЭДС, определяемая выражением (7.1).

Явление самоиндукции

При изменении внешнего магнитного потока, пронизывающего контур, в нем возникает индукционный ток. Однако магнитный поток возникает и при прохождении тока через сам контур. При изменении тока в этом контуре изменяется и магнитный поток, вследствие чего в контуре индуцируется ЭДС. Это явление называется *самоиндукцией*.

Возьмем контур, по которому течет ток I . Он порождает в пространстве магнитное поле, индукция которого в соответствии с (5.6) пропорциональна току, проходящему через контур. Магнитный поток через неподвижный контур пропорционален магнитной индукции: $\Phi_B \sim B$. Т.к. контур сам создает поле, т.е. неподвижен относительно него, магнитный поток пропорционален току через контур:

$$\Phi_B = L \cdot I. \quad (7.2)$$

Коэффициент пропорциональности между током и магнитным потоком называется *индуктивностью* контура или *коэффициентом самоиндукции*. Единицей индуктивности в системе СИ является *генри* (Гн). $1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А}$.

Индуктивность соленоида

Найдем значение ЭДС самоиндукции, возникающей в соленоиде, состоящем из N витков. Поскольку витки соединяются последовательно, общая ЭДС будет равна сумме ЭДС, индуцируемых в каж-

дом витке в отдельности:

$$\mathcal{E}_i = - \sum_{k=1}^N \frac{d\Phi_k}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt}.$$

Величину $\Psi = \sum_{k=1}^N \Phi_k$ называют *потокосцеплением* или *полным магнитным потоком*. Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков, то $\Psi = N\Phi_B$.

Связь между потокосцеплением и током, в этом случае, будет иметь вид

$$\Psi = L \cdot I. \quad (7.2a)$$

Вычислим индуктивность соленоида.

Поток через каждый виток равен $\Phi_B = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом, $\Psi = N\Phi_B = nlBS = \mu_0 \mu n^2 lSI$ (см. (5.17) и (6.12)).

Сопоставление с формулой (7.2a) дает для индуктивности длинного соленоида выражение

$$L = \mu_0 \mu n^2 lS = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (7.3)$$

Как видно из (7.3), индуктивность соленоида не зависит от тока, а определяется лишь его геометрией. Однако следует иметь в виду, что индуктивность может зависеть от величины тока. Например, при наличии в катушке ферромагнитного сердечника μ зависит от величины поля (а значит и от тока). Кроме того, при очень большом токе в результате взаимодействия между витками размеры соленоида могут изменяться.

Кстати, из формулы (7.3) легко получить размерность магнитной постоянной $[\mu_0] = [L] / ([n]^2 [V]) = \text{Гн} / (\text{м}^{-2} \text{м}^3) = \text{Гн/м}$, т.к. магнитная проницаемость – безразмерная величина (см. лекцию 5).

ЭДС самоиндукции

При изменении тока в катушке начнет изменяться магнитный поток, пронизывающий катушку, и возникнет ЭДС самоиндукции. Найдем ее величину:

$$\mathcal{E}_{si} = - \frac{d\Psi}{dt} = - \frac{d(L \cdot I)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (7.4)$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток противодействует причине, его вызывающей. Т.е. самоиндукция будет стремиться сохранить ток в цепи неизменным. Это означает, что ток в цепи, содержащей индук-

тивность, нельзя изменить мгновенно.

Ток в цепи с индуктивностью

Рассмотрим цепь, состоящую из катушки индуктивности, сопротивления, источника питания и ключа (рис. 7.1).

После замыкания ключа в цепи начнет действовать ЭДС самоиндукции. Запишем второе правило Кирхгофа для такой цепи.

$$IR = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt},$$

или

$$\frac{L}{R} \frac{dI}{dt} + I = \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Мы получили для тока неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами полностью аналогичное уравнению (4.18) для заряда на конденсаторе в RC -цепи.

В принципе, можно решать наше уравнение точно также как и (4.18), но мы покажем еще один очень простой способ решения.

Сделаем подстановку $I' = I - \frac{\mathcal{E}}{R}$ и, кроме того, заметим, что $\frac{dI'}{dt} = \frac{dI}{dt}$.

Тогда можно переписать уравнение в виде $\frac{L}{R} \frac{dI'}{dt} + I' = 0$. Теперь переменные легко разделяются:

$$\frac{dI'}{I'} = -\frac{R}{L} dt.$$

Проинтегрируем это уравнение: $\ln I' = -\frac{R}{L}t + \ln C$. Потенцируя,

получим $I' = C \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$. Сделаем обратную замену: $I = \frac{\mathcal{E}}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$

Постоянную C найдем из начальных условий. При $t = 0$ сила тока $I = 0$. Следовательно, $C = -\frac{\mathcal{E}}{R}$.

Окончательно:

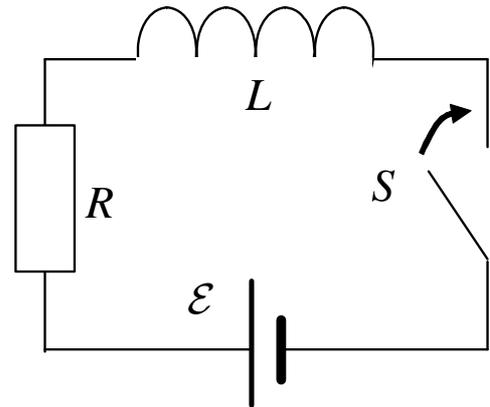


Рис. 7.1.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (7.5)$$

Таким образом, после включения источника питания ток в цепи не устанавливается мгновенно, а возрастает по экспоненциальному закону. Скорость возрастания определяется значением величины

$$\tau = \frac{L}{R}, \quad (7.6)$$

которую называют *постоянной времени* RL -цепи.

При размыкании цепи ток также не может мгновенно уменьшиться до нуля. В частности, если попытаться разомкнуть цепь, между контактами ключа возникает электрическая дуга (искра). Это явление приводит к выгоранию контактов выключателя.

Явление взаимной индукции

Рассмотрим два контура, находящихся на небольшом расстоянии. Пусть в первом контуре течет ток силой I_1 . Во втором контуре он создает полный магнитный поток $\Psi_2 = L_{21}I_1$. Если ток в первом контуре будет изменяться, то во втором контуре будет индуцироваться ЭДС

$$\mathcal{E}_2 = L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Если во втором контуре течет ток, то он создает в первом контуре поток $\Psi_1 = L_{12}I_2$. При изменении тока I_2 в первом контуре индуцируется ЭДС

$$\mathcal{E}_1 = L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Контур 1 и 2 называются *связанными*, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении тока в другом называется *взаимной индукцией*.

Коэффициенты L_{12} и L_{21} называются *коэффициентами взаимной индукции*. Как показывает расчет, при отсутствии ферромагнетиков в окрестности контуров эти коэффициенты равны друг другу, т.е. $L_{12} = L_{21}$.

Явление магнитной индукции используется для связи между цепями переменного тока при отсутствии гальванического контакта, например, в трансформаторах.

Трансформатор

Электрический *трансформатор* (от лат. *transformo* – преобра-

зую) изобретен русским электротехником Павлом Николаевичем Яблочковым (1847-1894) в 1876 году.

Трансформатор представляет собой систему, состоящую из двух катушек, насаженных на общий ферромагнитный сердечник (рис. 7.2). Одна из катушек, называемая первичной, имеет N_1 витков и присоединена к переменной ЭДС \mathcal{E}_1 .

Протекающий по ней переменный ток I_1 создает в сердечнике переменный магнитный поток Φ . Этот поток практически не выходит из сердечника и пронизывает вторую катушку, содержащую N_2 витков. Изменение потока вызывает появление ЭДС во вторичной катушке.

Применим второе правило Кирхгофа к первичной цепи. В этой цепи действует внешняя ЭДС и ЭДС самоиндукции.

$$\mathcal{E}_1 - \frac{d(N_1\Phi)}{dt} = I_1 \cdot R_1,$$

где R_1 – сопротивление первичной обмотки. В трансформаторах падение напряжения на первичной обмотке, практически, равно нулю, поэтому можно записать: $\mathcal{E}_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}$. Аналогично для вторичной

обмотки $\mathcal{E}_2 \approx -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$. Разделив второе соотношение на первое, по-

лучим $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = -\frac{N_2}{N_1}$. Откуда

$$\mathcal{E}_2 = -\mathcal{E}_1 \frac{N_2}{N_1}. \quad (7.7)$$

Знак минус в (7.7) показывает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Отношение N_2/N_1 , показывающее во сколько раз напряжение во вторичной обмотке отличается от напряжения в первичной, называется *коэффициентом трансформации*.

Трансформатор служит для повышения или понижения напряжения переменного тока. Существует и еще одно важное применение. Очень часто его используют как устройство, осуществляющее

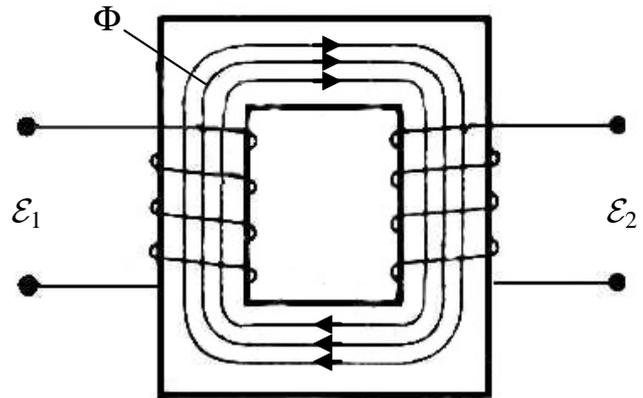


Рис. 7.2.

гальваническую развязку между прибором и силовой сетью. Отсутствие гальванической связи между прибором и сетью предотвращает пользователей от поражения электрическим током.

Электрическая мощность в обмотках равна произведению тока на ЭДС:

$$P_1 = \mathcal{E}_1 I_1 \text{ и } P_2 = \mathcal{E}_2 I_2.$$

Коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора определяется как отношение электрической мощности получаемой от вторичной обмотки к мощности тока, потребляемой от источника первичной обмоткой:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

У современных трансформаторов КПД достигает 99%, поэтому можно считать, что преобразование напряжения трансформатором происходит практически без потерь $P_2 \approx P_1$.

Подставляя сюда выражения для электрической мощности первичной и вторичной обмоток, получаем соотношение между токами и напряжениями в обмотках:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

Таким образом, повышение напряжения трансформатором приводит к практически пропорциональному понижению величины тока. Поэтому в трансформаторе обмотка, имеющая большее число витков, изготовлена, как правило, из провода меньшего сечения.

При передаче энергии на большие расстояния напряжение повышают, чтобы уменьшить потери (которые пропорциональны квадрату тока). При электросварке напряжение понижают, чтобы обеспечить большой ток.

Токи Фуко (Вихревые токи)

В массивном проводнике свободные заряды могут двигаться по любым траекториям. Поэтому переменное магнитное поле вызывает в проводнике возникновение индукционных *вихревых токов* или *токи Фуко* (Жан Бернар Леон Фуко (1819-1868), французский физик, впервые обратил внимание на нагревание металлических тел при их быстром вращении в магнитном поле).

- Вихревые токи вызывают нагревание проводника. Это явление используют в индукционных печах для плавления металлов и приго-

товления сплавов. Небольшие индукционные печи широко используются в лабораторной практике для прокаливания металлов в вакууме и получения сверхчистых элементов. Это же явление используется в медицине для терапии токами ультравысокой частоты (УВЧ).

- Вихревые токи возникают при движении массивных проводников в магнитных полях. Согласно правилу Ленца, вихревые токи вызовут появление сил, противодействующих движению. Это явление используют во многих электроизмерительных приборах для успокоения стрелок, приведения в движение дисков электросчетчиков и тахометров.
- В трансформаторах вихревые токи играют отрицательную роль. Для ослабления вихревых токов сердечники трансформаторов делают из тонких слоев железа, разделенных тончайшими слоями изолятора. Изолирующие прослойки должны пересекать возможные линии вихревых токов. Сердечники высокочастотных трансформаторов изготавливают из непроводящих ферромагнетиков (*ферритов*).

Энергия магнитного поля

Рассмотрим цепь, состоящую из соленоида, сопротивления, ключа и источника ЭДС (рис. 7.1). Пусть сначала ключ замкнут, и в цепи соленоида течет ток I . Этот ток создает магнитное поле, сцепленное с витками соленоида. Если замкнуть источник внешней ЭДС, одновременно отключив его от цепи, то через сопротивление некоторое время будет течь ток. Этот ток будет поддерживаться за счет ЭДС возникающей на клеммах соленоида. Работа, совершаемая этим источником за время dt , равна

$$dA = \mathcal{E} \cdot I \cdot dt = - \frac{d\Psi}{dt} \cdot I \cdot dt = -I \cdot d\Psi.$$

Поскольку, согласно (7.2а) $\Psi = L \cdot I$, то $d\Psi = L \cdot dI$. Подставляя это в выражение для работы, получим: $dA = -L \cdot I \cdot dI$.

Проинтегрировав последнее выражение от I до нуля, найдем

$$A = - \int_I^0 L I dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Таким образом, проводник с индуктивностью L , по которому течет ток I , обладает энергией

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.8)$$

Плотность энергии магнитного поля

Работа, которую мы нашли, идет на нагревание сопротивления R . Совершение работы сопровождается исчезновением магнитного поля, которое существовало в пространстве, окружающем соленоид. Следовательно, магнитное поле является носителем энергии, за счет которого и совершилась эта работа.

Выразим энергию магнитного поля через магнитную индукцию этого поля. Подставив в (7.8) индуктивность соленоида (7.3) и силу тока I из выражения для магнитной индукции соленоида: $B = \mu_0 \mu nI$ (см. (6.9) и (6.13)), получим

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} V.$$

Энергия внутри длинного соленоида распределена равномерно, поэтому ее плотность равна

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{HB}{2}. \quad (7.9)$$

Полезно сравнить полученное выражение с выражением для плотности энергии электростатического поля (3.21).

Отметим, что хотя мы получили выражение (7.9) для однородного магнитного поля, оно справедливо и для неоднородных полей.

Очень важно понимать, что наличие у магнитного поля энергии говорит о его материальности. То есть, поле – не просто удобный способ описания взаимодействия, оно – реально существующий физический объект.

Колебательный контур

Как уже отмечалось, наличие индуктивности приводит к тому, что ток в цепи невозможно изменить мгновенно. Т.е. индуктивность проявляет «инертные» свойства электрической цепи. С другой стороны, конденсатор в цепи способен запастись потенциальную энергию, подобно сжатой пружине, а затем отдавать ее при разрядке.

Механическая система, состоящая из грузика, закрепленного на пружине (пружинный маятник), может совершать гармонические колебания. Посмотрим, можно ли создать аналогичную электромагнитную колебательную систему. Для этого соберем цепь из катушки

индуктивности, конденсатора и ключа (рис. 7.3).

Пусть в начальный момент конденсатор заряжен. Тогда после замыкания ключа в цепи потечет ток разрядки конденсатора. Учитывая, что при возникновении тока в цепи на катушке индуктивности генерируется ЭДС самоиндукции, а напряжение на конденсаторе $U = q/C$, запишем второе правило Кирхгофа для этого контура:

$$\frac{q}{C} = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{или} \quad \frac{dI}{dt} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Используя определение силы тока (4.1), перепишем уравнение в виде:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Полученное уравнение является уравнением гармонических колебаний заряда на конденсаторе с циклической частотой

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} \quad (7.10)$$

(см. «Механика», лекция 9, выражение (9.3)).

Итак, заряд на конденсаторе в цепи изображенной на рис. 7.3 (называемой *колебательным контуром*) изменяется по закону синуса или косинуса:

$$q = q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Ток в цепи также совершает гармонические колебания:

$$I = \frac{dq}{dt} = I_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Как видите, ток и напряжение на конденсаторе (пропорциональное его заряду) сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Гармонические колебания совершают также электрическое поле в конденсаторе (пропорциональное заряду), магнитное поле катушки (пропорциональное току) и ЭДС самоиндукции (пропорциональная производной от силы тока).

Происходящий в колебательном контуре процесс называется *электромагнитными колебаниями*. Т.к. период связан с циклической частотой выражением $T = 2\pi/\omega_0$, период электромагнитных колебаний определяется формулой:

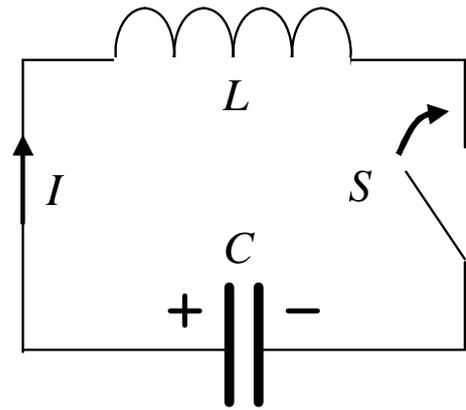


Рис. 7.3.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (7.11)$$

Формула (7.11) впервые получена английским физиком Уильямом Томсоном (он же лорд Кельвин) (1824-1907) и носит его имя.

В реальных колебательных контурах часть энергии теряется. Она тратится в основном на нагрев проводов катушки, обладающих активным сопротивлением (кроме того, существуют потери на излучение электромагнитных волн в окружающее пространство и потери в диэлектрике конденсатора). Это приводит к затуханию колебаний.

Если включить в колебательный контур генератор с переменной ЭДС частотой ω , то в нем возникнет сложное колебание, являющееся суммой собственных колебаний с частотой ω_0 и вынужденных колебаний с частотой ω . Через некоторое время после включения генератора собственные колебания в контуре затухнут и останутся только вынужденные. Амплитуда этих стационарных вынужденных колебаний зависит не только от амплитуды внешней ЭДС, но и от ее частоты. Зависимость амплитуды колебаний в колебательном контуре от частоты внешней ЭДС называется *резонансной характеристикой контура*. Резкое увеличение амплитуды имеет место при значениях ω , близких к собственной частоте ω_0 (см. «Механика», лекция 9, «Вынужденные колебания. Резонанс»).

Резонансные свойства колебательного контура используются, например, в радиоприемных устройствах для выделения электромагнитных колебаний заданных частот: настраиваясь на нужную радиостанцию, вы фактически настраиваете собственную частоту приемного контура своего приемника в резонанс с частотой передающей станции.

Лекция 8

- *Вихревое электрическое поле.*
- *Ток смещения.*
- *Уравнения Максвелла.*
- *Электромагнитные волны.*

Основы теории Максвелла

Введение

Количественное изучение электрических явлений началось с работ Кулона (1785), установившего закон взаимодействия электрических зарядов. Вплоть до 1820 года электрические и магнитные явления рассматривались как явления не связанные между собой.

Открытие Эрстедом в 1820 году магнитного действия тока показало, что между магнитными и электрическими явлениями имеется связь, и что магнитные действия можно получить при помощи электрических токов.

Магнитное действие токов было детально изучено Ампером, который пришел к заключению, что все магнитные явления в природе, в том числе связанные с постоянными магнитами, вызваны электрическими токами.

Важные результаты в этот период были получены Фарадеем. Из них особое значение имело открытие в 1831 году электромагнитной индукции. Это явление еще более укрепило представление о связи между электричеством и магнетизмом.

В работах Максвелла идеи Фарадея подверглись дальнейшему углублению и развитию и были превращены в строгую математическую теорию. Мысль о тесной связи электрических и магнитных явлений получила окончательное оформление. Уравнения Максвелла содержат в себе все основные законы электрических и магнитных явлений.

Эти уравнения лежат в основе всей электротехники, радиотехники и ее многочисленных ответвлений (телевидение, радиолокации и прочее). Они являются фундаментальными уравнениями физической оптики, которой будут посвящены наши следующие лекции. Наряду с законами Ньютона уравнения Максвелла являются фундаментальными основами классической физики.

Вот как писал в своих лекциях Ричард Фейнман: «В истории человечества (если посмотреть на нее, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием 19 столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого важного научного открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием».

Вихревое электрическое поле.

Рассмотрим неподвижный проволочный контур, помещенный в переменное магнитное поле. Из закона Фарадея следует, что любое изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, приводит к появлению ЭДС, которая вызывает в контуре индукционный ток.

Возникновение индукционного тока говорит о том, что в контуре появились сторонние силы, действующие на носители зарядов в проводнике. Известно, что сторонние силы – это силы неэлектростатического происхождения. Очевидно, что сторонние силы, вызывающие возникновение индукционного тока, не связаны ни с химическими, ни с тепловыми процессами. Они не могут иметь и магнитную природу, так как магнитные силы работы над зарядами не совершают (см. раздел «Сила Лоренца» в лекции 5).

Максвелл высказал гипотезу о том, что *всякое изменяющееся во времени магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое является причиной возникновения индукционного тока в контуре.* Контур, в котором появляется ЭДС, играет второстепенную роль. Он позволяет лишь обнаружить это явление по протеканию тока.

Электродвижущая сила электромагнитной индукции определяется работой сторонних сил по переносу заряда вдоль замкнутого контура (см. выражение (4.6)):

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{q} \oint_L \vec{F}_i d\vec{r} = \oint_L \vec{E}_i d\vec{r},$$

где напряженность электрического поля индукционных сторонних сил связана с силой аналогично напряженности электростатического

поля: $\vec{E}_i = \frac{\vec{F}_i}{q}$. Учитывая, что $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}$, а $\Phi = \int \vec{B} d\vec{S}$, получим:

$$\oint_L \vec{E}_i d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{S_L} \vec{B} d\vec{S},$$

где S_L – поверхность, ограниченная контуром L . Операции дифференцирования по времени и интегрирования по поверхности можно поменять местами:

$$\oint_L \vec{E}_i d\vec{r} = -\int_{S_L} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Сравнивая полученное выражение с выражением (2.3), определяющим циркуляцию вектора напряженности электростатического поля ($\oint \vec{E}_q d\vec{r} = 0$), мы видим, что между рассматриваемыми полями имеется принципиальное различие: в отличие от \vec{E}_q циркуляция вектора \vec{E}_i не равна нулю. Следовательно, электрическое поле, возбуждаемое магнитным полем, является *вихревым*. Линии напряженности электрического поля \vec{E}_i замкнуты (рис 8.1).

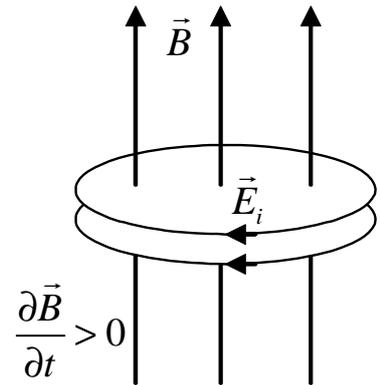


Рис. 8.1.

Таким образом, электрическое поле может быть как потенциальным, так и вихревым. В общем случае электрическое поле определяется суммой полей: $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_i$. Поэтому

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{S_L} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (8.1)$$

Выражение (8.1) является одним из уравнений Максвелла.

Ток смещения.

Закон полного тока (6.13), с учетом (4.2а), можно переписать в виде

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \int_{S_L} \vec{j}_{\text{пр}} \cdot d\vec{S}, \quad (8.2)$$

где $j_{\text{пр}}$ – плотность тока проводимости.

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую конденсатор. Носители заряда движутся по всей цепи, кроме зазора между обкладками конденсатора. Следовательно, линии тока проводимости терпят разрыв на границах обкладок. Носители заряда, движущиеся

в проводнике, создают магнитное поле. Однако на обкладках конденсатора упорядоченное движение зарядов обрывается; возникает вопрос, обрывается ли там магнитное поле, которое всегда связано с токами и является их важнейшим признаком. Максвелл предположил, что линии тока проводимости непрерывно переходят на границе обкладок в линии *тока смещения*.

Мгновенное значение тока проводимости равно

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока проводимости в непосредственной близости от внутренней поверхности обкладок определяется выражением

$$j_{\text{пр}} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt},$$

где S – площадь обкладок, σ – поверхностная плотность зарядов.

Чтобы линии тока смещения имели такую же густоту, как и линии тока проводимости, плотность тока смещения должна быть равна

$$j_{\text{см}} = \frac{d\sigma}{dt}.$$

Выразим $j_{\text{см}}$ через параметры электрического поля, имеющегося в зазоре. Согласно (3.14) $D = \sigma$. Откуда

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (8.3)$$

При расчетах магнитных полей нужно подставлять в формулу полную плотность тока. Эта плотность складывается из плотности тока проводимости и плотности тока смещения:

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}} = \vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

В общем случае циркуляция вектора \vec{H} по любому замкнутому контуру определяется выражением (8.2), в котором под знаком интеграла справа стоит полная плотность тока:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{r} = \int_{S_L} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (8.4)$$

Это уравнение представляет собой еще одно уравнение Максвелла.

Согласно (3.14), величина тока смещения может быть представлена в виде двух слагаемых:

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{\text{св}}}{\partial t}$$

Второе слагаемое связано со смещением связанных зарядов в диэлектрике под действием электрического поля и по своей сути аналогично току проводимости (иногда это слагаемое называют *плотностью тока связанных зарядов*). Возможно, именно поэтому Максвелл выбрал по аналогии для названия введенной им новой величины не удачный, с точки зрения современных представлений, термин «ток смещения».

Первому слагаемому нельзя приписать простого и ясного физического смысла. Действительно, в отличие от тока свободных или связанных зарядов ток смещения в вакууме не связан с перемещением или изменением состояния каких-либо частиц. Поэтому термин «ток смещения» является чисто условным. По существу, ток смещения – это изменяющееся со временем электрическое поле. Основанием для того, чтобы назвать током величину $\frac{\partial D}{\partial t}$ служит лишь то, что размерность этой величины совпадает с размерностью плотности тока.

Смелость идеи Максвелла становится особенно очевидной, если учесть, что гипотеза о токе смещения не опиралась на опыт, а требовала экспериментальной проверки. Из всех физических свойств Максвелл приписал току смещения лишь одно свойство – способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле: *Всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.*

Лишь в 1888 г., уже после смерти Максвелла, немецкий физик Генрих Рудольф Герц (1857-1894) впервые экспериментально доказал реальность тока смещения и его магнитного поля.

Уравнения Максвелла

Обобщение всех имеющихся опытных данных по электричеству и магнетизму, которым Максвелл придал математическую форму, приводит к нескольким основным уравнениям.

$$\begin{array}{ll}
 1) \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_{S_L} \frac{d\vec{B}}{dt} dS & 3) \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_{S_L} \left(\vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) dS \\
 2) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 & 4) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{V_S} \rho dV
 \end{array} \tag{8.5}$$

Первое уравнение является следствием закона электромагнитной индукции, записанного с использованием понятия вихревого электрического поля (см. (8.1)). Из него видно, что электрическое поле может порождаться изменяющимся во времени магнитным полем.

Второе уравнение отражает свойство замкнутости линий вектора \vec{B} , т.е. отсутствие «магнитных зарядов», на которых эти линии могли бы начинаться и оканчиваться (см. (5.15)).

Третье уравнение (обобщенный закон полного тока) утверждает, что магнитное поле порождается токами проводимости или изменяющимися во времени электрическими полями (см. (8.4)).

Наконец последнее (теорема Гаусса) показывает, что линии вектора \vec{D} начинаются и оканчиваются на свободных зарядах (см. (3.17) и (2.16)-(2.17)). Т.е. источниками электрического поля могут являться свободные заряды.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Система (8.5) представляет собой уравнения Максвелла в интегральной форме. Однако, как уже неоднократно отмечалось, для расчетов удобней дифференциальная форма записи законов, определяющая связи между величинами в каждой точке пространства.

Чтобы записать уравнения Максвелла в дифференциальной форме, можно воспользоваться теоремами, которые устанавливают связь между линейными, поверхностными и объемными интегралами.

В лекции 2 мы показали, что согласно теореме Остроградского–Гаусса, поток любого вектора \vec{A} через произвольную замкнутую поверхность равен интегралу от дивергенции этого вектора по объему, ограниченному выбранной поверхностью:

$$\int_S \vec{A} d\vec{S} = \int_{V_S} \text{div} \vec{A} dV. \quad (8.6)$$

Эта теорема позволяет легко преобразовать уравнения 3 и 4 системы (8.5) в дифференциальную форму:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \equiv \int_{V_S} 0 \cdot dV; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{V_S} \text{div} \vec{B} \cdot dV \Rightarrow \text{div} \vec{B} = 0,$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_{V_S} \rho dV; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_{V_S} \text{div} \vec{D} \cdot dV \Rightarrow \text{div} \vec{D} = \rho.$$

Теорема Стокса (которую мы приведем без доказательства) связывает линейный интеграл с поверхностным: *циркуляция вектора \vec{A}*

по произвольному замкнутому контуру равно потоку ротора этого вектора через поверхность, ограниченную выбранным контуром

$$\oint_L \vec{A} \cdot d\vec{r} = \int_{S_L} \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S}, \quad (8.7)$$

где $\text{rot } \vec{A}$ – ротор вектора \vec{A} (от лат. *roto* – вращаюсь). Ротор является векторной характеристикой «вращательной составляющей» поля \vec{A} . Он может быть истолкован механически следующим образом. Пусть \vec{v} есть поле скоростей потока жидкости. Поместим в некоторой точке потока очень маленькое колесико с лопастями и ориентируем его ось вдоль направления вектора $\text{rot } \vec{v}$ в этой точке. Тогда угловая скорость вращения колесика под воздействием потока будет максимальной и ее значение будет равно $|\text{rot } \vec{v}|/2$.

Дифференциальная операция нахождения ротора вектора \vec{A} в декартовых координатах может быть записана с помощью определителя:

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{i} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right). \quad (8.8)$$

С учетом (8.7) уравнения 1 и 3 системы (8.5) могут быть преобразованы:

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{r} &= \int_{S_L} \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_{S_L} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \oint_L \vec{H} d\vec{r} &= \int_{S_L} \text{rot } \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_{S_L} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}$$

В итоге получается следующая эквивалентная (8.5) система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} 1) \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & 3) \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ 2) \text{div } \vec{B} &= 0 & 4) \text{div } \vec{D} &= \rho \end{aligned} \quad (8.9)$$

Материальные уравнения

Система (8.5) или эквивалентная ей (8.9) не является полной и поэтому не позволяет решать конкретные задачи электродинамики. Действительно, эти системы содержат по восемь скалярных уравнений (не забывают, что уравнения 1 и 3 – векторные) и, считая токи и

распределение зарядов заданными, по двенадцать скалярных неизвестных функций (по три проекции каждого из векторов \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} и \vec{B}).

Для того чтобы дополнить систему уравнений Максвелла, используют уравнения, определяющие связи между компонентами полей и зависящие от свойств материальной среды, для которой решается задача, например

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \quad \text{и} \quad \vec{j} = \gamma\vec{E}. \quad (8.10)$$

Эти дополнительные связи называются *материальными уравнениями*. С учетом материальных уравнений, система (8.5) (или (8.9)) позволяет описывать все электромагнитные процессы как в вакууме, так и в веществе.

Следует однако помнить, что система уравнений Максвелла с материальными условиями (8.10) является избыточной (посчитайте уравнения и неизвестные), т.е. не все уравнения в этом случае независимы.

Кроме того, отметим, что уравнения Максвелла в дифференциальной форме могут быть однозначно решены только в том случае, если к ним добавить условия, накладываемые на поля, на границе исследуемой области (*граничные* или *краевые* условия). Применяя уравнения (8.5) в области, примыкающей к границе двух диэлектриков, для нормальных и тангенциальных составляющих полей, можно получить следующие условия:

$$\begin{aligned} E_{1\tau} &= E_{2\tau}, \quad \epsilon_2 D_{1\tau} = \epsilon_1 D_{2\tau}, \quad \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}, \quad D_{1n} = D_{2n}, \\ H_{1\tau} &= H_{2\tau}, \quad \mu_2 B_{1\tau} = \mu_1 B_{2\tau}, \quad \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}, \quad B_{1n} = B_{2n} \end{aligned} \quad (8.10)$$

Добавив к системе уравнений Максвелла с материальными уравнениями выражение для силы Лоренца

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

мы охватываем все электромагнитные явления.

Теория Максвелла стала первой в истории теорией, уравнения которой оказались инвариантными относительно преобразований СТО (преобразований Лоренца), т.е. электродинамика в такой интерпретации с самого начала является релятивистской теорией. В настоящее время считается, что любая правильная теория, адекватно описывающая наш мир, должна удовлетворять принципу относительности Эйнштейна, т.е. быть инвариантной относительно преобразований Лоренца (как вы помните, теория Ньютона, например, яв-

ляется лишь приближением теории Эйнштейна для случая малых скоростей).

Тем не менее, даже такая совершенная теория, как теория Максвелла, терпит крах при переходе к миру элементарных частиц, где все определяется законами квантовой механики. Поэтому современной теорией электромагнетизма является квантовая электродинамика, которая сохранила многие идеи теории Максвелла и в том числе ее основную черту – релятивистскую инвариантность.

Электромагнитные волны

Запишем систему уравнений Максвелла (8.9) для однородной непроводящей ($\vec{j}=0$) среды ($\varepsilon=\text{const}$ и $\mu=\text{const}$) при отсутствии свободных зарядов ($\rho=0$):

$$\begin{aligned} 1) \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & 3) \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ 2) \operatorname{div} \vec{H} &= 0 & 4) \operatorname{div} \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (8.11)$$

Возьмем ротор от обеих частей первого уравнения (8.11), воспользовавшись известным правилом: $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$, где Δ – оператор Лапласа (см. (2.18)). Любители математики могут убедиться в справедливости этого соотношения в декартовой системе координат, используя напрямую определение (8.8) с учетом определений (2.14) из лекции 2, а также (6.14) из «Механики». Ротор от левой части с учетом уравнения 4 из (8.11) дает:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}.$$

Ротор от правой части с учетом уравнения 3 позволяет получить следующее выражение:

$$-\mu_0 \mu \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu_0 \mu \frac{\partial (\operatorname{rot} \vec{H})}{\partial t} = -\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

где учтено, что частные производные по координатам и времени можно менять местами.

Вновь приравнявая обе части с учетом определения оператора Лапласа в декартовой системе координат (2.18), получим:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (8.12a)$$

Поступив аналогично с третьим уравнением системы (8.11), будем иметь уравнение для вектора напряженности магнитного поля:

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \mu_0 \mu \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (8.12б)$$

Некоторые из вас наверняка помнят, что очень похожее уравнение мы получили, рассматривая упругие волны. Для тех кто забыл, советуем взглянуть на выражение (10.5) из «Механики». Из сравнения этих уравнений немедленно следует вывод о том, что уравнения (8.12) описывают электромагнитные волны, распространяющиеся в пространстве со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (8.13)$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ (8.13а)

скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.

Уравнения (8.12а) и (8.12б) не являются независимыми. Анализ решения системы уравнений Максвелла (8.11) позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, колебания векторов \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и, кроме того, перпендикулярны направлению распространения волны, т.е. электромагнитная волна – поперечна. Во-вторых, фазы колебаний электрического и магнитного полей совпадают.

Непосредственной подстановкой в систему (8.11) можно убедиться, что одним из ее решений являются функции вида: $\vec{E} = (0, E_y, 0)$ и $\vec{H} = (0, 0, H_z)$, где

$$E_y = E_0 \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi), \quad (8.14)$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi).$$

Эти функции описывают плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль оси x со скоростью v (рис.8.2). Здесь ω – циклическая частота колебания полей; $k = \omega/v = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны, φ – начальная фаза колебаний (при $x=0$ и $t=0$). Величины E_0 и H_0 представляют собой амплитуды колебаний электрического и магнитного полей, связанные соотношением:

$$E_0 \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H_0 \sqrt{\mu_0 \mu}. \quad (8.15)$$

Определим значение скорости распространения электромагнитной волны в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

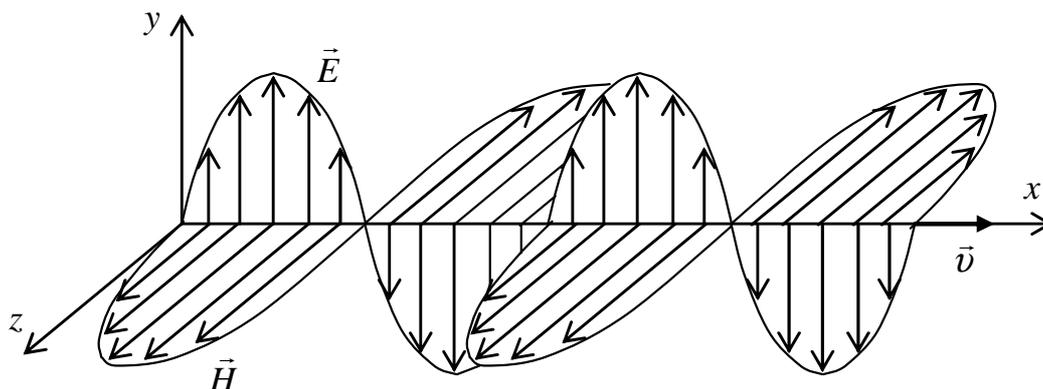


Рис. 8.2.

Совпадение скоростей распространения света и электромагнитных волн в вакууме позволяет сделать предположение о том, что свет по своей природе может представлять электромагнитные волны. Именно такой вывод и сделал впервые Максвелл, на основе своей теории, фактически объединив тем самым электричество, магнетизм и оптику.

Экспериментальное подтверждение теории Максвелла

Итак, Максвелл установил, что переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое, а переменное электрическое поле порождает магнитное поле. Значит, если возбудить с помощью движущихся зарядов переменное магнитное поле, то в окружающем пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Т.е. в пространстве возникнет электромагнитная волна.

Решающая роль в утверждении теории Максвелла сыграли опыты Герца, которые он осуществил в 1888 г.

Источником электромагнитных волн может быть любой проводник, по которому течет переменный электрический ток, поскольку вокруг него существует переменное магнитное поле. Излучающая способность такого проводника зависит от величины тока, частоты и размеров.

Источником электромагнитных волн может быть и колебательный контур. Недостатком обычного колебательного контура является то, что переменное электрическое поле (являющееся током смещения) находится в малом объеме между обкладками конденсатора,

а магнитное поле только вблизи катушки индуктивности. Такой контур, обычно, называют закрытым.

Герц постепенно, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора и, раздвигая пластины, совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому. В конце концов, его система трансформировалась в два стержня, разделенных искровым промежутком. Такая система получила название *вибратора Герца*.

При подаче на вибратор высокого напряжения от индукционной катушки в промежутке проскакивала искра. Она закорачивала промежуток, и в вибраторе возникали затухающие электрические колебания. За время горения искры происходило большое число колебаний, которые порождали электромагнитные волны. Длина электромагнитных волн в два раза превышала длину вибратора. При исчезновении искры контур размыкался, и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал конденсатор, состоящий из половинок диполя, и в контуре вновь наблюдались колебания.

Для регистрации электромагнитных волн Герц пользовался вторым вибратором, называемым резонатором, имеющим такую же частоту собственных колебаний, что и излучающий вибратор, т.е. настроенным в резонанс с вибратором. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, в его зазоре проскакивала электрическая искра. С помощью описанного вибратора Герц достиг частоты порядка 100 МГц, т.е. получил электромагнитные волны около 3 м.

Экспериментируя с электромагнитными волнами, Герц наблюдал их отражение, преломление, интерференцию, поляризацию. Он экспериментально подтвердил, что скорость распространения электромагнитных волн равна скорости света. опыты Герца имели большое значение для признания теории Максвелла и ее утверждения.

Энергия электромагнитных волн

Электромагнитные волны переносят энергию. Эту энергию можно зарегистрировать приборами. Именно энергия электромагнитных волн превращается в тепловую энергию в микроволновой печи.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля складывается из плотностей энергий электрического (3.21) и магнитного (7.9) полей:

$$w = w_{\text{эл}} + w_{\text{маг}} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Учитывая связь между величинами полей $\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H$ (см. (8.15)), можно заключить, что плотность энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинакова, т.е.

$$w = 2w_{\text{эл}} = 2w_{\text{маг}} = \epsilon\epsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0} E H.$$

Умножая плотность энергии w на скорость v распространения электромагнитной волны в среде (8.13), получим выражение для модуля плотности потока энергии (см. «Механика» (10.19)):

$$S = w \cdot v = E \cdot H.$$

Т.к. векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую тройку (см. рис. 8.2), направление вектора $\vec{E} \times \vec{H}$ совпадает с направлением переноса энергии \vec{v} . Поэтому вектор

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{8.16}$$

является вектором плотности потока энергии. Он носит названия *вектора Пойнтинга* (Дж. Г. Пойнтинг, английский физик (1852-1914)) и является аналогом вектора Умова для упругих волн (см. «Механика» (10.19)). Поэтому вектор \vec{S} часто называют вектором Умова-Пойнтинга.

Импульс электромагнитной волны

Падая, на какое-нибудь тело, электромагнитная волна сообщает ему импульс, т.е. оказывает давление. Это можно уяснить на следующем примере. Пусть плоская электромагнитная волна падает по нормали на поверхность проводящего тела.

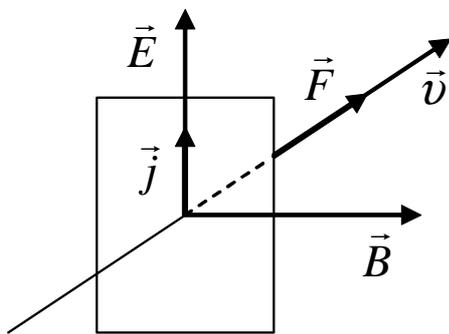


Рис. 8.3.

Электрическое поле приведет в движение электрические заряды, т.е. возбудит ток плотностью $\vec{j} = \gamma \vec{E}$. Магнитное поле будет действовать на этот ток с силой (Ампера), направление которой совпадает с направлением скорости волны (см. рис. 8.3). Это воздействие можно интерпретировать как давление электромагнитной волны на поверхность.

Это воздействие можно интерпретировать как давление электромагнитной волны на поверхность.

Значение этого давления ничтожно мало. Можно оценить, что при средней мощности солнечного излучения, падающего на Землю, давление для абсолютно поглощающей поверхности составляет примерно 5 мкПа. Для абсолютно отражающей поверхности давление в два раза больше (можете объяснить, почему?).

В 1900 году русский физик Петр Николаевич Лебедев (1866-1912) провел чрезвычайно тонкие опыты по измерению светового давления на твердые тела, а в 1910 году – на газы. Опыты Лебедева имели огромное значение для утверждения выводов Максвелла о том, что свет представляет собой электромагнитные волны.

Опыты по световому давлению принесли Лебедеву мировую славу. По этому поводу Томсон (лорд Кельвин) говорил: «Я всю жизнь воевал с Максвеллом, не признавая его светового давления, и вот ...Лебедев заставил меня сдать перед его опытами».

Излучение электромагнитных волн

Простейшим источником электромагнитных волн является ускоренно движущийся электрический заряд. Прямые вычисления на основе уравнений Максвелла показывают, что интенсивность его излучения (энергия, излучаемая по всем направлениям в единицу времени) равна

$$I = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{q^2 a^2}{6\pi c^2}, \quad (8.17)$$

где q – величина заряда, a – его ускорение.

У покоящегося или равномерно движущегося заряда ($a = 0$) излучение отсутствует. Заряд же, движущийся ускоренно, излучает. В частном случае, когда заряд совершает гармоническое колебание по закону $x = x_0 \sin \omega t$ (x_0 – амплитуда колебания заряда), ускорение a равно второй производной от смещения заряда $a = \ddot{x} = -\omega^2 x_0 \sin \omega t$. Усредненная по времени интенсивность излучения определяется выражением:

$$\langle I \rangle = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{q^2 x_0^2 \omega^4}{12\pi c^2}. \quad (8.17a)$$

Радиосвязь

Пожалуй ничто так не влияет на технологический прогресс, как развитие средств связи. Всего тысячу лет назад мир представлял собой несколько не связанных между собой очагов цивилизации. Да и

внутри них скорость передачи информации на дальние расстояния не превышала средней скорости дневного перехода каравана.

После трансокеанских экспедиций Колумба и Магеллана земная цивилизация стала единой, но чтобы доставить, например, информацию из Европы в Америку, даже с появлением пароходов, требовались недели, а то и месяцы.

Как мы уже знаем электромагнитные волны распространяются со скоростью света, а это – максимально возможная скорость во Вселенной (см. «Механика», лекция 11). Поэтому появление радиосвязи (лат. *radio* – излучаю, испускаю лучи) за сто с небольшим лет коренным образом изменило цивилизацию. Кто из вас может представить современный мир без радио, телевидения и мобильной связи?

Сегодня в XXI веке мы, пользуясь сотовым телефоном и Интернетом, редко задумываемся об удивительных и гениальных людях, создателях принципов, лежащих в основе этих приборов.

После опубликования работ Герца идея о возможности использования электромагнитных волн для связи была впервые осуществлена русским физиком и электротехником Александром Степановичем Поповым (1859-1905). На заседании Российского физико-химического общества 24 марта 1896 года он продемонстрировал передачу сигналов на расстояние 250 м. Первая радиограмма состояла из двух слов «Генрих Герц».

В том же году итальянский физик Гульеомо Маркони (1874-1937), подал заявку на систему передачи радиосигналов и в 1897 году получил английский патент (Попов свое открытие не патентовал). Уже в 1901 Маркони осуществил радиосвязь через Атлантический океан. Его деятельность в распространении радио как средства связи была отмечена Нобелевской премией в 1909 г.

Удивительно, но сегодня, столетие спустя, многие люди охотно верят псевдонаучной чуши, которую несет очередной «ниспровергатель современной науки», пользуясь теми самыми средствами связи, в основе которых лежат фундаментальные физические законы. Как правило, новый «пророк», не сумев освоить сложных принципов современного естествознания, создает свою «гениальную теорию» и «вешает лапшу» с помощью телевидения, Интернета и радио.

Быть может разумнее употребить свое время (и силы) на изучение физики, чем терять его, приобщаясь к «гениальным идеям» лженаучных «пророков»?

Лекция 9

- *Что такое свет?*
- *«Измерение» света.*

ОСНОВЫ ОПТИКИ

Введение

Мы приступаем к изучению оптических явлений (от греч. *optós* – видимый, зримый). Чтобы в конце изучения этого раздела вы знали, каких успехов добились, рассмотрим вначале наши житейские представления, о свете.

Мы видим с помощью глаз: если закрыть глаза, то ничего не видно. Однако в темной комнате мы не видим даже с открытыми глазами. Значит, существует нечто, что переносит зрительную информацию от предметов к нашему глазу. Мы называем это «нечто» светом.

Свет испускается сильно нагретыми телами. Это было замечено древними людьми, и они использовали это открытие для освещения своих пещер и отпугивания ночных хищников. Однако существует и «холодный свет»: светлячки, полярное сияние, люминесцентные лампы. Да и лазер, самый яркий источник света во Вселенной не очень горячий.

Свет может изменять свойства тел. Вы знаете, что предметы, долгое время находящиеся на солнце, выцветают. Наши бабушки использовали это свойство света для отбеливания льна. Люди же с белой кожей, если долго находятся на солнце, наоборот, приобретают коричневую окраску.

Итак, несколько следующих лекций мы посвятим тому, чтобы понять, что такое свет и каковы его свойства.

История развития представлений о свете

Люди задумывались о том, что такое свет с незапамятных времен. До нас дошли, например, представления древних греков по этому вопросу. Они выдвинули две основных гипотезы:

1. Свет – это зрительные лучи, выходящие из глаз и осязающие предметы.
2. Свет – это тончайшие «слепки», «призраки», испускаемые светящимися предметами.

На первый взгляд, такие представления выглядят слишком наивно для просвещенных греков. Любой современный человек, обладающий основами школьных знаний, сразу спросит: «А что мешает выходить из глаз лучам в темной комнате? Глаза-то на месте», – или: «Что мешает предметам испускать свои «призраки», если мы включим свет?»

На самом деле нужно помнить, что, несмотря на свою высокую образованность, древние греки не обладали мышлением, подобным нашему. Наука древних греков все-таки не очень далеко ушла от мифологии, в ней не доставало самого главного научного принципа – экспериментальной проверки гипотез. Поэтому легко представить себе аргументацию наших греческих научных предков: «Огонь – одна из основных мировых стихий. Именно присутствие небесного (Солнце, Луна) или земного (фонарь, факел) огня вызывает многие явления, в том числе стимулирует выход зрительных лучей из глаз. Зрительные лучи, как и все органы человека, слабеют к старости – зрение ухудшается. Некоторые болезни ослабляют зрительные лучи и могут даже привести к полной слепоте. Иначе как объяснит тот факт, что есть глаза, есть огонь, но человек не видит?» Убедительно, не правда ли?

Хотя люди и задумывались о природе света с давних времен, первые значительные результаты в понимании его сущности были получены лишь в XVII веке, когда начала развиваться инструментальная оптика.

В начале XVII века были изобретены важнейшие оптические приборы – микроскоп (от греч. *mikrós* – маленький; и *skopéo* – смотрю), и телескоп (греч. *téle* – вдаль, далеко), или зрительная труба. Для того чтобы совершенствовать эти приборы, нужно было иметь правильные представления о природе света. Таким образом, именно потребности практики, а не абстрактные размышления об устройстве Мира (как у древних греков), чаще всего приводят к развитию науки.

В 1280 г. итальянский физик Сальвино дельи Арматти (1245-1317), как предполагают, изготовил первые очки. Они состояли из двух выпуклых линз, увеличивающих предметы так, чтобы люди могли их лучше видеть. Первые же увеличительные стекла были созданы около 700 г. до н.э. на Среднем Востоке.

Одним из первых создателей телескопа является голландский оптик Ханс Липперсгей (1570-1619). Он вставил в оба конца длин-

ной трубки по увеличительной линзе и увидел через нее удаленные предметы гораздо крупнее, чем невооруженным глазом.

Галилей построил телескоп, увеличивающий предметы в 30 раз, и наблюдал в него Луну и движение планет. Он открыл спутники Юпитера, кольца Сатурна и пятна на Солнце.

Ломоносов Михаил Васильевич (1711-1765), первый русский учёный-естествоиспытатель мирового значения, создал великолепные оптические инструменты и открыл атмосферу на Венере.

Принято считать, что первый микроскоп создал голландский очковый мастер Ханс Янсен. Собственно и не он даже, а его дети, вставившие с двух концов медной трубки стекла для очков.

Голландский натуралист Антони ван Левенгук (1632-1723), сделал более совершенный микроскоп и, наведя его на каплю воды, поразился неведомым существам, обитавшим в ней.

Мир расширился перед вооруженным оптикой человеком. Человек увидел туманности и спиральные Галактики, живую клетку и ее ядро.

Для объяснения световых явлений было выдвинуто две гипотезы:

1. Свет – поток частиц.
2. Свет – волновой процесс.

Корпускулярная природа света

Гипотезу о том, что свет является потоком частиц или корпускул (от лат. *corpusculum* – тельце, частица) выдвинул французский философ и математик Рене Декарт (1596-1650). Эти идеи были развиты Ньютоном, который применил к корпускулам законы механики. Ему удалось объяснить законы отражения и преломления.

В 1666 г. Ньютон, основываясь на законах механики, объяснил явление *дисперсии* (см. лекцию 13) света. Он предположил, что фиолетовые корпускулы обладают меньшей массой, чем красные и распространяются в средах с большей скоростью и сильнее преломляются. Впоследствии выяснилось, что это объяснение является ошибочным.

В течение XVII века корпускулярная теория света занимала господствующее положение в науке. Авторитет Ньютона был очень высок. Лишь немногие ученые осмеливались высказываться в пользу других представлений о природе света. К этим ученым, кстати, относился и наш соотечественник Ломоносов.

Волновая природа света

Первым в защиту волновой теории выступил английский ученый Томас Юнг (1773-1829 гг.). В своем сочинении «Опыт и проблемы по звуку и свету», изданном в 1780 году, Юнг привел ряд доказательств в пользу волновой теории. Самым важным вкладом в развитие волновой теории света была разработка им принципа интерференции. Юнг считал свет продольными упругими волнами в упругой светонесущей среде (аналогично звуковым волнам в воздухе), поэтому наиболее серьезным недостатком волновой теории была ее неспособность объяснить явление поляризации света. Поэтому корпускулярная теория, подкреплённая авторитетом Ньютона, оставалась основной теорией.

Существенных результатов в разработке волновой теории света достиг французский ученый Огюст Френель (1788-1827). Результаты своих исследований он представил во Французскую академию наук в 1818 году. Комиссия признала ценность теории, и Френелю была присуждена премия Академии наук.

Согласно корпускулярной теории, скорость света в среде оптически более плотной должна быть больше, чем в среде оптически менее плотной (из двух прозрачных сред оптически более плотной считается среда, обладающая большим показателем преломления). Нужно было измерить скорость света в какой-нибудь среде. В 1849 году французский ученый Ипполит Физо (1819-1896) разработал метод измерения скорости света с помощью вращающегося колеса. Измерения показали, что скорость света в воде меньше, чем скорость света в вакууме. Результат Физо существенно ослабил позиции сторонников корпускулярной теории.

Электромагнитная природа света

В предыдущей лекции мы отмечали, что в середине XIX века начали обнаруживаться факты, указывающие на связь оптических и электрических явлений. На основании своих теоретических исследований Максвелл в 1865 году пришел к выводу, что свет есть электромагнитное явление.

Эти результаты были подтверждены опытами Герца. Свет оказался электромагнитными волнами с длинами волн, лежащими в интервале от 380 нм до 770 нм. Только этот интервал оказывает воздействие на наш глаз. Полная же шкала электромагнитных волн представлена на рис. 9.1 (λ – длина волны в вакууме). Отметим, что

между отдельными диапазонами шкалы нет резких границ. Обозначенные границы весьма условны. Коротковолновая часть одного диапазона перекрывает длинноволновую часть другого диапазона.

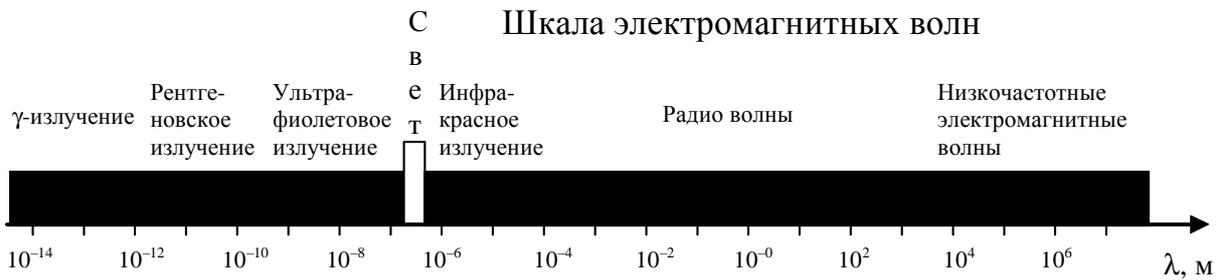


Рис. 9.1.

Низкочастотные волны

Электрические колебания низкой частоты создаются генераторами переменного тока (50 Гц), машинными генераторами повышенной частоты (до 200 Гц), обеспечивающими электропитание устройств на кораблях и самолетах. В телефонных сетях создаются колебания до 5000 Гц. Длины волн, излучаемые этими устройствами, соответственно 6000 км, 1500 км, 60 км. Для связи с подводными лодками используются радиоволны длиной порядка 30 км.

Радиоволны

Радиоволны возбуждаются в электрических колебательных контурах. Весь диапазон подразделяется на длинные, средние, короткие, метровые, дециметровые. Сантиметровые и миллиметровые волны часто называют волнами сверхвысокой частоты (СВЧ) или микроволновым излучением. В настоящее время весь этот диапазон интенсивно используется.

Как мы видим, на шкале электромагнитных волн радиоволны занимают интервал примерно от 1 мм до нескольких километров.

Инфракрасное излучение

Источниками инфракрасного излучения являются нагретые тела – утюг, плитка, паяльник и т.д. Тело человека испускает излучение, максимум энергии которого приходится на длину волны примерно 9,5 мкм. При температуре ниже 1000°C почти все излучение лежит в области инфракрасных волн. Диапазон длин волн инфракрасного излучения простирается от 1 мм до 780 нм.

Видимое излучение

Видимое излучение занимает диапазон от 780 нм до 380 нм. Та-

ким образом, видимое излучение занимает очень малую часть шкалы электромагнитных волн. Однако, используя технические средства, человек существенно расширил диапазон восприятия окружающего мира.

Ультрафиолетовое излучение

Длины волн ультрафиолетового излучения лежат в диапазоне от 380 нм до 10^{-9} м. Это излучение входит в состав солнечного света. Ультрафиолетовое излучение испускается специальными газоразрядными лампами. УФ вызывает люминесценцию, фотохимические реакции, производит бактерицидное действие (используется для стерилизации воздуха в операционных), вызывает загар.

Рентгеновское излучение

Рентгеновское излучение занимает диапазон от 10^{-9} до 10^{-12} м. Оно обладает большой проникающей способностью. Поэтому его используют в рентгенокопии, рентгенотерапии. Рентгеновское излучение производит ионизацию газов. Рентгеноструктурный анализ является одним из развитых методов исследования структуры вещества.

Гамма-излучение

Длины волн в вакууме меньше 10^{-12} м. Источниками γ -излучения являются радиоактивные ядра при радиоактивных превращениях. Оно находит применение в дефектоскопии, терапии, диагностике.

Корпускулярно-волновая природа света

Несмотря на огромные успехи электромагнитной теории света, к концу XIX века начали накапливаться факты, которые волновая теория света объяснить не смогла. Оказалось, что целый ряд экспериментов, касающийся взаимодействия света с веществом (излучение, поглощение, рассеяние) невозможно объяснить в рамках классических электромагнитных представлений. Выход из затруднения был найден в 1900 году М.Планком. Планк высказал гипотезу о том, что свет испускается и поглощается порциями, которые впоследствии были названы квантами или фотонами, возродив тем самым идею Декарта-Ньютона о корпускулярной природе света.

В 1905 году Эйнштейн, используя идею о квантах, объяснил закономерности фотоэффекта (выбивание светом электронов из металлов).

Работы Планка и Эйнштейна положили начало развитию квантовой механики, а затем и квантовой теории поля. Длительный путь исследований привел к современным представлениям о природе света. С точки зрения современных представлений, свет имеет двойственную корпускулярно-волновую природу. На квантовомеханическом уровне материя выступает как единство полей и частиц.

В начале XXI века инженер, должен иметь достаточно полные современные представления о природе. И поэтому мы не будем жалеть усилий на изучение этого интересного раздела физики.

Сначала мы рассмотрим классические представления об оптических явлениях на основе законов геометрической и волновой оптики, а в следующем разделе нашего курса займемся изучением особенностей взаимодействия излучения с веществом на основе квантовомеханических законов.

Фотометрия

Как мы уже отмечали (см. «Механика», лекция 2), для того, чтобы включить какие-либо объекты или явления в круг предметов, рассматриваемых физикой, необходимо указать надежный способ измерения величин, характеризующих эти объекты или явления. Поэтому далее мы поговорим о том, как измеряют физические величины, характеризующие свет.

Раздел оптики, изучающий методы и приемы измерения энергии электромагнитного излучения *оптического диапазона* называется *фотометрией* (от греч. *phos*, род. падеж *photós* – свет и *metréo* – измеряю). Под оптическим обычно понимают излучение с длинами волн от 10^{-8} м до 10^{-3} м). Этот диапазон включает в себя микроволновое, инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое излучение и соответствует электромагнитным волнам, испускаемым атомами и молекулами.

В более узком смысле под фотометрией понимают раздел оптики, посвященный измерению действия видимого света.

Энергетические и световые (визуальные) величины

В соответствии с широким и узким толкованием понятия фотометрии, вводятся два типа фотометрических величин – *энергетические* и *световые*.

Энергетические величины характеризуют энергию переносимую излучением во всем оптическом диапазоне. В системе энергетиче-

ских единиц свет оценивается с помощью приборов по объективным характеристикам.

В системе световых (или визуальных) единиц световые характеристики оцениваются по субъективному ощущению с помощью глаз. Глаз человека обладает селективностью, т.е. неодинаковой чувствительностью к видимому свету с различными длинами волн. Излучение, в составе которого имеются инфракрасные или ультрафиолетовые лучи, но отсутствуют видимые, вообще не вызывает зрительного ощущения даже в том случае, когда переносимая им энергия весьма велика.

Чувствительность глаза к световым волнам различной длины характеризуется *функцией видности* или *относительной спектральной чувствительностью* $V(\lambda)$, показывающей какую долю попадающей в глаз энергии монохроматического светового излучения составляет оценка по зрительному ощущению. На рис. 9.2 представлен примерный график этой функции, усредненной по большому числу людей.

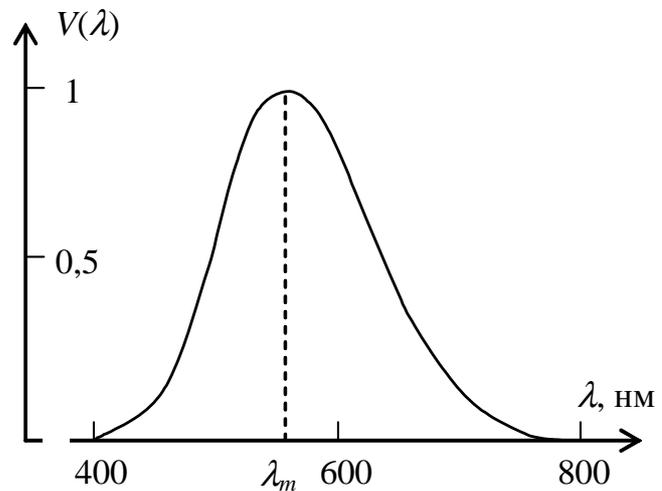


Рис. 9.2.

Наибольшей чувствительностью человеческий глаз обладает к зеленому свету с длиной волны $\lambda_m = 555$ нм.

Поэтому значение функции видности для этой длины волны принимается равным единице.

Интересно отметить, что длина волны света, соответствующая максимальной чувствительности человеческого глаза, практически совпадает с длиной волны, на которую приходится максимум излучения Солнца. Далее мы определим те величины, которые фигурируют в измерительной практике. Их выбор обусловлен возможностью осуществления и воспроизведения эталонов этих величин. Мы будем параллельно представлять энергетические величины и их визуальные аналоги.

Поток энергии (Световой поток)

Основной энергетической единицей является *поток энергии* (или *лучистый поток*) Φ , который характеризует энергию, проходя-

щую через выбранную поверхность в единицу времени.

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (9.1)$$

Поток измеряется в единицах мощности. В системе СИ в ваттах (Вт=Дж/с). Поток энергии может быть измерен по количеству тепла, переданного телу, полностью поглощающему этот поток.

В системе визуальных единиц потоку энергии соответствует *световой поток*, определяемый по зрительному ощущению. Размерностью светового потока, является люмен (лм) (лат. *lumen* – свет). Для света с длиной волны, соответствующей максимальной чувствительности глаза (555 нм), световому потоку 1 лм соответствует поток энергии примерно 1,6 мВт.

Сила излучения (Сила света)

В фотометрии важную роль играет понятие *телесного угла* – части пространства, ограниченной конической поверхностью. За единицу телесного угла принят угол, опирающийся на участок поверхности сферы, площадь которого равна квадрату ее радиуса (рис. 9.3):

$$\Delta\omega = \frac{\Delta S}{R^2}.$$

Эта единица называется *стерадианом* (стер). Естественно, что наибольший телесный угол равен 4π стер.

Рассмотрим точечный источник излучения. Обозначим поток энергии, создаваемый источником в телесном угле $d\omega$, через $d\Phi$. Отношение

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (9.2)$$

называется *силой излучения*. Ее единицей в системе СИ является Вт/стер.

Если поток, испускаемый точечным источником, равномерный

во всех направлениях, то $I = \frac{\Phi}{4\pi}$ или $\Phi = 4\pi I$.

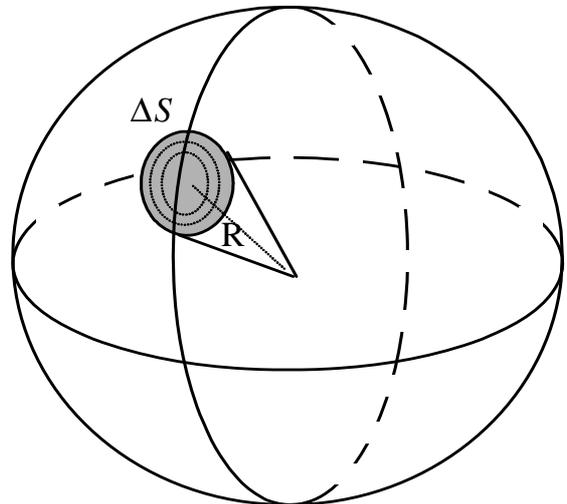


Рис. 9.3.

Величина потока энергии Φ является постоянной для данного источника и не может быть увеличена с помощью оптических приборов, например линз, зеркал.

В системе СИ основной визуальной единицей является единица силы света – кандела (кд) (от лат. *candela* – свеча). Она равна силе света, испускаемого в заданном направлении источником монохроматического излучения частотой $5,4 \cdot 10^{14}$ герц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $(1/683)$ Вт/ср. Выбранная частота соответствует длине волны 555 нм (максимум чувствительности глаза).

Ранее кандела определялась как сила света, излучаемого черным телом перпендикулярно поверхности площадью $1/60$ см² при температуре плавления платины (2042,5 К). В современном определении коэффициент $1/683$ выбран таким образом, чтобы новое определение соответствовало старому. Еще раньше (до 1948 года) единицей силы света служила *свеча*, которая определялась как сила света стеариновой свечи особого размера.

Сила света определяется выражением (9.2), в котором вместо потока энергии необходимо рассматривать световой поток. Поэтому люмен является производной единицей. Люмен – это световой поток, создаваемый точечным источником в 1 кд в телесном угле 1 ср.

Лучистость (Яркость)

Протяженный источник в общем случае создает различную интенсивность излучения в различных направлениях. В данном направлении он характеризуется *лучистостью* (энергетической яркостью или просто яркостью).

Рассмотрим на поверхности протяженного источника около точки N площадку dS с нормалью \vec{n} в этой точке (рис. 9.4).

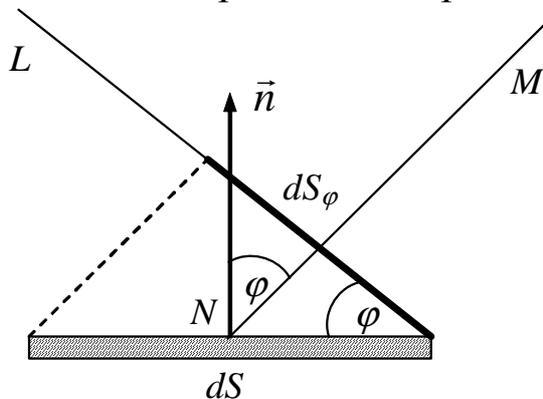


Рис. 9.4.

Проекция dS на плоскость L перпендикулярную к направлению наблюдения NM , будет равна $dS_\varphi = dS \cdot \cos \varphi$. Величину dS_φ называют видимой поверхностью в данном направлении. Рассматривая светящуюся площадку как точечный источник, можно определить силу ее излучения dI_φ в данном направлении.

Проекция dS на плоскость L перпендикулярную к направлению наблюдения NM , будет равна $dS_\varphi = dS \cdot \cos \varphi$. Величину dS_φ называют видимой поверхностью в данном направлении. Рассматривая светящуюся площадку как точечный источник, можно определить силу ее излучения dI_φ в данном направлении.

излучения dI_φ в данном направлении.

Величина

$$B = \frac{dI_\varphi}{dS_\varphi} \quad (9.3)$$

называется яркостью в данном направлении. Она численно равна силе света в данном направлении, создаваемой единицей видимой поверхности, и в системе энергетических единиц имеет размерность Вт/(м²·стер).

Некоторые источники имеют одинаковую яркость в разных направлениях $B = \text{const}$. Для таких источников сила излучения (сила света) пропорциональна косинусу угла между нормалью и направлением наблюдения:

$$dI_\varphi = BdS \cos \varphi = dI_0 \cos \varphi, \quad (9.4)$$

где dI_0 – сила излучения (сила света) в направлении нормали к поверхности.

Соотношение (9.4) носит название закона Ламберта (Иоганн Генрих Ламберт (1728-1777), немецкий математик, астроном, физик и философ, один из основоположников фотометрии).

К источникам, почти точно подчиняющимся закону Ламберта, относятся матовые поверхности (молочные плафоны). Излучение Солнца также хорошо соответствует закону Ламберта.

За единицу яркости в системе визуальных величин СИ принят *нит* (нт) (от лат. *niteo* – блещу, сверкаю). Поверхность площадью в 1 м² и имеющая яркость 1 нт обеспечивает в направлении нормали силу света в 1 кд. Отметим, что принятая Международной комиссией по освещению в 1951 единица 1 нт не утверждена Генеральной конференцией по мерам и весам.

Приведем яркости некоторых окружающих нас объектов:

- ночное безлунное небо 10^{-4} нт;
- полная Луна на ясном небе $2,5 \cdot 10^{-3}$ нт;
- пламя свечи $5 \cdot 10^3$ нт;
- ясное дневное небо $1,5 \cdot 10^4$ нт;
- газосветная лампа $5 \cdot 10^4$ нт;
- волосок лампы накаливания $2 \cdot 10^6$ нт;
- кратер электрической дуги $1,5 \cdot 10^8$ нт;
- шаровая ртутная лампа $1,2 \cdot 10^9$ нт;
- Солнце $1,5 \cdot 10^9$ нт.

Источники света яркостью свыше $1,6 \cdot 10^4$ нт вызывают болезненное ощущение в глазу.

Облученность (Освещенность)

Эта величина численно равна потоку, падающему на единицу освещаемой поверхности:

$$E = \frac{d\Phi^{(\text{пад})}}{dS}. \quad (9.5)$$

Облученность (энергетическая освещенность) измеряется в Вт/м².

В системе визуальных величин СИ единицей освещенности является люкс (лк) (от лат. *lux* – свет). Освещенность в 1 лк создает световой поток в 1 лм, падающий нормально на поверхность 1 м².

Правильное освещение обеспечивает продуктивную работу глаза. Поэтому для нормальной работы установлены нормы освещенности:

- на столах учебных помещений 150 лк;
- в чертежных залах 200 лк;
- в коридорах 20-30 лк;
- на улице 2 – 4 лк.

Плотность излучения (Светимость)

Светящаяся поверхность излучает поток энергии по всем направлениям в телесном угле 2π . Поток, испускаемый с единицы поверхности по всем направлениям,

$$R = \frac{d\Phi^{(\text{исп})}}{dS} \quad (9.6)$$

характеризует *интегральную плотность излучения* источника и измеряется в Вт/м².

В системе визуальных единиц *светимость*, определяемая выражением (9.5), измеряется в лм/м².

Для источников, подчиняющихся закону Ламберта (9.4),

$$R = \pi E.$$

Многие тела светятся за счет отражения падающего на них света (например, Луна). Светимость таких тел определяется их освещенностью, т.е.

$$R = k E,$$

где k – коэффициент рассеяния (отражения). Для всех реальных тел коэффициент $k < 1$.

Белым является тело, обладающее коэффициентом k , достаточно близким к единице и *постоянным* для всех длин волн в пределах видимого спектра.

Черным является тело, имеющее для всех длин волн *одинаковый* и близкий к нулю коэффициент k .

Для **окрашенных** тел коэффициент k неодинаков для разных длин волн. Если на такие тела падает белый свет, то рассеянный (отраженный) свет отличается по своему составу от белого и вызывает определенное цветовое ощущение.

Основной закон освещенности

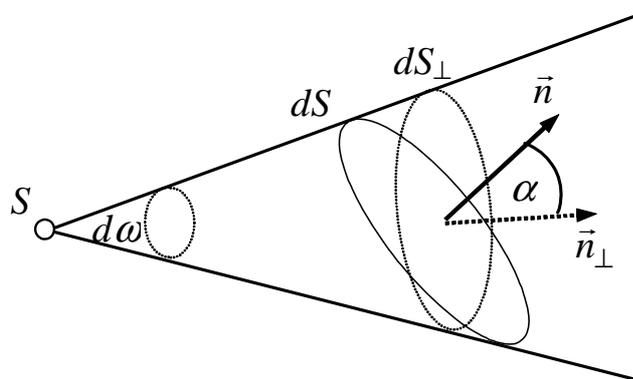


Рис. 9.5.

Пусть произвольно ориентированная в пространстве площадка освещается точечным источником S (рис. 9.5), тогда источник «видит» эту площадку под телесным углом

$$d\omega = dS_\perp / r^2 = \frac{dS \cdot \cos \alpha}{r^2},$$

где r – расстояние от источника до площадки, α – угол между направлением лучей и нормалью к площадке, $d\omega$ – телесный угол.

Освещенность этой поверхности $E = d\Phi/dS = Id\omega/dS = \frac{I \cdot dS \cdot \cos \alpha}{dS \cdot r^2}$

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}.$$

или:

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}. \quad (9.7)$$

Эта формула определяет освещенность, создаваемую точечным источником.

Как видно из формулы, освещенность поверхности максимальна при нормальном падении лучей. Кстати, именно уменьшение освещенности земной поверхности при увеличении угла падения солнечного света делает зиму в наших широтах холодной.

Интересно отметить, что, согласно (9.7), Солнце, находящееся у горизонта, не должно освещать земную поверхность. Тем не менее, даже спустя некоторое время после захода Солнца, освещенность остается ненулевой из-за преломления лучей света в атмосфере и их рассеяния.

Лекция 10

- *Отражение и преломление.*
- *Принцип Гюйгенса.*
- *Принцип Ферма.*
- *Оптические системы.*

Основы геометрической оптики

Введение

В самом начале изучения механики мы попытались прежде всего выяснить, как описывать движение тел. Оказалось, что для этих целей больше всего подходит язык геометрии (точки, линии, векторы). Формальным описанием механического движения, без выяснения причин его возникновения, занимается, как вы помните, кинематика (если забыли, смотрите лекцию 2 первой части нашего курса). В ее основе лежит представление о траектории (линии, вдоль которой движется тело), определяемой законом движения (зависимостью координат от времени). И, несмотря на то, что понятие траектории теряет смысл при описании движения микрочастиц (об этом мы поговорим в третьей части нашего курса), законы кинематики являются основой многих точных физических и технических приложений.

Подобно кинематике *геометрическая* (или *лучевая*) оптика определяет *законы распространения* света, не выясняя его физической природы. В основе геометрической оптики лежит понятие *светового луча*, который указывает направление переноса световой энергии. Световой луч является чисто геометрическим понятием в некотором смысле аналогичным понятию траектории движения тела. Лучи описывают оптические явления лишь в некотором приближении, но, как и в случае с кинематикой, это не мешает создавать на основе законов геометрической оптики очень точные физические приборы.

Представление о световых лучах возникло ещё в античной науке. Обобщив достижения своих предшественников, древнегреческий математик Евклид (около III века до н.э.) сформулировал закон прямолинейного распространения и закон отражения света. В XVII веке геометрическая оптика бурно развивалась в связи с изобретением оптических приборов (телескоп, микроскоп и т.д.). Большая роль в этом развитии принадлежит голландскому астроному и математику Виллеброрду Снеллу (Снеллиусу) (1580-1626), открывшему закон преломления света.

Законы геометрической оптики

Основу геометрической оптики составляет ряд законов.

Закон независимости световых лучей проявляется в том, что при пересечении световые лучи не возмущают друг друга. Этот закон не справедлив при очень больших интенсивностях света.

Закон прямолинейного распространения света утверждает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон нарушается, если среда неоднородна. Отклонения от прямолинейного распространения наблюдаются также при проявлении волновых свойств света (см. лекцию 12).

На границе раздела двух различных оптических сред направление луча также изменяется. Геометрическое построение хода лучей в этом случае основывается на законах отражения и преломления.

Падающий, отраженный и преломленный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела сред в точке падения луча. Эта плоскость называется *плоскостью падения*. Углы падения, отражения и преломления отсчитываются от нормали (рис. 10.1).

Закон отражения света: *угол падения равен углу отражения.*

Закон преломления света (закон Снелла): *отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению показателя преломления второй среды к показателю преломления первой*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (10.1)$$

Показатель преломления является характеристикой оптических свойств среды. Например, *оптически более плотной* считается та среда, у которой больше показатель преломления. Далее (см. (10.3)) мы покажем, что он определяется скоростью света в данной среде.

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду может наблюдаться *полное внутреннее отражение света*. С увеличением угла падения увеличивается и угол преломления. Когда угол падения достигает некоторого предельного значения, при котором угол преломления $\beta = \pi/2$ или $\sin \beta = 1$, пре-

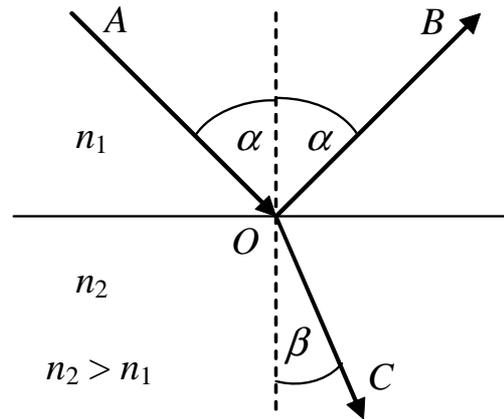


Рис. 10.1.

ломленный луч будет распространяться вдоль границы раздела. Закон преломления в этом случае примет вид:

$$\sin \alpha_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1} (n_2 < n_1). \quad (10.2)$$

При еще больших углах падения $\alpha > \alpha_{\text{пред}}$ преломленный луч исчезает, и остается только отраженный луч. Это явление используется, например, для передачи света по стекловолоконным световодам.

К перечисленным выше четырем законам геометрической оптики иногда добавляют **закон обратимости хода лучей**. Согласно этому закону, если свет из точки A в точку C распространялся по пути AOC (см. рис. 10.1), то из точки C в точку A он пойдет по пути COA .

Принцип Гюйгенса

Настоящему физику не достаточно знать *как* ведет себя объект. Гораздо интереснее для него *почему* он ведет себя именно так. Как правило, ученый выдвигает какие-то разумные предположения (гипотезы) и на их основе пытается объяснить экспериментальные факты. Чем больше объясненных явлений, тем больше шансов у гипотезы превратиться в физическую теорию.

Для объяснения законов геометрической оптики было выдвинуто несколько гипотез – принципов. Мы рассмотрим пару наиболее успешных.

Будем считать, что распространение света представляет собой волновой процесс. Пусть в некоторый момент источник испустил световую волну. Спустя время t эта волна, распространяясь по всем направлениям, достигла некоторой поверхности. Эта поверхность называется *фронтом волны*. В пространстве между излучателем и фронтом волны выделяются *волновые поверхности*. В точках, лежащих на этих поверхностях, колебания происходят в одной фазе. В од-

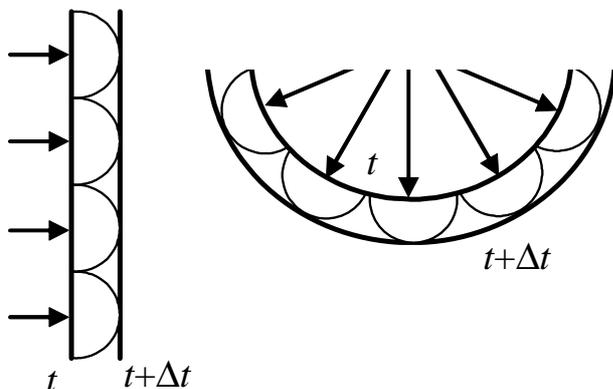


Рис. 10.2.

нородной среде световые лучи перпендикулярны волновым поверхностям (см. «Механика», лекция 10).

Если известна форма и расположение волновой поверхности в некоторый момент времени t , то в следующий момент времени $t = t + \Delta t$ фронт волны может быть най-

ден по *принципу Гюйгенса* (Христиан Гюйгенс (1629-1695), нидерландский механик, физик и математик, создатель волновой теории света):

Каждая точка среды, до которой доходит световое возмущение, сама является источником сферических вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент времени (см. рис. 10.2).

Вывод законов отражения и преломления

Закон отражения

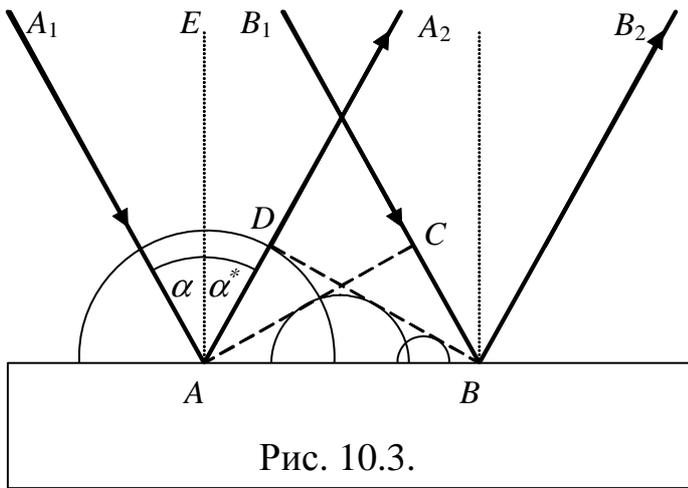


Рис. 10.3.

Пусть на зеркальную поверхность падает плоская волна (рис. 10.3), т.е. такая волна, волновая поверхность которой имеет вид плоскости. Световые лучи A_1A и B_1B перпендикулярны волновой поверхности. В некоторый момент времени волновая поверхность займет положение AC . Различные участки волновой поверхности достигнут отражающей поверхности не одновременно, т.е. возбуждение колебаний в точке A начнется раньше, чем в B , на время $\tau = CB/v$, где v – скорость распространения волны.

В момент, когда волна достигнет точки B и в этой точке начнется возбуждение колебаний, вторичная волна с центром в точке A уже будет представлять полусферу радиусом $AD = CB = \tau v$. Радиусы других вторичных волн изменяются так, как показано на рисунке.

Огибающей вторичных волн является плоскость DB , касательная к сферическим поверхностям. Отраженные лучи AA_2 и BB_2 перпендикулярны волновой поверхности DB .

Угол между перпендикуляром EA и падающим лучом – угол падения, а угол α^* между перпендикуляром и отраженным лучом – угол отражения.

Треугольники ABD и ABC конгруэнтны, т.к. они прямоугольны, имеют общую гипотенузу и равные катеты $AD = CB$. Следовательно, угол при вершине B треугольника ABD равен углу при вершине A треугольника ABC . Но угол \widehat{ABD} и угол α^* равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. То же можно сказать об углах

Треугольники ABD и ABC конгруэнтны, т.к. они прямоугольны, имеют общую гипотенузу и равные катеты $AD = CB$. Следовательно, угол при вершине B треугольника ABD равен углу при вершине A треугольника ABC . Но угол \widehat{ABD} и угол α^* равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. То же можно сказать об углах

\widehat{CAB} и α . Значит, $\alpha = \alpha^*$.

Как вытекает из построения, луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр, восстановленный в точке падения, лежат в одной плоскости.

Закон преломления

Пусть на границу раздела двух сред падает плоская волна (рис. 10.4). Фронт этой волны AC перпендикулярен лучам A_1A и B_1B . Фронт преломленной волны можно получить, проведя огибающую вторичных волн во второй среде, центры которых лежат на границе раздела сред. Поверхности MN вначале достигнет луч A_1A . Если скорость света в первой среде равна v_1 , то луч B_1B достигнет поверхности MN спустя время $\Delta t = CB/v_1$. Поэтому в момент, когда вторичная волна в точке B только начнет возбуждаться, волна в точке A уже будет иметь вид сферы с радиусом $AD = v_2 \cdot \Delta t$, где v_2 – скорость света во второй среде. Фронт DB преломленной волны получим, если проведем прямую, касательную к этой сфере.

Рассмотрим треугольники CAB и ABD . Это прямоугольные треугольники с общей гипотенузой. Углы падения и преломления входят в эти треугольники как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Следовательно,

$$BC = v_1 \cdot \Delta t = AB \cdot \sin \alpha,$$

$$AD = v_2 \cdot \Delta t = AB \cdot \sin \beta.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим закон преломления (10.1), причем $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$.

Таким образом, показатель преломления среды оказался обратно пропорциональным скорости света в данной среде. Если считать показатель преломления вакуума равным единице, то можно записать, что

$$n = \frac{c}{v}, \tag{10.3}$$

где c – скорость света в вакууме.

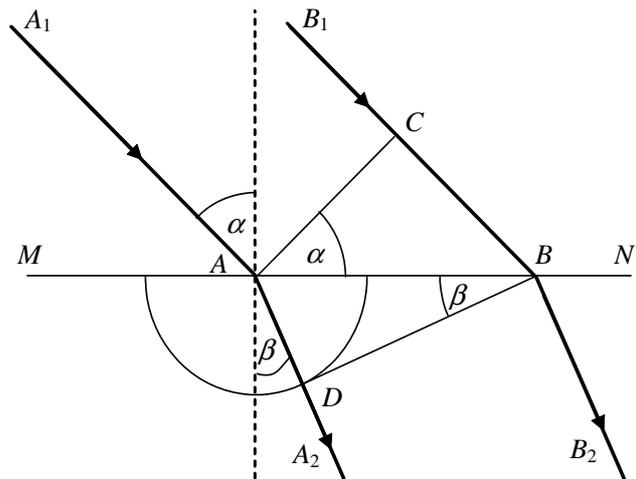


Рис. 10.4.

Относительный показатель преломления $n_{21} = n_2/n_1 = v_1/v_2$ определяется отношением скоростей света в средах, на границе которых происходит преломление.

Таким образом, в рамках принципа Гюйгенса удалось не просто объяснить закон преломления, но и выяснить физический смысл показателя преломления.

Принцип Ферма

Еще один принцип, позволяющий получить все законы геометрической оптики, предложил французский математик Пьер Ферма (1601-1665). В простейшей форме, предложенной самим Ферма, этот принцип утверждает, что *луч света всегда распространяется в пространстве между двумя точками по тому пути, который требует минимального времени прохождения*.

В более строгой формулировке принцип Ферма утверждает, что луч света распространяется от одной точки к другой вдоль линии, по которой время его прохождения экстремально (т.е. минимально или максимально).

Очевидно, что **закон прямолинейного распространения света** в однородной среде следует из этого принципа автоматически. Действительно, прямая – это кратчайший путь между двумя точками, требующий минимального времени прохождения.

Закон обратимости хода лучей тоже легко обосновать. Обратный путь можно представить как «прокручивание видеозаписи» распространения света в обратную сторону с той же скоростью. Если прямой путь занимает минимальное время, то и обратный займет ровно столько же, а значит, для него также требуется минимальное время.

Закон отражения

Пусть свет попадает из точки A в точку B , отражаясь от поверхности, как показано на рис. 10.5. Обозначим $|MN| = l$ и $|MO| = x$, $|AM| = a$ и $|BN| = b$.

Если скорость света равна v , время, затрачиваемое светом для прохождения пути AOB равно:

$$\tau = \frac{|AO|}{v} + \frac{|OB|}{v} = \frac{1}{v} \left(\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{b^2 + (l-x)^2} \right).$$

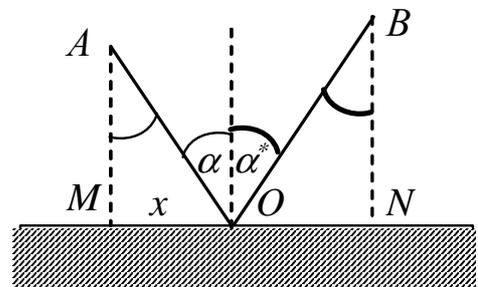


Рис. 10.5.

Как известно из курса мат. анализа, чтобы найти x , соответствующее экстремальному значению времени, нужно приравнять к нулю производную от τ по x :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{1}{v} \left(\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{l-x}{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}} \right) = 0.$$

Учитывая, что $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$, а $\sin \alpha^* = \frac{l-x}{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}}$, получим

$\sin \alpha = \sin \alpha^*$ или $\alpha = \alpha^*$. Таким образом, следуя принципу Ферма, мы доказали, что угол падения равен углу отражения.

Закон преломления

Пусть свет попадает из точки A в точку B , преломляясь на границе раздела двух оптических сред, как показано на рис. 10.6. Если скорости света в первой и во второй средах равны соответственно v_1 и v_2 , то время, затрачиваемое светом для прохождения пути AOB равно:

$$\tau = \frac{|AO|}{v_1} + \frac{|OB|}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2 + (l-x)^2}}{v_2}.$$

Вновь найдем условие экстремальности времени, приравнявая к нулю производную от τ по x :

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{x}{v_1 \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{l-x}{v_2 \sqrt{b^2 + (l-x)^2}} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}$$

Откуда немедленно следует, что $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$.

Из приведенных примеров видно, что как принцип Гюйгенса, так и принцип Ферма объясняют основные законы геометрической оптики. Т.е. принципиально они эквивалентны. У каждого из них есть свои достоинства.

Принцип Гюйгенса является более наглядным. В свою очередь принцип Ферма легче поддается формализации: для определения направления распространения света нужно просто решить математическую задачу по нахождению экстремумов функции, определяющей время распространения света. Последнее обстоятельство позволило принципу Ферма стать в XVIII-XIX веках мощным методом расчета оптических систем.

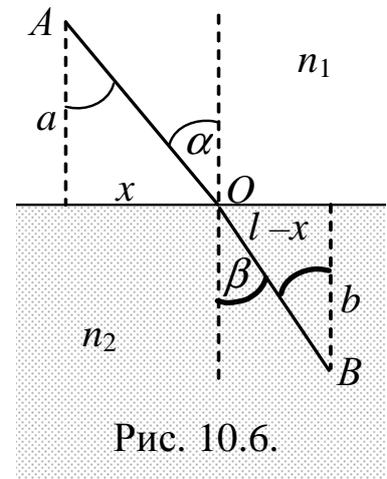


Рис. 10.6.

Оптические системы

Оптическими системами называются устройства, позволяющие управлять ходом световых лучей. Как правило, целью такого управления является получение *оптического изображения* выбранного объекта.

Плоское зеркало

Самой простой оптической системой, которой человечество (особенно его прекрасная половина) пользуется ежедневно с древнейших времен, является плоское зеркало. Рассмотрим особенности изображения, получаемого с помощью такой системы.

Ход лучей при построении изображения светящейся точки показан на рис. 10.7. Как видно из рисунка, лучи отраженные от зеркала, будут *казаться* глазу исходящими из точки S' , являющейся изображением точки S . Такое изображение называется *мнимым* (т.е. кажущимся).

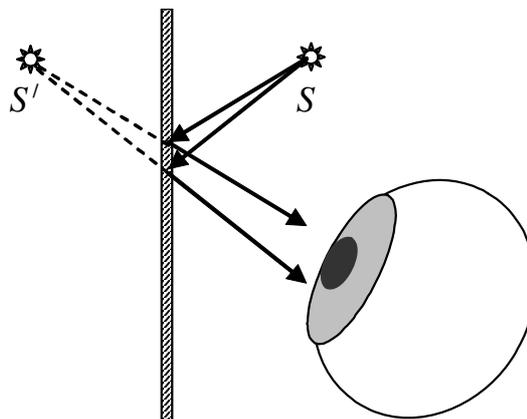


Рис. 10.7.

Сферическое зеркало

С помощью зеркала можно получить и *действительное* изображение. Для этого нужно взять вогнутое сферическое зеркало (рис. 10.8).

Введем обозначения $|SM| = d$, $|S'M| = f$, $\angle SNO = \alpha$, $\angle MSN = \beta$, $\angle MON = \gamma$, $\angle MS'N = \delta$. По закону отражения $\angle S'NO = \angle SNO = \alpha$.

Покажем, что в *параксиальном приближении* (от греч. *pará* – возле и лат. *axis* – ось), т.е. для малых углов β , все лучи, исходящие из точки S , соберутся в точке S' , создав ее *действительное* изображение.

Вспомнив школьную геометрию, заметим, что угол γ – внешний угол треугольника SON . Поэтому

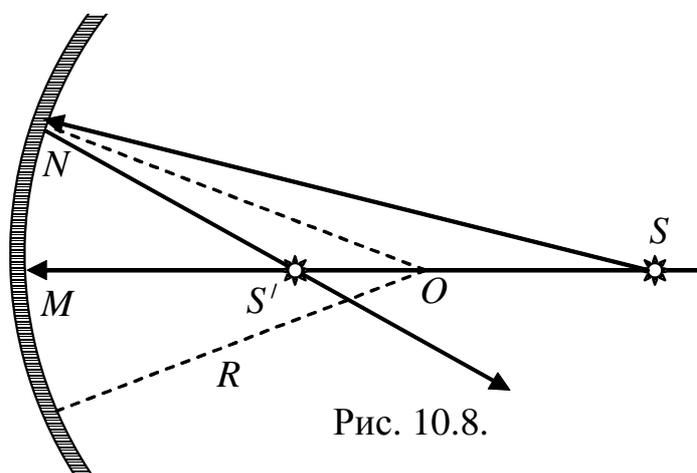


Рис. 10.8.

$\gamma = \alpha + \beta$. Аналогично, $\delta = \gamma + \alpha = \beta + 2\alpha$. Учтем, что для малых углов $|MN| = \beta \cdot d = \gamma \cdot R = \delta \cdot f$.

Воспользуемся сначала первой частью этого равенства:

$$\beta \cdot d = \gamma \cdot R = (\alpha + \beta)R, \text{ откуда } \alpha = \beta \left(\frac{d}{R} - 1 \right).$$

Теперь используем вторую половину:

$$\beta \cdot d = \delta \cdot f = (\beta + 2\alpha)f = \beta \left(\frac{2d}{R} - 1 \right) f \text{ или } d + f = \frac{2fd}{R}.$$

Как видно, соотношение между d и f действительно не зависит от угла α . Последнее выражение обычно записывают, разделив на произведение $f \cdot d$:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (10.4)$$

Выражение (10.4) позволяет определить расстояние f от зеркала до изображения по известному расстоянию до предмета d и радиусу кривизны зеркала R и называется формулой сферического зеркала.

Если предмет находится бесконечно далеко от зеркала, то его изображение, согласно (10.4), получится на расстоянии $F = \frac{R}{2}$, называемом *фокусным расстоянием сферического зеркала*.

Интересно отметить, что при $d < \frac{R}{2}$ расстояние f становится отрицательным. Это означает, что, изображение получается «за зеркалом» т.е., как и в случае с плоским зеркалом, мнимым.

В принципе, формула (10.4) верна и для выпуклого сферического зеркала, если формально считать его фокусное расстояние отрицательной величиной (фокус выпуклого зеркала находится за зеркалом, т.е. является мнимым). В этом случае, для любых положительных d (предмет перед зеркалом) значения f будут отрицательными (изображения «за зеркалом», мнимые).

Преломление на сферической поверхности

Рассмотрим теперь *преломление* света на сферической поверхности радиуса R с центром в точке O (рис. 10.9). Пусть точечный источник света находится на расстоянии d от сферической поверхности, ограничивающей среду с показателем преломления $n > 1$. Докажем, что различные лучи, выходящие от источника S под малыми углами к

прямой SO (т.е. параксиальные лучи), пересекаются в одной точке. Для этого рассмотрим преломление произвольного луча SB , составляющего с осью малый угол δ . Перпендикуляром к поверхности в точке B служит радиус OB , составляющий с осью угол γ . Обозначим через α угол падения, а через β – угол преломления. Преломленный луч пересекает ось в точке S' . Преломленный луч BS' составляет с осью угол δ' .

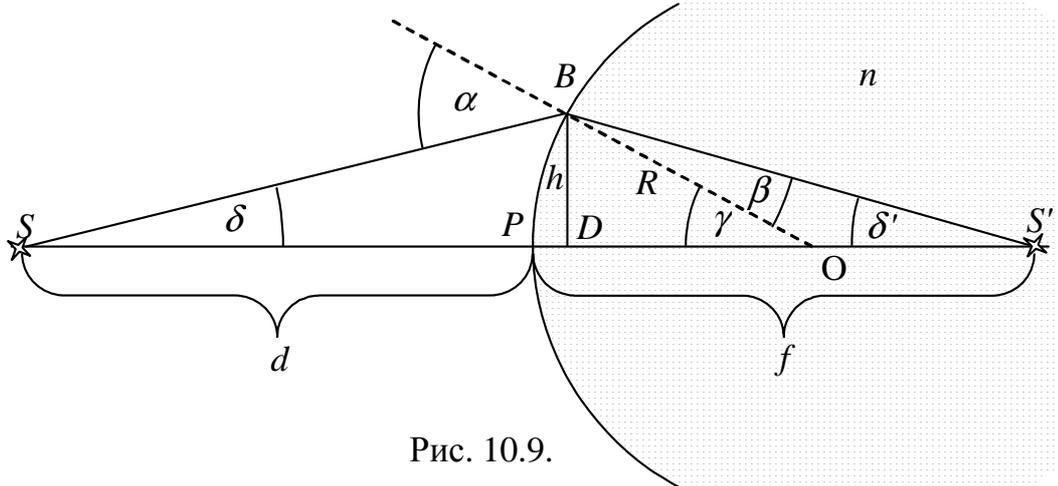


Рис. 10.9.

Найдем соотношение между расстояниями $SP = d$, $S'O = f$ и $OP = R$. Учтем, что при малом угле δ отрезок PD также мал и им можно пренебречь по сравнению с расстояниями SP , $S'O$ и OP . Тогда $d \approx SD$, $f \approx S'O$, $R \approx OD$. Из треугольников SBD , $S'BD$ и OBD можно получить следующие равенства: $\operatorname{tg} \delta \approx h/d$, $\operatorname{tg} \delta' \approx h/f$ и $\operatorname{tg} \gamma \approx h/R$.

Если угол δ мал, то малы и углы γ и δ' , и их тангенсы можно заменить значениями самих углов в радианах:

$$\delta \approx h/d, \quad \delta' \approx h/f, \quad \gamma \approx h/R. \quad (\text{I})$$

Чтобы выяснить, как связаны между собой d , f и R , найдем, как связаны между собой углы δ , δ' и γ . Угол α является внешним углом треугольника SBO . Поэтому

$$\alpha = \delta + \gamma. \quad (\text{II})$$

Угол γ – внешний угол треугольника OBS' . Следовательно,

$$\gamma = \beta + \delta' \Rightarrow \beta = \gamma - \delta'. \quad (\text{III})$$

Т.к. углы малы, то в законе преломления синусы углов можно заменить самими углами: $n = \sin \alpha / \sin \beta \approx \alpha / \beta$. Отсюда

$$\alpha \approx \beta \cdot n. \quad (\text{IV})$$

С учетом (IV) выразим α и β из (II) и (III) через приосевые углы:

$$\delta + \gamma = (\gamma - \delta')n, \Rightarrow \delta + \delta'n = \gamma(n - 1). \quad (\text{V})$$

Подставляя в (V) выражения (I) и сокращая на h , получим:

$$\frac{1}{d} + \frac{n}{f} = (n-1) \cdot \frac{1}{R}. \quad (10.5)$$

В это соотношение не входит h ; существенно лишь, чтобы h было мало. Это означает, что все приосевые лучи пересекаются в одной точке S' , которая является изображением S . Выражение (10.5) называют *нулевым инвариантом Аббе*.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда источник света S находится внутри прозрачного тела с показателем преломления n , также ограниченного сферической поверхностью радиусом R (рис. 10.10).

Нетрудно заметить, что этот случай отличается от случая, изображенного на рис. 10.9 только направлением хода лучей. Поэтому в силу обратимости хода лучей точки S и S' просто меняются местами. Тогда

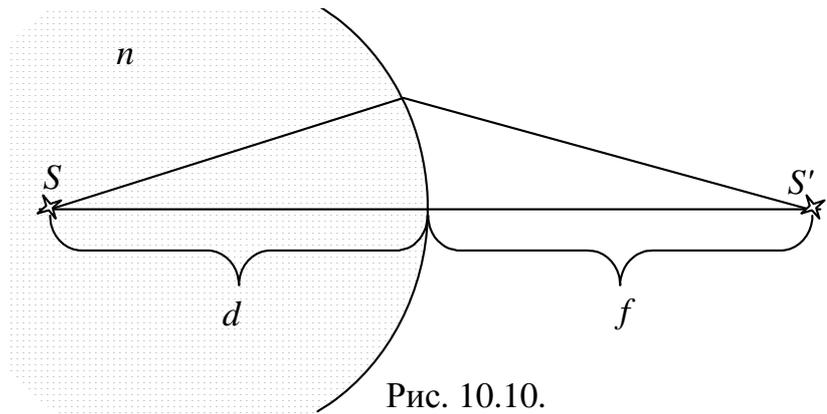


Рис. 10.10.

соотношение между расстояниями f и d можно получить простой заменой $f \leftrightarrow d$ в формуле (10.5):

$$\frac{1}{f} + \frac{n}{d} = (n-1) \cdot \frac{1}{R}. \quad (10.5a)$$

Линзы

Линзой (нем. *Linse*, от лат. *lens* – чечевица) называется прозрачное тело, ограниченное двумя преломляющими сферическими поверхностями. Одна из поверхностей, в частности, может быть плоскостью, т.е. сферой бесконечно большого радиуса.

Ось, проходящая через центры образующих линзу поверхностей, называется *оптической осью*. Линза называется *собирающей*, если она преломляет проходящие через нее лучи в сторону оптической оси, и *рассеивающей*, если она отклоняет лучи от оптической оси.

Пользуясь принципом Гюйгенса, можно показать, что линза, толщина которой уменьшается при удалении от оптической оси, будет собирающей, а линза, толщина которой увеличивается при удалении от оптической оси, является рассеивающей.

Рассмотрим пучок света, падающий на линзу параллельно опти-

ческой оси (рис. 10.11).

Так как скорость света в линзе меньше, чем в окружающей среде в случае показанном на рис 10.11а,

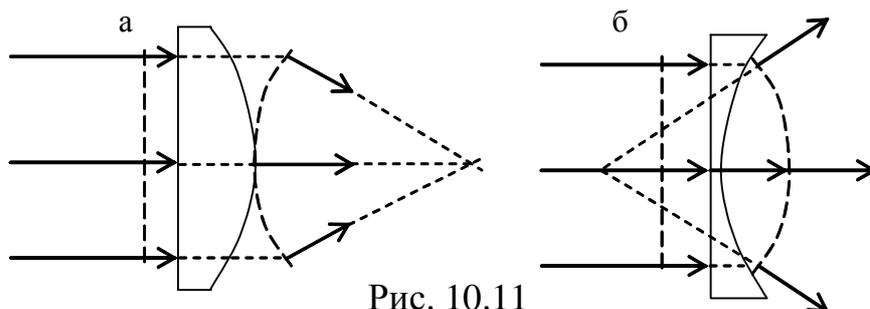


Рис. 10.11

краевые лучи выйдут из линзы быстрее и, распространяясь с большей скоростью, опередят центральный луч. В результате плоский волновой фронт станет сходящимся. В случае, изображенном на рис 10.11б, наоборот, краевые лучи отстанут от центрального, и плоский волновой фронт станет расходящимся.

Конечно, если показатель преломления вещества линзы меньше, чем у окружающей среды, то аналогичные рассуждения приводят к противоположному результату. То есть, выпуклая воздушная линза в воде будет рассеивающей.

Формула тонкой линзы

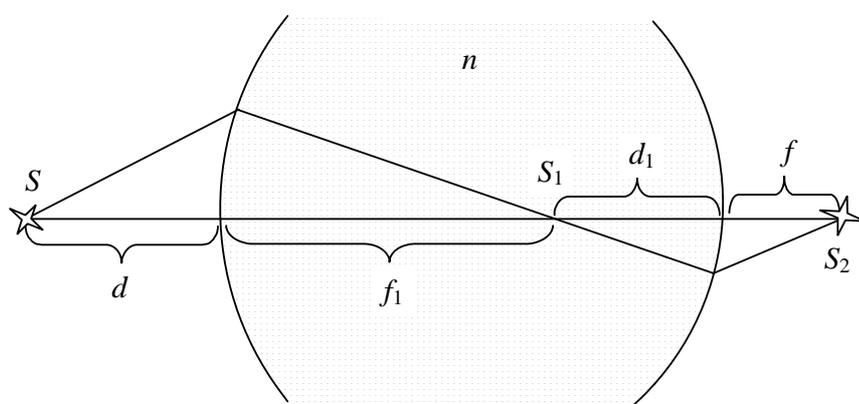


Рис.10.12

Определим положение изображения по известному положению источника для собирающей линзы, имеющей две выпуклые сферические поверхности (рис.10.12). Лучи, исходящие от точечного источника

S , находящегося на оптической оси, после прохождения через первую поверхность, соберутся в одной точке S_1 на расстоянии f_1 от поверхности. Это расстояние найдем, воспользовавшись формулой (10.5):

$$\frac{1}{d} + \frac{n}{f_1} = (n-1) \cdot \frac{1}{R_1},$$

где R_1 – радиус кривизны первой сферической поверхности.

Пройдя точку S_1 , лучи расходятся, попадая на вторую поверхность. Точка S_1 служит, таким образом, источником, расположенным на расстоянии d_1 от поверхности. Вторая поверхность дает изображение S_2 источника S_1 на расстоянии f от этой поверхности. Положение

изображения можно найти по формуле (10.5a):

$$\frac{1}{f} + \frac{n}{d_1} = (n-1) \cdot \frac{1}{R_2},$$

где R_2 – радиус второй сферической поверхности.

Сложив два равенства, получим:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} + n \frac{d_1 + f_1}{d_1 f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (10.6)$$

Величина $l = d_1 + f_1$ представляет собой толщину линзы. Хотя формула (10.6) получена для случая $l > f_1$, ее формально можно распространить и на ситуацию, когда источник S_1 лежит справа от второй поверхности (т.е. $l < f_1$). В этом случае источник является мнимым и расстояние до него от второй поверхности d_1 нужно считать отрицательным. При таком определении толщина линзы может быть какой угодно, в том числе и очень малой.

Рассмотрим случай, когда толщина линзы мала по сравнению с радиусами её кривизны: $l \rightarrow 0$. Такую линзу называют *тонкой*. Третьим слагаемым в (10.6) можно пренебречь, и в результате получится *формула тонкой линзы*:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (10.7)$$

При удалении источника в бесконечность ($d \rightarrow \infty$) изображение окажется в точке, расстояние до которой определится выражением

$$\frac{1}{F} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (10.7a)$$

Эту точку называют *фокусом* линзы. Расстояние от линзы до главного фокуса F называют *фокусным расстоянием* линзы. Используя фокусное расстояние формулу тонкой линзы можно записать так:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}. \quad (10.7b)$$

Снова отметим, что формула (10.7), полученная для *двояковыпуклой* собирающей линзы, может быть распространена и на случай произвольной линзы. Для этого нужно формально считать отрицательными радиусы кривизны вогнутых (по отношению к центру линзы) поверхностей. Очевидно, что в этом случае отрицательное фокусное расстояние будет соответствовать рассеивающей линзе, фокус которой, как видно из рис. 10.11 является мнимым. При таком определе-

нии все мнимые расстояния будут характеризоваться отрицательными значениями. Например, как следует из формулы (10.7б), рассеивающая линза может давать только мнимые изображения ($d > 0$, $F < 0 \Rightarrow f < 0$).

Величину $D = 1/F$, обратную фокусному расстоянию, называют *оптической силой* линзы и измеряют в *диоптриях* (дптр). Оптической силой в 1 дптр обладает линза с фокусным расстоянием в 1 м. В соответствии с соглашением о знаках, оптическая сила рассеивающей линзы имеет отрицательное значение.

Оптические приборы

Как следует из формулы (10.7), собирающая линза может давать как действительные (при $d > F$), так и мнимые (при $d < F$) изображения.

Объектив

Действительное изображение (рис. 10.13), полученное с помощью линзы, можно сфокусировать на светочувствительной поверхности (фотопленка, полупроводниковая матрица и т.п.).

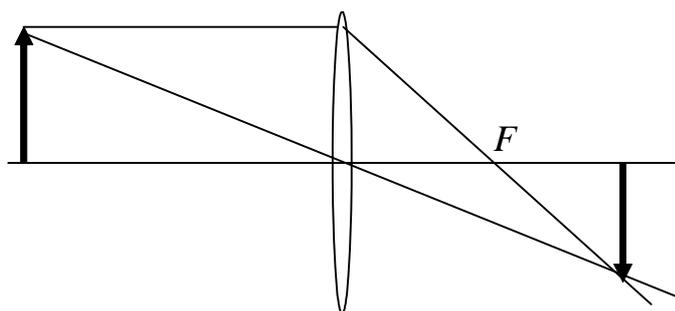


Рис. 10.13.

Таким образом можно сделать *фотокопию* объекта наблюдения. В этом случае линза используется в качестве *объектива* кино-, фото- или телекамеры.

Лупа

Если поместить объект (предмет) перед линзой на расстоянии меньше фокусного, то получится увеличенное мнимое изображение (рис. 10.14). В этом случае линза используется в качестве *лупы*. Угловое увеличение, даваемое лупой:

$$A = L_0/F,$$

где $L_0 \approx 25$ см – расстояние наилучшего зрения.

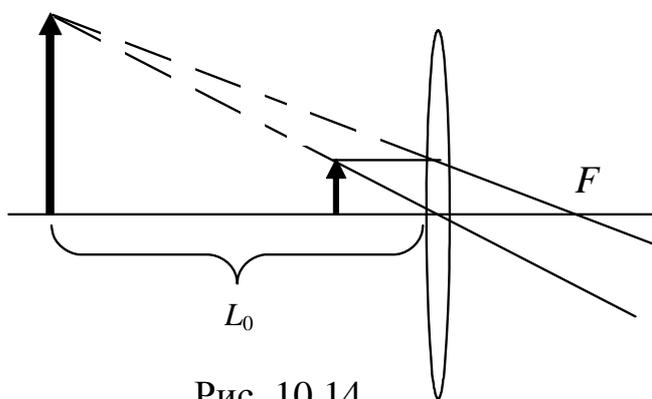


Рис. 10.14.

Лупа не может давать увеличение более 25 – 40 раз, т.к. при большом увеличении линза имеет малые размеры и большие радиусы кривизны. Увеличение можно сделать больше, если рассматривать в лупу увеличенное изображение, полученное с помощью объектива. В этом случае лупа служит *окуляром* (лат. *oculus* – глаз) прибора.

Микроскоп

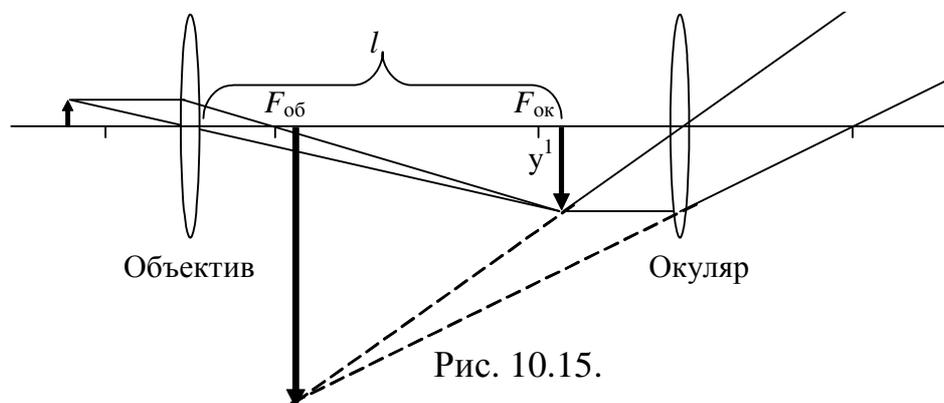


Рис. 10.15.

Если расстояние от объекта до объектива $F < d < 2F$, то действительное изображение, полученное с помощью объектива, будет увеличенным (рис. 10.15). Рассматривая его в лупу, получим прибор с увеличением:

Такая система называется микроскопом. С помощью оптического микроскопа можно получать увеличение не превышающее 2000. Предел увеличения определяют волновые свойства света.

$$A = A_{об} \cdot A_{ок} \approx \frac{l}{F_{об}} \cdot \frac{L_0}{F_{ок}}.$$

Телескоп.

Когда объект наблюдения очень удален, его изображение y' получается практически в фокусе объектива. Рассматривая его в лупу (рис. 10.15) можно получить увеличенное изображение. Такое уст-

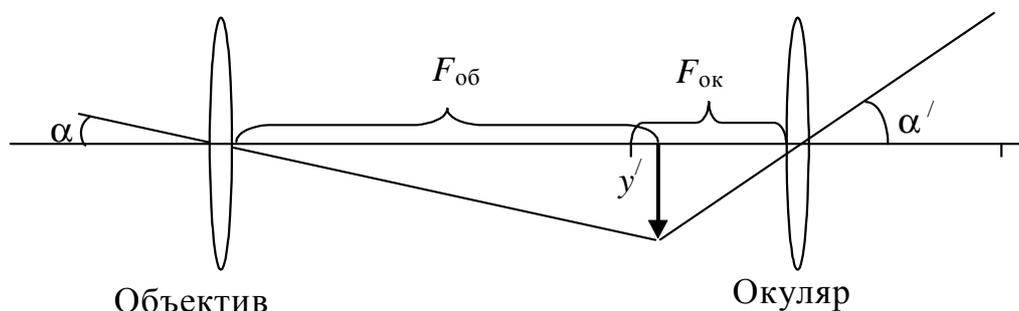


Рис. 10.15.

ройство представляет собой телескоп (*труба Кеплера*). Увеличение трубы равно:

$$A = \text{tg}(\alpha') / \text{tg}(\alpha) \approx F_{об} / F_{ок}.$$

Аберрации

Формула (10.7) справедлива только для идеализированного случая, когда пучок света, падающий на линзу, параксиален, а показатель преломления не зависит от длины волны падающего света. Поэтому изображения, даваемые реальными линзами, оказываются искаженными. Искажения изображений линзами называются *абберациями* (лат. *aberratio* – уклонение).

Сферическая аберрация

Если на линзу падает широкий пучок света, лучи, идущие рядом с оптической осью и лучи, удаленные от оптической оси, будут сходиться в разных точках оси. Поэтому изображение становится нечетким.

Хроматическая аберрация

Показатель преломления света зависит от длины волны падающего света. Это явление называется *дисперсией* (см. лекцию 13). Поэтому при падении на линзу белого света различные длины волн будут фокусироваться в различных местах, и изображение становится окрашенным (греч. *chroma* – цвет, краска).

Ньютон, открывший дисперсию, думал, что для всех стекол она имеет одинаковое значение и поэтому хроматическая аберрация неустранима. Он предложил заменить объективы телескопов зеркалами, у которых хроматическая аберрация отсутствует. В 1671 году он сконструировал телескоп-рефлектор оригинальной системы, где вместо линзы использовал вогнутой сферическое зеркало.

Леонард Эйлер (1707-1783), выдающийся российский ученый швейцарец по происхождению, рассуждал по-другому. У глаза отсутствует хроматическая аберрация. Это происходит потому, заключил он, что глаз состоит из совокупности веществ. Эйлер предложил делать объектив из комбинации линз с различной дисперсией. Такие объективы были рассчитаны и созданы в XVIII-XIX веках. Все современные оптические приборы со стеклянной оптикой используют этот принцип.

Существуют целый ряд других искажений, таких, например, как *кома* (греч. *kóme* – волосы), *астигматизм* (греч. *a* – отрицательная частица и *stigma* – точка), *дисторсия* (лат. *distorsio* – искривление). Все они могут быть заметно ослаблены подбором системы, состоящей из нескольких линз, одни из которых компенсируют недостатки, вносимые другими.

Лекция 11

- *Свет + свет = тьма?*
- *Когерентность.*
- *Можно ли сделать стекло прозрачней?*
- *Интерферометры.*

Волновая оптика. Интерференция света

Введение

Пусть имеется два источника света S_1 и S_2 . Свет от этих источников попадает на экран \mathcal{E} в точку A (рис.11.1). Интенсивность света, приходящего в точку A от источника S_1 , равна I_1 , а от источника S_2 – I_2 .

Вопрос: «Какой будет интенсивность света в точке A при одновременном включении обоих источников?» Или еще более парадоксальный вопрос: «А могут ли создаться условия, когда при совместном действии двух источников света в точке A будет тьма?»

«Это же очевидно, – можете сказать вы, – если имеется две одинаковые лампочки, каждая из которых поодиночке создает в точке A свет интенсивностью I , то при совместном действии интенсивность будет $2I$, т.е. в два раза больше. При двух лампочках всегда светлее, чем при одной. А тот, кто задает второй вопрос, очевидно, не в ладах со здравым смыслом».

Конечно, большинство из вас, уже имеющих опыт изучения физики, будет более осторожным и не станет отвечать столь опрометчиво. Вы конечно же знаете, например, что тысячи лет люди, обладающие здравым смыслом, верили в движение Солнца, Луны, звезд и планет вокруг Земли. Но под давлением экспериментальных фактов пришлось признать, что все не совсем так: вокруг Земли движется только Луна. Физика как раз и считается интересной наукой потому, что объясняет подобные парадоксальные явления.

Далее мы покажем, что $I + I$ не всегда равно $2I$. Более того, при определенных условиях выражение «свет + свет = тьма» является истинным. Проявление таких свойств света называется *интерференцией* (от лат. *inter* – взаимно, между собой и *ferio* – ударяю, поражаю).

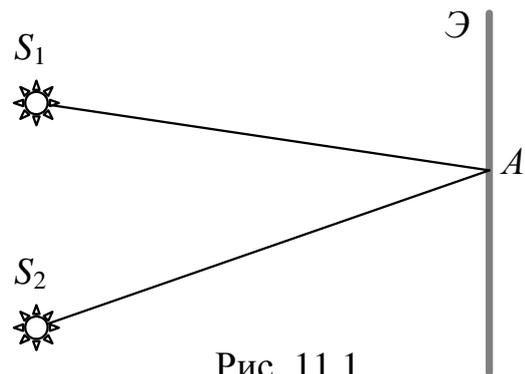


Рис. 11.1.

Условия возникновения интерференции света

Для того чтобы понять явление интерференции, нужно помнить, что свет представляет собой электромагнитные волны. Электромагнитную волну характеризуют два вектора напряженности: электрического и магнитного поля (см. лекцию 8). Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света, в основном, вызываются колебаниями электрического вектора. Поэтому мы введем понятие светового вектора, под которым будем понимать вектор напряженности электрического поля.

Пусть в некоторой точке в некоторый момент времени встречаются две световых волны. Будем считать, что колебания светового вектора в этих волнах происходят вдоль одного направления с одинаковой угловой частотой ω , с начальными фазами φ_1 и φ_2 и амплитудами E_{01} и E_{02} :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1), \\ E_2 &= E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (11.1)$$

Согласно принципу суперпозиции (лекция 1, выражение (1.5)), напряженность поля, создаваемого в данной точке пространства двумя источниками, равна сумме напряженностей полей, которые они создавали бы в отдельности.

Для сложения двух колебаний одинаковой частоты с разными амплитудами и начальными фазами мы воспользуемся «хитрым» приемом, суть которого заключается в следующем. Рассмотрим точку, вращающуюся с постоянной угловой скоростью ω по окружности радиусом A (рис. 11.2). Проекция радиус-вектора точки на ось X изменяется по закону:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

т.е. совершает гармонические колебания амплитудой A и частотой ω .

Аналогично, мы можем формально считать, что в выражениях (11.1) величины E_1 и E_2 являются проекциями векторов \vec{E}_{01} и \vec{E}_{02} , вращающихся в некоторой системе координат с одинаковой угловой скоростью ω , но с разными начальными углами поворота φ_1 и φ_2 . Ре-

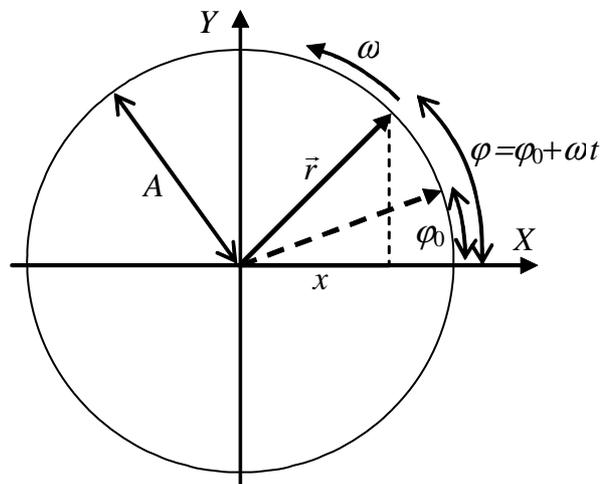


Рис. 11.2.

зультирующее колебание в этой системе будет представляться проекцией вектора $\vec{E}_0 = \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02}$, вращающегося с той же угловой скоростью (см. рис. 11.3).

Как видно из рисунка, амплитуда колебаний напряженности результирующего поля E_0 может быть найдена по теореме косинусов:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (11.2)$$

Так как интенсивность света прямо пропорциональна среднему квадрату амплитуды

$I \sim \langle E^2 \rangle$ (см. «Механика», лекция 10, выражение (10.18)), то можно записать

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle, \quad (11.3)$$

где I_1 и I_2 – интенсивности складываемых колебаний; I – значение результирующей интенсивности.

Последнее слагаемое формулы (11.3), зависящее от усредненного значения косинуса разности фаз складываемых колебаний $\langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle$, носит название *интерференционного члена*, так как именно им определяется явление интерференции при сложении двух колебаний.

Рассмотрим два частных случая.

1. Пусть разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ представляет собой случайную быстро меняющуюся функцию времени.

Этот случай соответствует сложению колебаний от двух независимых источников света. В следующей части нашего курса будет показано, что свет излучается при переходах электронов в атомах или молекулах из одного энергетического состояния в другое. Переход представляет собой случайный процесс и длится очень малое время ($10^{-9} \div 10^{-8}$ с). Световая волна, излучаемая за время одного перехода, представляет собой достаточно короткий волновой *цуг* (нем. *Zug* – упряжка «гуськом», поезд). Фазы различных цугов (тем более цугов, излученных разными источниками) – совершенно случайны. Следовательно разность фаз – хаотическая функция времени.

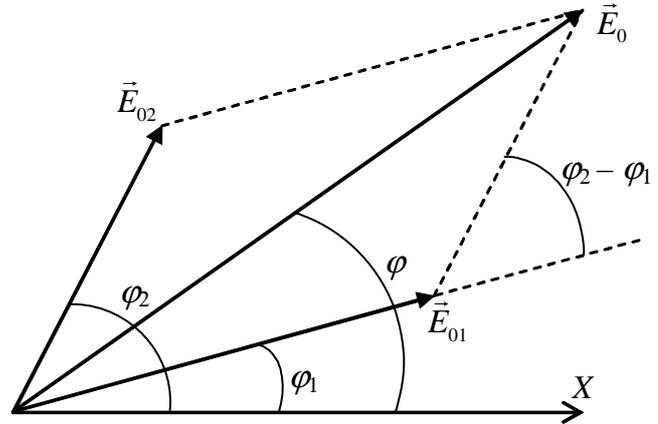


Рис. 11.3.

Косинус хаотической функции с равной вероятностью принимает значения от -1 до $+1$, а его среднее значение равно нулю. Поэтому интерференционный член уравнения (11.3) обращается в нуль (интерференция отсутствует), а результирующая интенсивность света равна:

$$I = I_1 + I_2. \quad (11.4)$$

Этот случай как раз и соответствует простому сложению интенсивностей чаще всего наблюдаемому нами в обычной жизни.

2. Если разность фаз колебаний каким-либо способом поддерживается неизменной (т.е. $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$), то результирующая интенсивность отличается от суммы интенсивностей:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \neq I_1 + I_2. \quad (11.5)$$

Волны одинаковой частоты, для которых разность фаз создаваемых ими колебаний остается постоянной во времени, называются *когерентными* (от лат. *cohaerent* – согласованный). Когерентными называются и источники таких волн.

При наложении когерентных световых волн происходит не простое суммирование интенсивностей, а перераспределение светового потока в пространстве. В одних местах возникают усиление света, а в других – его ослабление. Это явление и называется *интерференцией света*.

Условия максимума и минимума интерференции

Выясним условия, при которых когерентные волны максимально усиливают или максимально ослабляют друг друга.

Так как косинус может принимать значения от $+1$ до -1 , максимальное значение выражения (11.5) достигается при условии $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$. Оно выполняется при разности фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \cdot m, \quad (11.6)$$

где m – произвольное целое число ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). Результирующая интенсивность при этом составляет:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

При условии равенства интенсивностей двух источников ($I_1 = I_2 = I_0$) результирующая интенсивность $I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2} = 4I_0$ в два раза превышает сумму интенсивностей.

Если $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$, значение выражения (11.5) становится минимальным:

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

Наиболее ярко это условие проявляется при равенстве интенсивностей источников: $I = I_0 + I_0 - 2\sqrt{I_0^2} = 0$, т.е. «свет + свет = тьма!». Значение разности фаз для условия минимума соответствует нечетному числу π :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2m + 1)\pi, \quad (11.7)$$

где m – произвольное целое число.

У тех, кто невнимательно читал предыдущие абзацы, может возникнуть вопрос: «А как же быть с законом сохранения энергии? Каждая волна принесла в данную точку пространства какую-то энергию. И где же она?»

Те, кто читал внимательно, ответят: «Недостающую энергию можно найти в точках, соответствующих максимумам интерференции. Так что в целом энергия сохраняется!»

Действительно, интерференция лишь перераспределяет энергию в пространстве, сохраняя, конечно же, ее неизменной. Интерференция – специфическое волновое явление. Для материальных тел в классической физике всегда справедливо утверждение: «частица + частица = две частицы». Для волн все по-другому: «волна + волна» в некоторых точках дает усиление колебаний, а в некоторых – ослабление. Правда, как мы выясним в третьей части нашего курса, квантовая механика практически уничтожает разницу между частицами и волнами.

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Как уже отмечалось, естественные источники света являются некогерентными. Для получения в лабораторных условиях двух когерентных источников обычно испускаемую одним источником волну разделяют на две волны и, после того, как эти волны пройдут различные пути, заставляют их вновь встретиться.

Существует различные методы получения когерентных волн, о некоторых из которых мы поговорим чуть позднее. Сейчас же мы рассмотрим самые общие особенности возникновения интерференционной картины от двух когерентных источников.

Пусть два когерентных источника S_1 и S_2 созданы с помощью разделения фронта гармонической волны. Отметим, что, когда говорят о свете, вместо термина «гармонический» обычно употребляют

термин «*монохроматический*» (от греч. *monos* – единственный и *chroma* – цвет), имея в виду колебания одной частоты. Колебания, порождаемые этими источниками, осуществляются в одинаковой фазе (см. лекция 10, пояснения к принципу Гюйгенса), которая для простоты может считаться равной нулю:

$$E_{S_1} = E_{01} \cos \omega t,$$

$$E_{S_2} = E_{02} \cos \omega t.$$

Для большей общности будем считать, что, перед тем, как попасть в точку наблюдения P , волны распространяются в средах с различными показателями преломления (n_1 – для первой волны и n_2 – для второй. При этом первая волна проходит путь l_1 , а вторая – l_2 (рис. 11.4).

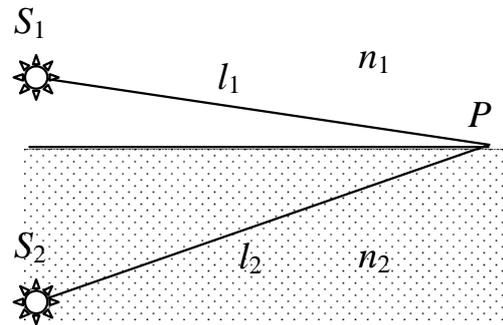


Рис. 11.4.

Свет от источника S_1 придет в точку наблюдения за время l_1/v_1 , а от источника S_2 – за время l_2/v_2 , где v_1 и v_2 – скорости света соответственно в первой и во второй среде.

Если пренебречь затуханием, уравнения колебаний напряженностей электрического поля в точке P будут иметь вид:

$$E_{P_1} = E_{01} \cos \omega(t - l_1/v_1) = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$E_{P_2} = E_{02} \cos \omega(t - l_2/v_2) = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Разность фаз колебаний равна $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega l_1/v_1 - \omega l_2/v_2$.

Преобразуем это выражение с учетом соотношений $v_1 = c/n_1$ и $v_2 = c/n_2$, где c – скорость света в вакууме:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{Tc}(n_1 l_1 - n_2 l_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_1 - L_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta, \quad (11.8)$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме.

Величина $L = nl$ называется *оптической длиной пути*, а $\delta = L_1 - L_2$ – *оптической разностью хода*. Смысл оптической длины пути заключается в том, что, распространяясь в веществе с меньшей скоростью, свет затрачивает большее время на прохождение определенного расстояния. При этом колебания происходят с той же частотой. В результате, на той же длине, что и в вакууме, в веществе укладывается больше длин волн света, а, значит, происходит большее число смен фазы. Таким образом, с точки зрения «набега» фазы путь в веществе как бы удлиняется. Очевидно, что в вакууме оптическая длина пути совпадает с *геометрической* (т.е. измеренной линейкой).

Выразим условия максимума и минимума интерференции, пользуясь понятием оптической разности хода. Для этого сначала подставим в (11.8) условие максимума (11.6): $2\pi\delta/\lambda_0 = 2m\pi$. То есть:

$$\delta = m\lambda_0 \quad \text{или} \quad \delta = 2m\frac{\lambda_0}{2}. \quad (11.9)$$

Таким образом, условие интерференционного максимума достигается, если оптическая разность хода составляет целое число длин волн или четное число длин полуволн.

Подставляя в (11.8) условие (11.7), $2\pi\delta/\lambda_0 = (2m+1)\pi$, получим условие интерференционного минимума:

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad \text{или} \quad \delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}. \quad (11.10)$$

т.е. оптическая разность хода составляет *полуцелое* (целое плюс половина) число длин волн или нечетное число длин полуволн.

Применим полученные выводы для расчета картины интерференции, создаваемой на экране двумя близко расположенными когерентными монохроматическими источниками света с длиной волны λ (рис. 11.5).

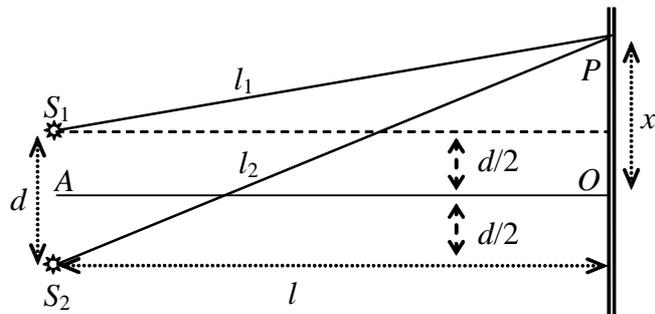


Рис. 11.5.

Пусть источники S_1 и S_2 имеют вид параллельных светящихся нитей или щелей. Область, в которой перекрываются волны от этих источников, называется *полем интерференции*. Очевидно, что интерференционная картина должна быть симметричной относительно плоскости AO , а максимумы и минимумы на экране должны представлять из себя светлые и темные полосы параллельные плоскости симметрии. Выберем на экране некоторую точку P . Положение этой точки будем характеризовать координатой x , отсчитываемой в направлении перпендикулярном плоскости AO . Начало отсчета выберем на оси O , соответствующей пересечению плоскости симметрии AO с экраном. Будем считать, что источники испускают волны в одинаковой фазе, и кроме того, волны распространяются в вакууме или, что в данном случае почти одно и то же, в воздухе. Тогда оптическая разность хода совпадает с геометрической $\delta = l_2 - l_1$. Из рисунка видно, что

$$l_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2, \quad l_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2.$$

Вычтем из второго равенства первое:

$$l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = \delta(l_2 + l_1) = 2xd. \quad (11.11)$$

Для того, чтобы на экране наблюдалась интерференция, расстояние d между источниками должно быть много меньше l . При этом характерный размер наблюдаемого интерференционного поля также много меньше расстояния от источников до экрана, т.е. $x \ll l$. Тогда можно считать что l_1 и l_2 мало отличаются от l , т.е. $l_1 + l_2 \approx 2l$. Подставляя последнее равенство в (11.11), получим следующее выражение для оптической разности хода:

$$\delta = \frac{xd}{l}. \quad (11.12)$$

Определим положения максимумов и минимумов интерференции на экране. Комбинируя выражения (11.9) и (11.12), для максимумов получим:

$$x_m^{(\max)} = \frac{\lambda l}{d} m. \quad (11.13)$$

Аналогично для минимумов из (11.10) и (11.12):

$$x_m^{(\min)} = \frac{\lambda l}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right). \quad (11.14)$$

Найдем расстояния между соседними интерференционными полосами (ширину интерференционной полосы):

$$\Delta x = x_{m+1}^{(\max)} - x_m^{(\max)} = x_{m+1}^{(\min)} - x_m^{(\min)} = \frac{\lambda l}{d}. \quad (11.15)$$

Таким образом, интерференционная картина на экране представляет собой набор параллельных чередующихся светлых и темных полос одинаковой ширины.

Отметим, что положения максимумов и минимумов зависят от длины волны света. Поэтому при интерференции белого света возникнут радужно окрашенные полосы. Как видно из выражения (11.13), условие центрального максимума ($x = 0$, при $m = 0$) выполняется для всех длин волн. Поэтому центральный максимум при интерференции белого света остается неокрашенным.

Временная и пространственная когерентность

Мы выяснили, что условием интерференции является когерентность волн. Но оказывается, что реальная световая волна не вполне когерентна даже сама себе. Две световые волны, полученные из одной, не обязательно интерферируют друг с другом. Есть две основные причины возможной некогерентности таких волн.

Первая причина – немонохроматичность реальных световых волн. Строго монохроматическая волна в каждой точке пространства имеет независимую от времени амплитуду и начальную фазу. Амплитуды, фазы и частоты настоящих световых волн испытывают случайные изменения во времени, или как говорят физики, «шумят».

В принципе, любую немонохроматическую волну можно представить как суперпозицию монохроматических плоских волн (разложение Фурье). Если шумы амплитуды, частоты и фазы реальной волны невелики, то частоты составляющих ее монохроматических волн находятся в узком диапазоне вблизи основной частоты. В этом случае волну называют *квазимонохроматической* (если помните, латинское слово *quasi* означает «как бы»).

Случайные изменения фазы накапливаются со временем. Это означает, что через некоторое время τ_c , называемое *временем когерентности*, волна полностью забывает свою начальную фазу, т.е. становится некогерентной сама себе. За время τ_c волна проходит расстояние $l_c = c\tau_c$, называемое *длиной когерентности*.

Очевидно, что, если оптическая разность хода изначально когерентных волн превышает длину когерентности, интерференция не возникает.

Отметим, что длина когерентности обычных лабораторных квазимонохроматических источников, как правило не превышает 1 мм. Длина когерентности для лазерных источников может достигать 100 км.

Вторая причина возможной некогерентности световых волн, полученных из одной волны – пространственная протяженность реального источника света. Можно считать, что каждый атом или молекула светящегося тела являются независимыми друг от друга некогерентными источниками света. В результате оказывается, что фаза меняется скачкообразно и случайным образом вдоль поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны, которая больше не представляет собой единого волнового фронта. Область на такой поверхности, в которой случайные изменения фазы невелики, называют областью *пространственной когерентности*.

Отметим, что лазер, в котором атомы излучают согласованно, обладает очень высокой степенью пространственной когерентности. Можно считать, что любое перпендикулярное сечение лазерного луча является областью пространственной когерентности.

Методы получения когерентных волн

Метод Юнга

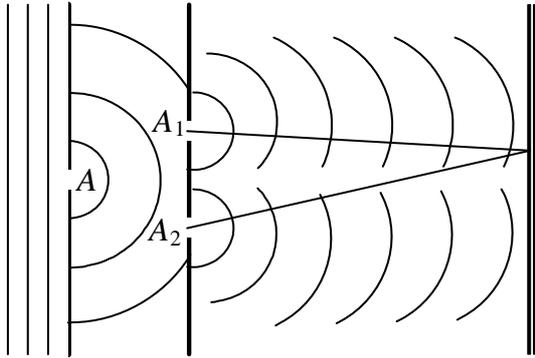


Рис. 11.6.

Равноудаленных отверстия A_1 и A_2 , которые и являются когерентными источниками (рис. 11.6).

Бизеркало Френеля

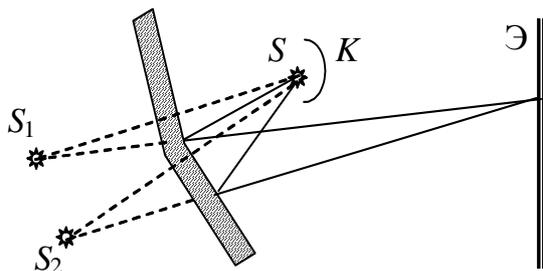


Рис. 11.7.

будут интерферировать (рис. 11.7).

Бипризма Френеля

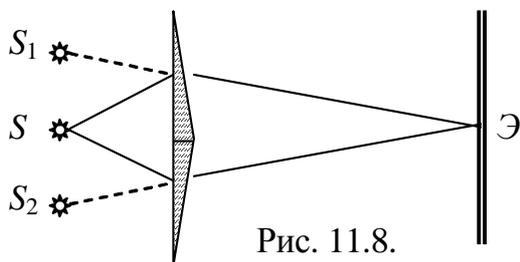


Рис. 11.8.

Первые эксперименты по интерференции света выполнил английский ученый, один из основоположников волновой теории света, Томас Юнг (1773-1829). В его установке солнечный свет для уменьшения эффекта пространственной некогерентности проходит через небольшое отверстие A , после чего падает на два равноуда-

Если два зеркала расположить под углом, близким к 180° , то свет источника S , отраженный от зеркал, будет когерентным. Экран \mathcal{E} защищен от прямого попадания света от источника S экраном K . Мнимые источники S_1 и S_2 , являющиеся изображением S , когерентным, и волны, испускаемые ими, будут интерферировать (рис. 11.7).

Метод аналогичен методу с бизеркалом, но мнимые источники возникают в результате преломления в двух одинаковых склеенных прямоугольных призмах с очень малым углом α у основания (рис. 11.8).

Интерференция в тонких пленках

При падении световой волны на тонкую прозрачную пластинку или пленку происходит отражение от обеих поверхностей пластинки. В результате возникают когерентные световые волны, которые могут интерферировать между собой.

Пусть на плоскопараллельную пластинку из прозрачного вещества с показателем преломления n падает луч света. Показатель преломления среды, в которой находится пластинка, будем считать равным единице. Рассмотрим два когерентных луча, полученных при отражении от верхней (луч 1) и нижней (луч 2) поверхностей пластики (рис. 11.9).

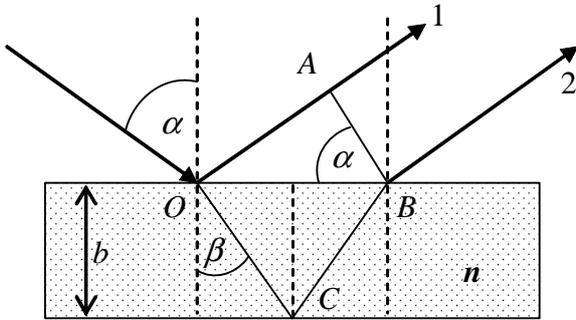


Рис. 11.9.

Проведем перпендикулярно к лучам 1 и 2 отрезок AB . Оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\delta = nl_2 - l_1,$$

где $l_1 = |OA| = |OB| \sin \alpha = 2btg\beta \sin \alpha$,

$$l_2 = |OC| + |CB| = \frac{2b}{\cos \beta}.$$

Примем во внимание закон преломления в виде $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$, учтем, что $tg\beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$, и, кроме того,

вспомним простую тригонометрическую формулу $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$.

$$\delta = \frac{2b}{\cos \beta} \left(n - \frac{\sin^2 \alpha}{n} \right) = 2b \frac{1}{n} \frac{n^2 - \sin^2 \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Полученное выражение нуждается в небольшом уточнении. Дело в том, что при отражении от оптически более плотной среды, колебания в волне изменяют фазу на противоположную. Это эквивалентно прохождению дополнительного оптического пути, равного половине длины волны. Дополнительный оптический путь, возникающий при отражении от верхней поверхности (точка O), нужно добавить к l_1 . При отражении от оптически менее плотной среды (точка C) дополнительной разности фаз не возникает. С учетом сделанных уточнений

$$\delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \quad (11.16)$$

Результат интерференции отраженного света зависит от значения δ . При выполнении условия (11.9), получим максимум, а при условии (11.10) – минимум интенсивности отраженного света.

Так как максимум отражения зависит от толщины пленки, угла падения и длины волны света, тонкие пленки выглядят радужно окрашенными или переливающимися всеми цветами радуги. По цветам тонких пленок можно судить об их толщине.

Просветление оптики

Современные оптические приборы содержат большое количество линз. Частичное отражение света на многочисленных поверхностях приводят к большим потерям света. Для устранения этого нежелательного явления на поверхностях линз создают специальные тонкопленочные покрытия. Свет, падая на линзу, отражается дважды: от границы между воздухом и покрытием и от границы покрытие-линза. Показатель преломления и его толщина выбираются таким образом, чтобы оба отраженных луча гасили друг друга. Для достижения максимального эффекта показатель преломления покрытия должен удовлетворять условию $n = \sqrt{n_{\text{линза}} n_{\text{воздух}}}$. В этом случае дополнительный оптический путь возникает как при отражении от границы воздух-пленка, так и при отражении от границы пленка-линза. В результате, условие минимума в отраженном свете при нормальном падении лучей запишется следующим образом: $2bn = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$. При условии минимальной толщины ($m = 0$), гашение отраженных лучей должно выполняться при толщине пленки $b = \frac{\lambda}{4n}$. Формула показывает, что гашение не может быть достигнуто для всех длин волн, поэтому это условие обычно выполняют для зеленого света (к которому глаз имеет максимальную чувствительность).

Оптика, имеющая такое покрытие, называется просветленной. Она имеет сиреневый оттенок. Просветленная оптика не дает сильных бликов, что очень важно для снайперов и папарацци. Блики демаскируют наблюдателя.

Кольца Ньютона

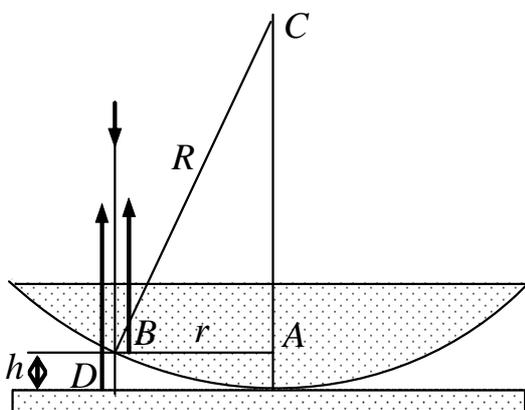


Рис. 11.10.

Одним из наиболее простых методов наблюдения интерференционной картины являются кольца Ньютона. Говорят, что Ньютон, не до конца понимая сути явления из-за приверженности корпускулярной теории света, использовал его для контроля шлифовки линз. Схема для получения колец Ньютона представлена на рис. 11.10. Плосковыпуклая линза большого радиуса кривизны прижимается

выпуклой стороной к плоской пластинке так, чтобы между ними образовался воздушный клин. Толщина этого клина зависит от расположения точки B .

На устройство падает параллельный пучок света. Хотя и линза, и пластинка однородны и абсолютно прозрачны, отражательная способность устройства различна в различных местах. В отраженном свете в месте контакта возникают концентрические темные и светлые (в белом свете радужные) кольца. Отражательная способность зависит от толщины воздушного клина между линзой и пластинкой и объясняется интерференцией отраженных лучей.

Отметим, что из-за малой длины когерентности естественного света интерференционная картина возникает только в непосредственной близости от места контакта, где поверхности линзы и пластинки практически параллельны друг другу. Поэтому на рис. 11.10, для простоты, изображен случай нормального падения лучей и *умышленно искажен закон отражения в точке B* .

Луч, доходящий до точки B , частично отражается вверх, а частично проходит в воздушный клин. Отражаясь от пластинки в точке D , он возвращается обратно, и интерферирует с лучом, отраженным в точке B .

Так как в точке D происходит отражение от оптически более плотной среды, происходит дополнительное изменение фазы, соответствующее дополнительному оптическому пути в половину длины волны. Оптическая разность хода между отраженными лучами будет равна $\delta = 2h + \lambda/2$. Толщину клина h найдем из прямоугольного треугольника ABC $r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2 \approx 2Rh$, т.к. $h \ll R$. Откуда

$h = \frac{r^2}{2R}$. Подставив это выражение в формулу разности хода, получим

$\delta = r^2/R + \lambda/2$. Радиусы для темных колец определим из условия интерференционных минимумов (11.10) $\delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$:

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (11.17)$$

Радиусы светлых колец найдем из условия интерференционных максимумов (11.9) $\delta = m\lambda$:

$$\delta = \sqrt{(m - 1/2)\lambda R}.$$

Счет темных колец начинается с $m = 0$, т.е. от самого центра интерференционной картины. Счет светлых колец начинается с $m = 1$.

Практическое применение интерференции света

Прежде всего следует отметить, что интерференционные явления обусловлены волновой природой света и их количественные закономерности определяются длиной световой волны. Измеряя расстояние между полосами в опыте Юнга или измеряя радиусы колец Ньютона, можно определить длину световой волны. Эти опыты доказывают волновую природу света.

Прецизионные измерения

Так как результат интерференции зависит от длины пути, пройденного лучами света, интерференция находит применение в особо точных (прецизионных) измерениях длины. Изменение расстояния, пройденного одной из световых волн на ничтожную величину ($\sim 10^{-7}$ м) приводит к заметному смещению интерференционной картины. Для прецизионных измерений расстояний разработаны специальные приборы, называемые интерферометрами.

Оптические интерферометры применяются для измерения длин волн спектральных линий и изучения их структуры, измерения дефектов отражающих поверхностей, для высокоточных абсолютных и относительных измерений длин, измерения угловых размеров звезд, скорости света и пр.

Зависимость оптической разности хода лучей от показателя преломления среды позволяет использовать интерферометры для точного определения показателей преломления прозрачных сред и даже их неоднородностей.

Газовый интерферометр

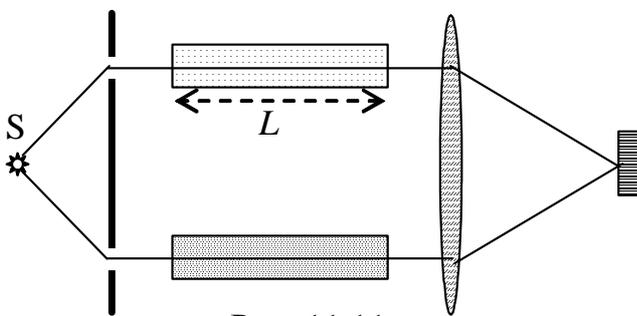


Схема газового интерферометра представлена на рис. 11.11. Свет от источника S разделяется на два пучка, проходящих через кюветы одинаковой длины L , заполняемые разными газами. Пучки вновь собираются линзой и интерферируют. Оптическая разность хода

в этом случае равна $\delta = n_1L - nL = (n_1 - n)L$, где n – показатель преломления эталонного, а n_1 – испытуемого газа.

Такие интерферометры используются, например, шахтерами для обнаружения взрывоопасного метана в шахте.

Лекция 12

- «Криволинейное» распространение света.
- Интерференция вторичных волн.
- Зоны Френеля.
- Дифракционная решетка.
- Голография.

Дифракция света

Введение

Если на пути световой волны находятся непрозрачные тела или экраны с отверстиями, то грубые наблюдения показывают, что за этими телами образуются области тени. Эти области легко определить, считая, что лучи света распространяются прямолинейно. Однако, проводя более детальные наблюдения, можно убедиться, что световые волны все-таки попадают в область тени, очерченной геометрически.

Явление отклонения распространения света от прямолинейного направления при прохождении вблизи препятствий называется *дифракцией света* (лат. *diffractus* – букв. разломанный).

Вообще говоря, данное определение дифракции не совсем корректно. Например, проходя вблизи массивной звезды, свет отклоняется ее гравитационным полем, но такое искривление луча не имеет отношения к дифракции.

Далее мы попытаемся дать более полное определение дифракции света и заодно разобраться с ее сущностью.

Принцип Гюйгенса-Френеля

Попадание света в область геометрической тени можно объяснить его волновой природой на основе принципа Гюйгенса, согласно которому, каждая точка фронта волны является источником вторичных волн, а огибающая этих волн является новым фронтом волны в следующий момент времени (см. лекцию 10). Действительно, если каждая точка волнового фронта порождает вторичные сферические волны, то у границы препятствия происходит искривление фронта и, следовательно, изменение направления хода лучей (рис. 12.1).

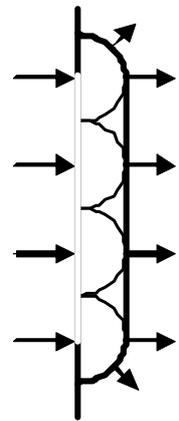


Рис. 12.1.

Тщательный анализ дифракционной картины показывает, что переход от света к тени происходит неравномерно. На границе образуются чередующиеся максимумы и минимумы освещенности, свидетельствующие о том, что на границе происходит сложное перераспределение энергии.

Для объяснения этого факта Френель добавил к принципу Гюйгенса идею об интерференции вторичных волн и получил новый принцип (*принцип Гюйгенса-Френеля*), определяющий правило вычисления интенсивности света после прохождения препятствия.

Каждая точка фронта волны является источником когерентных вторичных волн. Новый волновой фронт является результатом интерференции вторичных волн.

Таким образом, *дифракцией света называется огибание световыми волнами границ непрозрачных тел с образованием интерференционного перераспределения энергии по различным направлениям.*

Метод зон Френеля

Дифракция, с точки зрения принципа Гюйгенса-Френеля, – это интерференция вторичных волн. На этом можно было бы поставить точку, сказав, что интерференцию мы изучили в прошлой лекции. Однако между дифракцией и интерференцией имеется важное отличие в методике расчетов их результата.

Рассматривая интерференцию, мы говорили о наложении двух волн (или, в крайнем случае, нескольких при многолучевой интерференции). Для вычисления же дифракционной картины нужно сложить колебания, порождаемые бесконечным числом вторичных источников, каждый из которых имеет бесконечно малую интенсивность и свою фазу, бесконечно мало отличающуюся от фазы соседнего источника.

То есть, разница между расчетом результатов интерференции и дифракции примерно такая же, как между суммированием и интегрированием (интегрированием по поверхности волнового фронта).

Для упрощения расчета дифракционной картины Френелем предложен простой метод сложения вторичных волн. Сущность его сводится к следующему.

Фронт волны разделяется на *зоны* таким образом, чтобы волны от двух соседних зон приходили в точку наблюдения в противоположных фазах. Если к тому же число источников вторичных волн в соседних зонах примерно одинаково, вторичные волны от них будут

полностью «гасить» друг друга. Остается учесть только вклад «непогашенных» зон.

Рассмотрим пример. Пусть точечный монохроматический источник S испускает сферическую волну (рис. 12.2). В некоторый момент времени фронт этой волны занимает положение Φ . Рассмотрим произвольную точку P перед фронтом и соединим ее прямой линией с источником S . Поставим на пути света сколь угодно

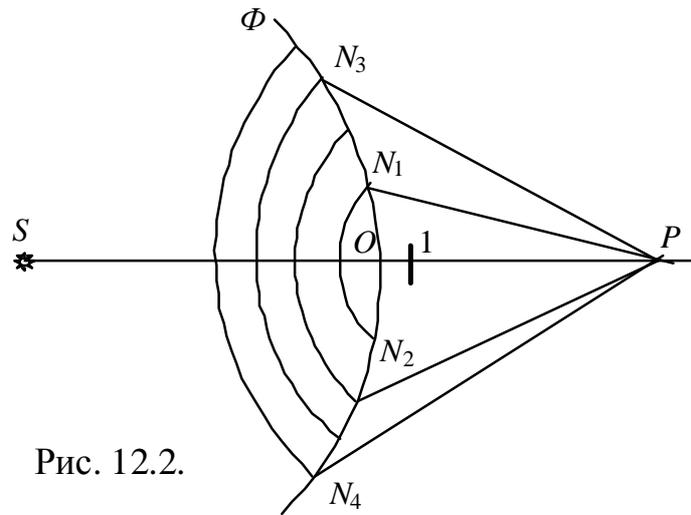


Рис. 12.2.

малый экран 1. Если бы свет распространялся прямолинейно, то в точке M была бы полная темнота. Благодаря волновой природе света, в точку наблюдения M приходят волны не только от точки O , но и от всех остальных точек фронта Φ , правда, придут они с разными фазами.

Для расчета результата действия когерентных источников всего фронта Френель предложил разбить фронт Φ на кольцевые зоны так, чтобы расстояние от границы каждой следующей зоны до точки P превышало расстояние от границы предыдущей зоны до точки P на половину длины волны:

$$N_1P = OP + \lambda/2$$

$$N_2P = N_1P + \lambda/2 = OP + 2 \cdot \lambda/2$$

$$N_3P = N_2P + \lambda/2 = OP + 3 \cdot \lambda/2$$

...

$$N_kP = OP + k \cdot \lambda/2$$

...

Можно показать, что при таком разбиении площади зон в первом приближении одинаковы, т.е. каждая зона содержит примерно одинаковое число источников вторичных волн. Расстояния от границ соседних зон до точки P отличаются на $\lambda/2$, поэтому любой точке выбранной зоны можно сопоставить точку из соседней зоны так, что разность хода вторичных волн, порождаемых этими точками, до точки P будет равна $\lambda/2$. Таким образом, соседние зоны создают противофазные колебания в точке P , и, значит, должны гасить друг друга.

Т.е., если открыть в экране нечетное число зон Френеля в точке P будет свет, а если четное – тьма! Конечно, энергия никуда не исчезает, она перераспределяется в результате интерференции (вокруг темного пятна будет светлое кольцо, и – наоборот).

На самом деле, амплитуды колебаний, создаваемых зонами в точке P не одинаковы. С увеличением номера зоны растет как расстояние до точки P , так и угол, под которым зона видна из точки P . Следовательно амплитуда колебаний, создаваемых зоной, уменьшается с ростом ее номера.

Обозначим амплитуды колебаний, создаваемых в точке P первой, второй, ... k -ой, и т.д. зонами через $A_1, A_2, \dots, A_k, \dots$. Значения этих амплитуд монотонно убывают: $A_1 > A_2 > \dots > A_k > \dots$

Френель предположил, что амплитуду некоторой зоны можно представить средним арифметическим амплитуд соседних зон:

$$A_k = (A_{k-1} + A_{k+1})/2.$$

Полная амплитуда колебаний в точке P , равна сумме амплитуд колебаний, приходящих от всех зон. При этом амплитуды от всех четных зон возьмем со знаком «минус», а нечетных «плюс». Следовательно

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \frac{A_1}{2} - A_2 + \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_3}{2} \right) - A_4 + \left(\frac{A_3}{2} + \frac{A_5}{2} \right) - \dots \approx \frac{A_1}{2}.$$

Мы пренебрегли амплитудой последней зоны т.к. она ничтожно мала. Таким образом, суммарная амплитуда от воздействия всего фронта Φ в точке P равна $A = A_1/2$, т.е. эквивалентна половине воздействия от первой зоны Френеля. Так как энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, освещенность в точке P при полностью открытом экране будет в 4 раза меньше, чем при открытой только одной первой зоне.

Не следует думать, что свет в точку P приходит только от половины первой зоны. Если на пути света поставить экран, закрывающий первую зону Френеля, то, проведя те же рассуждения, что и ранее, мы найдем, что суммарная амплитуда приходящей волны будет $A = A_2/2$.

Вообще, если на пути сферической волны находится непрозрачное круглое препятствие (небольшого размера), то оказывается закрытым какое-то число внутренних зон Френеля. Но вклад в колебания в точке наблюдения, находящейся в *центре геометрической тени*, будут давать остальные зоны. В результате в этой точке должен наблюдаться свет. Этот результат показался в свое время Пуассону столь невероятным, что он выдвинул его как возражение против тео-

рии дифракции Френеля. Однако, когда был проведен эксперимент, светлое пятнышко в центре геометрической тени было обнаружено. С тех пор оно, как ни странно, носит название *пятна Пуассона*.

Можно сделать экран, состоящий из ряда колец, закрывающих все четные (или нечетные) зоны Френеля. Тогда суммарная амплитуда в точке P будет:

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + \dots \gg A_1,$$

т.е. амплитуда оказывается больше, чем при отсутствии экрана. Такой экран называется *зонной пластинкой*.

Можно пойти еще дальше и сделать все зоны прозрачными, но кольца всех четных зон изготовить из материала, вносящего дополнительную разность хода $\lambda/2$. Тогда все зоны будут создавать в точке P синфазные колебания и усиливать друг друга:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + \dots \gg A_1.$$

Такое устройство называется *фазовой зонной пластинкой*.

Нетрудно заметить, что зонная пластинка ведет себя подобно линзе, собирающей лучи в одной точке. Можно, видимо, сказать и наоборот: линза ведет себя подобно фазовой пластинке, толщина которой подобрана так, чтобы вносить дополнительную разность хода необходимую для получения синфазных колебаний в фокусе от любых вторичных источников на поверхности линзы.

Границы применимости законов геометрической оптики.

Интенсивность света в точке P заметно уменьшится, если экран перекроет большое число зон. Лишь в этом случае будет справедливым положение геометрической оптики о том, что препятствие дает тень. Следовательно, пренебрегать дифракционными явлениями и рассматривать свет распространяющимся вдоль прямолинейных лучей, исходящих от источника, допустимо лишь в том случае, если размеры препятствия велики по сравнению с размерами зон Френеля.

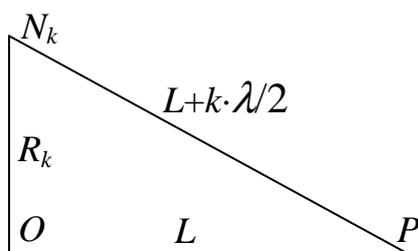


Рис. 12.3

Рассмотрим некоторые количественные соотношения. Радиус k -ой зоны Френеля можно оценить, воспользовавшись рисунком 12.3. По теореме Пифагора:

$$R_k^2 = \left(L + k \frac{\lambda}{2} \right)^2 - L^2 \approx k \lambda L \quad (\text{мы пренебрегли квадратом длины волны, как очень малой величиной } (\lambda \ll L, \text{ где } L \text{ – расстояние до точки наблюдения}).)$$

Выразим отсюда число зон k , закрываемых препятствием размера R :

$$k = \frac{R^2}{\lambda L} \quad (12.1)$$

Для наблюдения вблизи точки P четкой дифракционной картины, нужно, чтобы перекрывалось небольшое число зон Френеля:

$$k = \frac{R^2}{\lambda L} \geq 1 \quad \text{или} \quad R^2 \geq \lambda L. \quad (12.2a)$$

Это соотношение можно рассматривать как *критерий наблюдения дифракции Френеля* (или дифракции в расходящихся лучах).

Если, как уже отмечалось, препятствие перекрывает очень большое число зон Френеля, за ним наблюдается тень. Т.е. условие

$$k = \frac{R^2}{\lambda L} \gg 1 \quad \text{или} \quad R^2 \gg \lambda L \quad (12.2b)$$

определяет *границы применимости геометрической оптики*. Заметим, что если $\lambda \rightarrow 0$, условие (12.2б) выполняется для любого R . Т.е. *геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики при стремлении к нулю длины волны света*. Именно из-за малого значения длины волны видимого света мы имеем возможность во многих практических случаях пользоваться простыми законами геометрической оптики.

Если размер препятствия становится меньше радиуса первой зоны, характер дифракции меняется: световые лучи сильно расходятся, а область дифракции становится гораздо шире геометрической тени препятствия. При условии:

$$k = \frac{R^2}{\lambda L} \ll 1 \quad \text{или} \quad R^2 \ll \lambda L \quad (12.2в)$$

падающие на препятствие лучи практически параллельны. В этом случае говорят о *дифракции Фраунгофера* (или дифракции в параллельных лучах).

Немецкий физик и оптик, Йозеф Фраунгофер (1787-1826) предложил метод наблюдения дифракции, когда на препятствие падают параллельные пучки света. Очень часто это явление используется для разложения излучения сложного спектрального состава в спектр.

Дифракция на щели

Пусть на длинную щель падает плоская волна. Плоскость фронта волны параллельна плоскости щели (рис. 12.4). Щель имеет ширину a . Когда фронт дойдет до щели и займет положение AB , то все его точки станут новыми источниками волн, распространяющими свет во

все стороны от щели. Рассмотрим лучи, распространяющиеся под углом φ к первоначальному направлению. После прохождения через линзу эти лучи соберутся в одной точке в фокальной плоскости. Поставив в эту плоскость экран, можно на нем наблюдать результат интерференции волн, распространяющихся под разными углами.

Для расчета результата интерференции разобьем фронт волны на зоны Френеля. Опустим из точки B перпендикуляр BC . Разделим AC на отрезки

длиной $\lambda/2$. На AC уложится $m = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda}$ таких отрезков. Проведя из

концов этих отрезков линии параллельные BC до встречи с AB , мы разобьем щель на m полосок одинаковой ширины. Эти полоски и являются зонами Френеля в данном случае. Волны от этих полосок идут в точку наблюдения с разностью хода $\lambda/2$ и поэтому гасят друг друга. Если при некотором направлении число зон окажется четным ($m = 2k$), то на экране будет минимум освещенности. Условие минимума определится из условия

$$a \cdot \sin \varphi_{\min} = 2k\lambda/2 = k\lambda. \quad (12.3a)$$

В промежутках между минимумами будут максимумы, направление на которые определятся их условия нечетности зон ($m = 2k + 1$)

$$a \cdot \sin \varphi_{\max} = (2k + 1)\lambda/2. \quad (12.3б)$$

В этих направлениях одна из зон окажется непогашенной.

Если щель узкая $a < \lambda/2$, то вся поверхность щели будет одной зоной при всех углах. Условие минимума не будет выполнено и свет достигнет всех точек экрана.

Детальный расчет дает следующее выражение для зависимости интенсивности света на экране от угла дифракции:

$$I = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right) / \left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)^2. \quad (12.4)$$

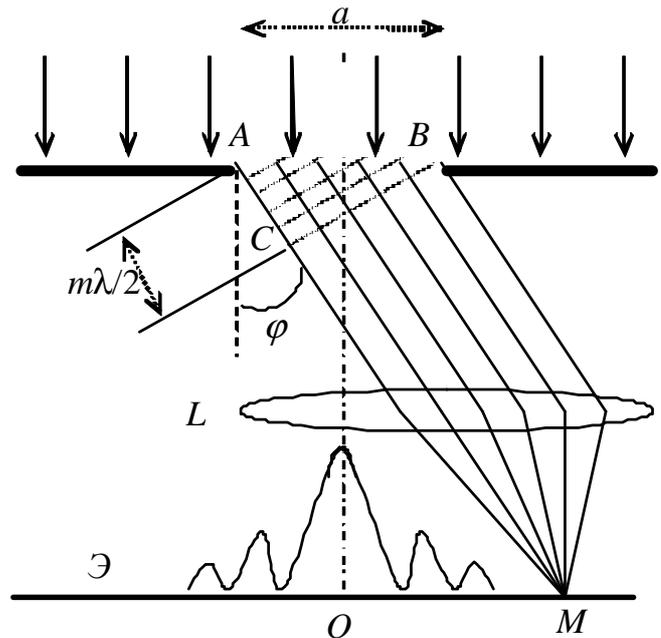


Рис. 12.4.

Как видно из этого выражения, при $\sin \varphi = \frac{k\lambda}{a}$ его числитель обращается в нуль, что полностью согласуется с выражением (12.3а). При $\sin \varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2a}$ (сравните с (12.3б)) числитель превращается в I_0 , а знаменатель – в $\frac{\pi^2(2k+1)^2}{4}$. Соответственно, максимум первого порядка имеет интенсивность $\frac{4I_0}{9\pi^2} \approx 0,045I_0$, максимум второго порядка – $\frac{4I_0}{25\pi^2} \approx 0,016I_0$, третьего – $\frac{4I_0}{49\pi^2} \approx 0,008I_0$ и т.д. Максимум нулевого порядка ($\varphi = 0$) имеет интенсивность I_0 (вспомните первый замечательный предел).

Щель является спектральным прибором, так как направления на максимумы (кроме нулевого порядка) зависят от длины волны. С ее помощью некогерентный свет может быть разложен в спектр. Если, например, щель осветить белым светом, то в центр ($\varphi = 0$) лучи всех цветов придут в фазе (центральный максимум будет лишь слегка окрашенным по краям). Справа и слева от центрального максимума будут наблюдаться дифракционные спектры, первого, второго и т.д. порядков, обращенные фиолетовым краем к центру. Правда, как видно из предыдущего абзаца, интенсивности этих максимумов очень малы по сравнению с интенсивностью максимума нулевого порядка. Поэтому использование щели в качестве спектрального прибора не эффективно.

Дифракционная решетка

Чтобы увеличить интенсивность побочных максимумов и, кроме того, улучшить разделение цветов в спектре, применяют *дифракционные решетки*.

Простейшая дифракционная решетка впервые предложена Фраунгофером. Она представляет собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a , разделенных непрозрачными промежутками шириной b .

Существует много конструкций дифракционных решеток. Для видимого света она может представлять собой прозрачную стеклянную пластинку, на которую с помощью делительной машины нанесен ряд тонких параллельных штрихов.

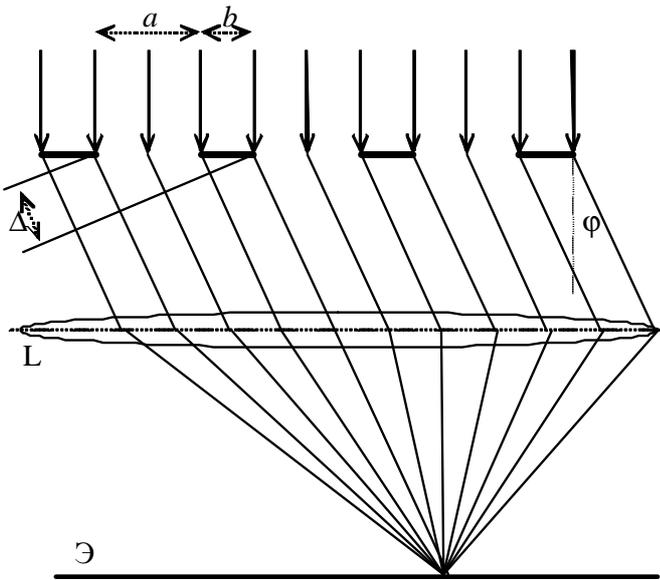


Рис. 12.5.

Пусть плоская монохроматическая волна падает на решетку. Каждая щель дает на экране дифракционную картину, т.е. посылает свет по всем направлениям. На центральной линии экрана все лучи сходятся в одинаковой фазе, их амплитуды складываются, и интенсивность центральной полосы будет в N^2 раз больше, чем для одной щели.

Рассмотрим две соседние щели (рис. 12.5). Лучи, идущие

от двух соответствующих точек в направлении φ имеют одну и ту же разность хода $\Delta = d \cdot \sin \varphi$, где $d = a + b$ (период решетки).

Резкое возрастание амплитуды будет по тем направлениям, для которых разность хода кратна целому числу длин волн

$$d \cdot \sin \varphi = k \lambda, \quad (12.5)$$

где $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Это условие определяет положение главных максимумов дифракционной решетки. Интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности, даваемой одной щелью. Между главными максимумами располагаются $(N-2)$ добавочных максимума, которые имеют гораздо меньшую интенсивность, и $N-1$ добавочный минимум.

Условие добавочных максимумов:

$$d \sin \varphi = k \lambda + \left(p + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{N}, \quad (12.6a)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $p = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-2)$.

Условие добавочных минимумов:

$$d \sin \varphi = k \lambda + \frac{q \lambda}{N}, \quad (12.6b)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $q = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(N-1)$.

Разрешающая способность дифракционной решетки

Пусть на дифракционную решетку падает свет, представляющий собой смесь двух волн с длинами λ_1 и λ_2 . Если длины волн близки, то дифракционные максимумы могут слиться.

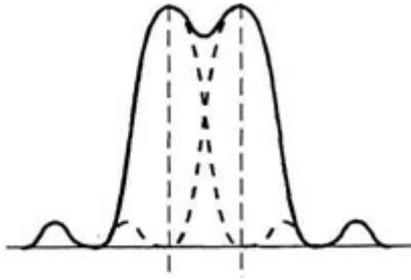


Рис. 12.6.

Уверенно можно установить наличие двух длин волн или, как говорят, *разрешить* их, если выполняется условие Релея (Джон Уильям Стретт, лорд Рэлей (1842-1919) – английский физик).

Если максимум k -го порядка волны длиной λ_2 совпадает с минимумом ближайшим к максимуму k -го порядка волны длиной λ_1 , то такие длины волн могут

быть разрешены (см. рис. 12.6).

Как мы уже говорили, между двумя соседними максимумами располагаются $N - 1$ минимум. Направление на первый минимум от главного максимума k -го порядка длины волны λ_1 определится из условия

$$d \cdot \sin \varphi_1 = k \lambda_1 + \lambda_1 / N.$$

По условию Релея это направление совпадает с направлением k -го максимума длины волны λ_2

$$d \cdot \sin \varphi_1 = k \lambda_2.$$

Вычтем из первого уравнения второе:

$$k (\lambda_2 - \lambda_1) = \lambda_1 / N.$$

Обозначив через $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, а $R = \lambda_1 / \Delta \lambda$, получим

$$R = kN \quad (12.7)$$

Величина R называется разрешающей способностью дифракционной решетки. Она показывает во сколько раз длина волны некоторой линии в спектре превышает разность двух длин волн, которые могут быть разрешены.

Как видно из (12.7), разрешающая способность дифракционной решетки растет пропорционально общему числу щелей. Разрешающая способность пропорциональна также порядку спектра.

Дифракционные решетки являются важнейшими приборами для спектральных исследований. Размеры решеток достигают $0,4 \times 0,4$ м с числом штрихов от 4 до 3600 на мм. Для изготовления таких решеток еще недавно использовались высокоточные делительные машины, наносившие штрихи на стеклянную поверхность тонким алмазным резцом. Изготовленные таким способом решетки являлись национальным достоянием (с них делали копии-реплики).

Сегодня, с появлением мощных высокоточных роботизированных лазеров, изготовление решеток стало более простым делом. Вы легко можете убедиться в том, что CD или DVD диск представляет собой решетку с примерно 1000 штрихов на мм.

Разрешающая способность оптических инструментов

Если на объектив фотоаппарата или зрительной трубы падает свет от бесконечно удаленного источника, то дифракция на краях объектива приведет к тому, что в фокальной плоскости аппарата будет не изображение точки, а более сложное распределение интенсивности света. В центре дифракционной картины получается яркий максимум нулевого порядка, интенсивность которого быстро падает, переходя в темное кольцо; затем следует гораздо более слабый максимум первого порядка и т.д. За изображение точки обычно принимается изображение максимума нулевого порядка. Его размер ограничен первым темным кольцом, которое видно из центра объектива под углом, определяемым из условия $D \cdot \sin \varphi = 1,22\lambda$, где D – диаметр объектива.

Радиус первого темного кольца в фокальной плоскости равен

$$r = 1,22\lambda \frac{F}{D}, \quad (12.8)$$

где F – фокусное расстояние объектива.

Из этого выражения видно, что радиус темного кольца тем меньше, чем больше диаметр объектива. Величина r характеризует разрешающую способность телескопа. Если расстояние между изображениями двух точек меньше r , то никакое повышение увеличения не поможет. Для повышения разрешающей способности необходимо увеличивать диаметр объектива телескопа.

Диаметр объектива самого большого оптического телескопа-рефлектора в России составляет 6 м. Этот телескоп установлен вблизи станции Зеленчукская на Северном Кавказе. Еще недавно он был крупнейшим в мире.

В 1999 году в обсерватории Мауна-Кеа на Гавайях начал работу японский телескоп «Субару» с цельным зеркалом диаметром 8,3 м

В последнее время для увеличения эффективной площади объектива используются составные зеркала. Тонкая регулировка их частей возможна благодаря точным компьютеризованным системам настройки.

По состоянию на 2008 год самым большим оптическим телескопом в мире является Gran Telescopio Canarias. Его зеркало диаметром 10,4 метра составлено из 36 шестиугольных сегментов, которые объединены в общую структуру. Телескоп расположен на пике вулкана Мучачос на высоте 2400 метров выше уровня моря в обсерватории Ла Палма на Канарских островах.

Дифракция на кристаллической решетке.

Выше мы рассмотрели дифракцию на одномерной решетке, когда периодичность решетки наблюдается лишь в одном измерении. Можно представить и двухмерные решетки (например, две скрещенные одномерные решетки) и трехмерные. Типичным примером трехмерной решетки является кристалл. В нем атомы образуют периодическую трехмерную структуру. На такой кристаллической структуре можно наблюдать дифракцию. Но видимый свет для этого не годится, т.к. период решетки (порядка 10^{-10} м) гораздо меньше длины волны видимого света. Для этих целей можно использовать рентгеновские лучи.

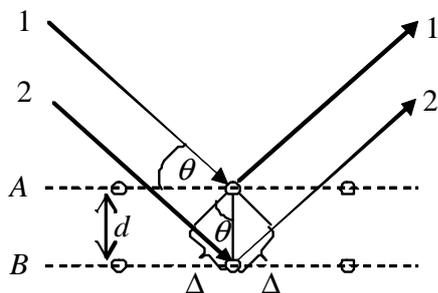


Рис. 12.6.

Рассмотрим для простоты две соседние плоскости A и B , в которых лежат атомы кристалла. Обозначим угол скольжения между направлением падающего луча и плоскостями через θ .

Можно считать, что от плоскости A часть лучей отразилась под углом θ . Рентгеновские лучи обладают большой проникающей способностью, поэтому

интенсивности лучей, падающих на плоскость B и следующие за ней будут практически одинаковыми, поэтому и отраженные лучи 1 и 2 будут иметь одинаковую интенсивность. Эти лучи будут интерферировать между собой, причем результат интерференции зависит от разности хода $2\Delta = 2d \cdot \sin \theta$. Максимумы интенсивности выполняются для углов $2d \cdot \sin \theta = k\lambda$. Большое количество отражающих плоскостей приведет к тому, что максимумы будут значительно более острыми. В результате отражение от кристалла будет иметь место только для направлений удовлетворяющих условию

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (12.9)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$. Это условие называется формулой *Вульфа-Брэггов* (Вульф Георгий Викторович (1863-1925) – русский физик, кристаллограф, Уильям Генри Брэгг (1862-1942) и Уильям Лоренс Брэгг (1890-1971) – английские физики (отец и сын)).

Если известна длина волны рентгеновского излучения, то по дифракционной картине можно определить структуру вещества. На этом основан метод, который получил название рентгеноструктурного анализа.

Если структура кристалла известна, то по дифракционной картине можно установить спектральный состав рентгеновского излучения или выделить с его помощью из излучения рентгеновские лучи определенной длины волны.

Голография

Запись, воспроизведение и хранение информации является важной отраслью современных технологий. С помощью зрения человек получает до 80% информации. Существует множество методов хранения визуальной информации. Самым распространенным является рисунок или фотография (сегодня, в основном в электронной форме). Однако, плоская фотография не содержит точной информации о пространственном расположении объектов. Объемную информацию можно сохранить с помощью скульптуры или объемной модели, однако хранить такие «записи» крайне неудобно.

Обычная фотография (впрочем, как и глаз) регистрирует только освещенность (амплитуду) световых волн и их частоту (цвет), при этом теряется информация о фазе волны. Фаза зависит от расстояния до источника и несет в себе информацию о пространственном расположении светящихся точек объекта. Фотография по этой причине не несет информации о расстоянии до предмета. Если бы на снимке удалось зафиксировать и фазу волн, то при рассмотрении такой фотографии, которая рассеивала бы свет точно также как и объект, ее невозможно было бы отличить от объекта.

Такая возможность существует. Вспомните, что зонная пластинка – это фактически дифракционное изображение светящейся точки. Оказывается, при наложении плоской (*опорной*) и сферической (*предметной* или *сигнальной*) когерентных волн за счет их интерференции в пространстве возникает распределение интенсивности света в виде кольцевых зон. Это распределение можно записать на фотопластинке. Так как любой предмет – это, по сути, множество светящихся точек, все их зонные изображения также можно записать на фотопластинке. При этом, что самое главное, будет записана и информация о фазе волны пришедшей от данной точки, т.е. информация о расстоянии до нее.

Голограмма не является фотографическим изображением объекта. Рассматривая ее, невозможно догадаться, что на ней изображено. Необходимо восстановить изображение. При прохождении опорной волны сквозь голограмму из нее исключается все, чего не было в сиг-

нальной волне, и сохраняется все, что в ней было. В результате воспроизводится точно такое же распределение фаз и амплитуд, какое было в сигнальном пучке, рассеянном объектом. При этом возникнет два объемных изображения (действительное и мнимое), несущие *полную* информацию об объекте (рис. 12.7).

Впервые более полную, чем обычная фотография, регистрацию рассеянного предметом света удалось получить в 1948 году работавшему в Великобритании венгерскому физику Дэннису (Дейнешу) Габору (1900-1979). Он впервые ввел термин «*голография*» (от греч. *holos* – целый, весь; и *grapho* – пишу), а в 1971 году получил Нобелевскую премию по физике «за изобретение и развитие голографического метода». Кстати, в качестве отправной точки при разработке своей идеи он использовал рентгеновский микроскоп Лоренса Брэгга.

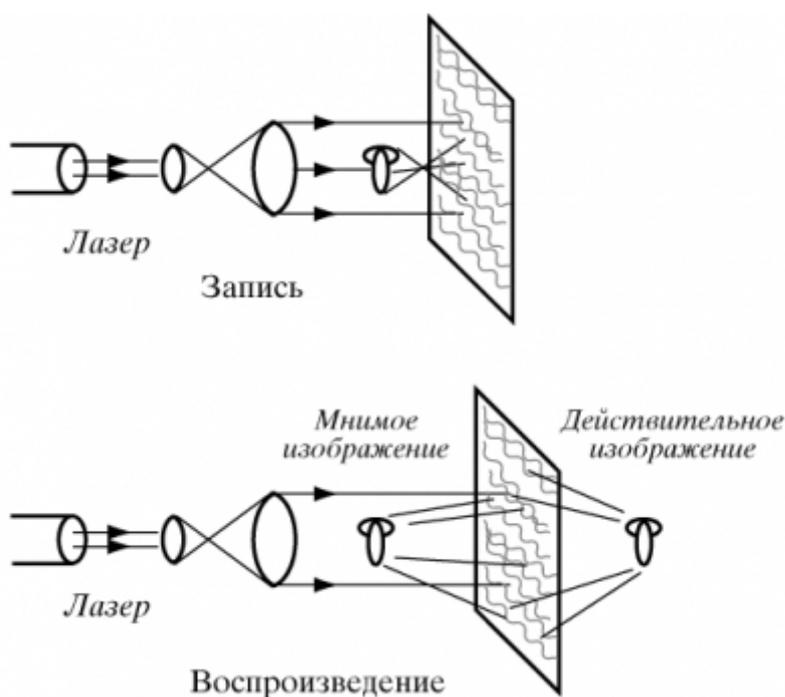


Рис. 12.7.

Для получения голограмм необходимо иметь широкие пучки когерентного света. Получают их обычно с помощью лазера.

В настоящее время существует не единственный способ записи голограмм, но все они так или иначе используют описанный выше принцип. Например, в 1962 г. русский физик Юрий Николаевич Денисюк (1927-2006) предложил метод голографии с записью в трехмерной среде (толстослойной эмульсии). Его основное достоинство в том, что изображение восстанавливается в обычном белом свете.

Лет тридцать назад велась дискуссия о создании голографического кино. Однако, большие трудности, или нехватка средств, не позволили осуществить эти замыслы.

О трудностях, в частности, говорит и тот факт, что Природа в ходе эволюции ограничилась бинокулярным зрением (лат. *bini* – два и *oculus* – глаз) с псевдостереоскопическим эффектом (греч. *pséudos* – ложь и *stereos* – пространство, объемность).

Лекция 13

- *Анализатор – тоже поляризатор!*
- *За хиральную чистоту!*
- *Чего желает каждый охотник?*
- *Кто в ответе за синеву неба?*

Поляризация. Дисперсия. Рассеяние

Введение

Лимит объема учебного пособия все настойчивей заставляет задуматься о завершении данной части лекций. Именно поэтому мы стараемся в одной лекции рассмотреть сразу три важных явления волновой оптики: поляризацию, дисперсию и рассеяние света. К сожалению, при этом кое-что придется сократить.

Поляризация света

Человеческий глаз чувствителен всего к двум характеристикам электромагнитной волны: амплитуде (яркость) и частоте (цвет). Как отмечалось в предыдущей лекции (раздел «Голография»), глаз не чувствителен к фазе колебаний. Оказывается, существует еще одна характеристика световой волны, которую наш глаз не замечает. Это направление колебаний вектора \vec{E} (или \vec{H} , так как они взаимно перпендикулярны) или *поляризация*. В этом отношении некоторые представители животного мира гораздо совершеннее нас. Например, пчелы различают поляризацию света почти так же хорошо, как цвет или яркость. Поэтому им дано видеть в окружающем мире нечто такое, что человеческому глазу совершенно недоступно.

Естественный и поляризованный свет

Электромагнитная волна характеризуется тем, что в каждой ее точке происходят колебания перпендикулярных друг другу и направлению распространения волны электрического и магнитного полей (см. лекцию 8, рис. 8.2).

Плоскость, в которой происходит колебание вектора напряженности электрического поля, последнее время все чаще называют *плоскостью поляризации*, хотя раньше так называли плоскость, в которой колеблется вектор напряженности магнитного поля. Мы будем следовать современным тенденциям.

Волна, изображенная на рис. 8.2 называется плоско поляризованной. При распространении такой волны плоскость колебаний вектора \vec{E} не меняется. Однако луч может быть поляризован по эллипсу или кругу. В этом случае концы векторов напряженности электрического и магнитного поля будут вращаться в пространстве.

Естественный свет, испущенный атомами, характеризуется хаотическим изменением направлений колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} (т.е. с равной вероятностью можно обнаружить любые направления колебаний). Естественный свет – не поляризован.

Любая неполяризованная световая волна, в соответствии с принципом суперпозиции, может быть представлена в виде суммы двух

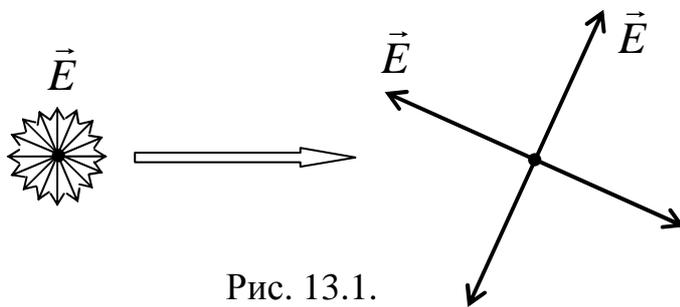


Рис. 13.1.

волн с взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации. На рис. 13.1 условно показан вариант такого представления (вид на волну – «анфас», векторы \vec{H} для наглядности не изображены).

Поляризаторы. Закон Малюса

Поляризатором называется устройство, способное пропускать свет только с каким-либо одним определенным направлением колебаний вектора \vec{E} . Это направление называется *плоскостью пропускания* поляризатора. Волны с колебаниями вектора \vec{E} перпендикулярными плоскости пропускания поляризатора не пропускает. Будем изображать поляризатор в виде пластинки со штриховкой, обозначая таким образом его плоскость пропускания (рис. 13.2).

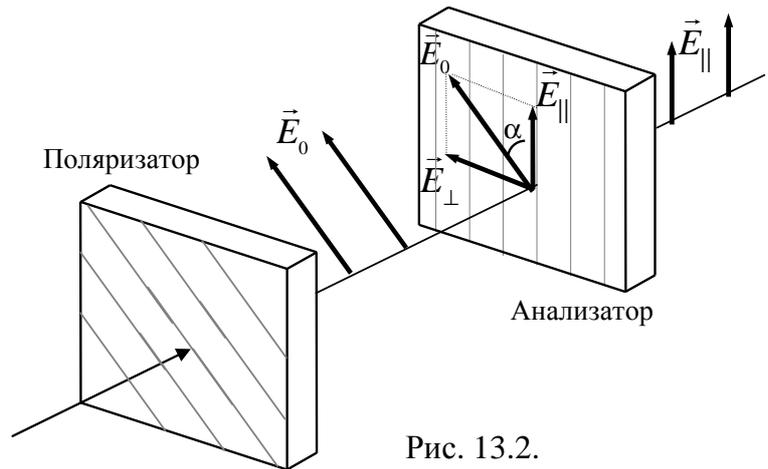


Рис. 13.2.

Пусть на поляризатор падает естественный свет. Свет, выходящий из поляризатора будет поляризован. Чтобы убедиться в этом, поставим на его пути еще один поляризатор, называемый в этом положении *анализатором*. Если плоскости пропускания поляризатора и анализатора параллельны, то свет при прохождении через анализатор почти не теряет своей интенсивности. Если же плоскости поляриза-

тора и анализатора перпендикулярны друг другу, то свет не пройдет через анализатор. В этом случае говорят, два поляризатора *скрещены*. В промежуточных случаях интенсивность света, прошедшего через систему, зависит от угла между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора.

Обозначим амплитуду электрического вектора, прошедшего через поляризатор через E_0 . Плоскость пропускания анализатора повернута относительно плоскости пропускания поляризатора на угол α . Разложим вектор \vec{E}_0 на две составляющие: параллельную плоскости пропускания анализатора \vec{E}_{\parallel} и перпендикулярную к ней \vec{E}_{\perp} . Составляющая параллельная плоскости пропускания анализатора пройдет через него, а перпендикулярная – погасится. Из рисунка видно, что

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \alpha.$$

Отношение интенсивностей света пропорционально отношению квадратов амплитуд

$$I/I_0 = E_{\parallel}^2/E_0^2 = \cos^2 \alpha \text{ и, следовательно}$$

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (13.1)$$

Это простое выражение называется *законом Малюса*: *интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между плоскостью поляризации света и плоскостью пропускания анализатора*. (Этьен-Луи Малюс, французский физик, (1775-1812), открыл явления поляризации света при отражении).

Интересный эффект возникает в следующем опыте. Если между скрещенными поляризатором и анализатором поместить третий поляризатор, плоскость пропускания которого составляет некоторый угол (максимум достигается при угле 45°) с плоскостями поляризатора и анализатора, то свет пройдет через такую систему.

Поляризация при отражении и преломлении

Поляризация возникает при отражении и преломлении света. Это происходит потому, что условия отражения и преломления различны для волн с различной поляризацией. Пусть на границу раздела двух непроводящих сред с показателями преломления n_1 и n_2 падает неполяризованная световая волна амплитудой E_0 . Используя граничные условия для нормальных и тангенциальных составляющих напряженностей полей (лекция 8, выражение (8.10)), а также соотношение ме-

жду углами падения и преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ (где α – угол падения; β – угол преломления), можно получить значения амплитуд отраженной и преломленной волн на границе раздела двух диэлектриков.

Введем обозначения: $E_{\parallel}^{(\alpha)}$ – амплитуда отраженной волны, поляризованной параллельно плоскости падения; $E_{\perp}^{(\alpha)}$ – амплитуда отраженной волны, поляризованной перпендикулярно плоскости падения; $E_{\parallel}^{(\beta)}$ – амплитуда преломленной волны, поляризованной параллельно плоскости падения; $E_{\perp}^{(\beta)}$ – амплитуда преломленной волны, поляризованной перпендикулярно плоскости падения. Тогда

$$\begin{aligned} E_{\parallel}^{(\alpha)} &= \frac{E_0 \operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{2 \operatorname{tg}(\alpha + \beta)}; & E_{\parallel}^{(\beta)} &= \frac{E_0}{2} \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}; \\ E_{\perp}^{(\alpha)} &= -\frac{E_0 \sin(\alpha - \beta)}{2 \sin(\alpha + \beta)}; & E_{\perp}^{(\beta)} &= \frac{E_0}{2} \frac{2 \cos \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}, \end{aligned} \quad (13.2)$$

Совокупность выражений (13.2) называется *формулами Френеля*.

Согласно первому из уравнений (13.2), амплитуда отраженной волны, поляризованной параллельно плоскости падения, при выполнении соотношения $\alpha + \beta = 90^\circ$ обращается в нуль.

Это означает, что отраженный луч будет *полностью поляризованным в плоскости перпендикулярной плоскости падения*. На рис.13.3 точки условно обозначают колебания перпендикулярные плоскости падения, штрихи – параллельные.

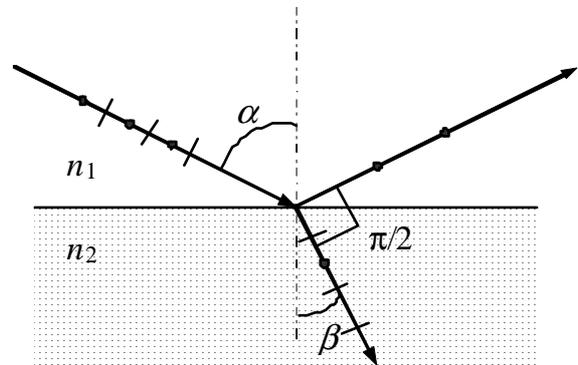


Рис. 13.3.

Подставляя соотношение $\alpha + \beta = 90^\circ$ в закон преломления, получим $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha$. Угол падения α_B , удовлетворяющий

этому условию называется *углом Брюстера*. Таким образом

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21} \quad (13.3)$$

Условие (13.3) выражает *закон Брюстера* (Дейвид Брюстер (1781-1868), английский физик-оптик)

Если луч падает на диэлектрик под углом Брюстера, то отраженный луч будет полностью поляризованным в плоскости перпендику-

лярной плоскости падения, а преломленный луч не полностью, но максимально поляризованным *параллельно плоскости падения*.

Если свет поляризован не полностью, говорят о его частичной поляризации. Частичная поляризация света характеризуется коэффициентом поляризации ρ .

Пропустим частично поляризованный свет через анализатор, и вращая его, добьемся максимальной I_{\max} и минимальной I_{\min} интенсивностей прошедшего света. Тогда

$$\rho = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (13.5)$$

Очевидно, что в случае полной поляризации $I_{\min} = 0$, следовательно $\rho = 1$, а при отсутствии поляризации $I_{\max} = I_{\min}$, $\rho = 0$.

Поляризация при рассеянии света

Пусть неполяризованный луч падает на пылинку в направлении оси y (рис. 13.4). Под действием электромагнитного поля электрические заряды молекул пылинки придут в колебательное движение и начнут излучать вторичные волны.

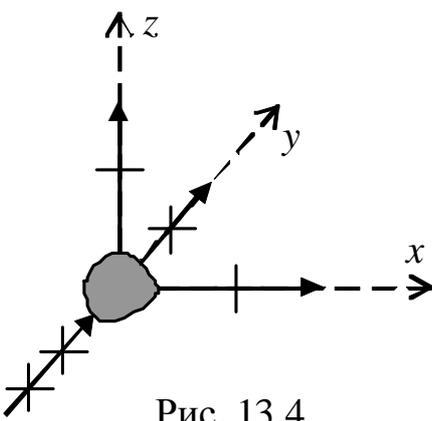


Рис. 13.4

Так как электрическое поле падающей световой волны колеблется параллельно плоскости xz , заряды будут раскачиваться в этой же плоскости. Следовательно, переизлученные ими (рассеянные) волны вдоль оси y , не будут поляризованы, а в направлениях x и z — будут (векторы \vec{E} всегда перпендикулярны световому лучу).

Так возникает поляризация света, исходящего даже от чистого неба. В этом случае рассеяние света происходит на флуктуациях плотности атмосферы (см. раздел «Рассеяние света»). Этот эффект позволяет, например, пчелам знать направление на солнце даже при сплошной облачности. Он известен также профессиональным фотографам, использующим поляризационные светофильтры.

Двойное лучепреломление. Оптическая анизотропия

Исландский шпат (разновидность кальцита) привлекал людей тем, что обладал забавным свойством. Рассматриваемые сквозь него предметы двоились. Эта особенность сыграла важную роль в открытии поляризации света.

Исландский шпат относится к *оптически анизотропным одноосным* кристаллам. У них имеется одно направление при рассматривании, вдоль которого предметы не дwoятся. Это направление называется *оптической осью*.

Если направление падающего на кристалл луча не совпадает с оптической осью, то он разделится на два луча, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Это происходит из-за зависимости скорости распространения световой волны внутри кристалла (т.е. показателя преломления) от направления колебаний вектора \vec{E} .

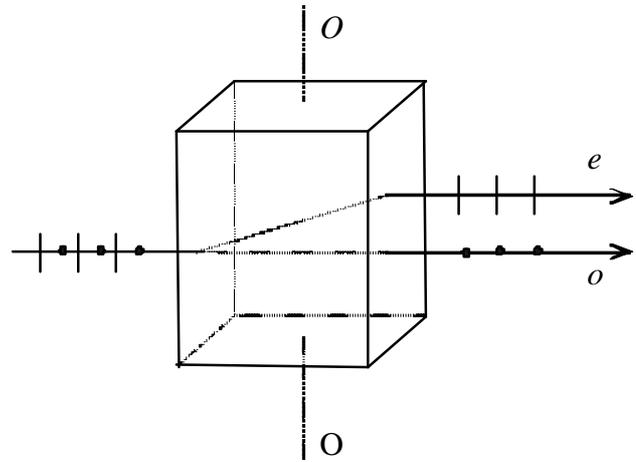


Рис. 13.5.

У одноосных кристаллов один из лучей подчиняется закону преломления. Этот луч называется обыкновенным и обозначается буквой *o* (лат. *ordinarius* – обычный). Другой луч называется необыкновенным и обозначается буквой *e* (лат. *extraordinarius* – необычный). Даже при нормальном падении света на кристалл (под углом к оптической оси) необыкновенный луч преломляется.

В некоторых анизотропных кристаллах один из лучей сильно поглощается (*дихроизм*). В результате на выходе остается плоско поляризованный луч, т.е. кристалл действует как поляризатор.

Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра

Полярные молекулы в жидкости могут ориентироваться под действием электрического поля. В результате в жидкости возникает выделенное направление как в анизотропных кристаллах.

Явление анизотропии в жидких телах впервые обнаружил шотландский физик Джон Керр (1824-1907) в 1875 году. Эффект Керра используется для управления интенсивностью света с помощью ячейки Керра, представляющей собой помещенную между скрещенными поляризаторами кювету с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче напряжения на пластины жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью ориентированной вдоль поля (поле ориентировано под углом 45° к плоскостям пропускания поляризаторов) и начинает пропускать свет. Время по-

ляризации молекул порядка 10^{-10} с. Поэтому ячейка Керра может служить быстродействующим оптическим затвором.

Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоско поляризованного света. К ним относятся вещества, молекулы которых имеют зеркальную симметрию (кварц, киноварь, скипидар, никотин, раствор сахара в воде, раствор винной кислоты в воде и др.).

Кристаллы сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси. Угол поворота пропорционален пути света l в кристалле:

$$\varphi = \alpha \cdot l, \quad (13.6)$$

где α – величина, называемая постоянной вращения.

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален произведению пути света в растворе l и концентрации оптически активного вещества C .

$$\varphi = \alpha_c \cdot C \cdot l, \quad (13.7)$$

где α_c – величина, называемая удельной постоянной вращения.

Все оптически активные вещества подразделяются на право и левовращающие.

Хиральность

В 1848 году французский микробиолог и химик Луи Пастер (1822-1895) открыл интересную особенность многих органических веществ. Их молекулы могут существовать в двух зеркальных формах, в форме «правых» и «левых» изомеров (как правая и левая рука). Эта особенность называется *хиральностью* (от греч. *chéir* – рука; *сравните*: хиромантия, хирург).

Важно, что правые и левые изомеры вращают плоскость поляризации света в противоположных направлениях. Если бы в природе присутствовали оба типа химически эквивалентных изомеров, органические вещества не обладали бы оптической активностью (одни изомеры вращали бы плоскость поляризации влево ровно настолько же, насколько другие – вправо).

Уже более сорока лет химики и биологи занимаются искусственным синтезом органических соединений, и достигли больших успехов в этом направлении. В результате этих работ получают смеси

органических веществ с *одинаковым* количеством правых и левых изомеров. А живой природе присуща практически абсолютная *хиральная чистота*: белки содержат только левые аминокислоты, а нуклеиновые кислоты содержат только правые сахара. Живое вещество и продукты его жизнедеятельности оптически активно, т.е. вращают плоскость поляризации света.

Представление о *хиральной чистоте* всего живого имеет непосредственное отношение к питанию человека к состоянию среды, в которой он живет, к проблеме его выживания. Простой пример, если вы съедите пищу, приготовленную (например, искусственно) только из белков с правыми аминокислотами, то ваши ферменты не смогут ее переработать. В лучшем случае она просто не усвоится.

Один трагический пример. В шестидесятые годы прошлого века в Западной Европе был создан лекарственный препарат талидомид, который был предназначен беременным женщинам для снятия нервного напряжения. Результатом применения этого препарата явилось рождение сотен младенцев с патологическими нарушениями.

Оказалось, что молекула талидомида существует в двух конформациях – право- и левовращающей. Одна из них обеспечивает терапевтический эффект препарата, в то время как вторая является причиной его патогенного воздействия. Этот изомер, вклиниваясь в клеточную ДНК, препятствует нормальному процессу транскрипции, необходимому для деления клеток и развития зародыша.

Магнитное вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Данное явление было обнаружено Фарадеем в 1845 году (*эффект Фарадея*). Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути света в магнитном поле l и напряженности магнитного поля H .

$$\varphi = V \cdot l \cdot H,$$

где V – постоянная Верде или удельное магнитное вращение (Марсель Эмиль Верде, французский математик, (1824-1866)).

Магнитным вращением плоскости поляризации обладают все тела, хотя обычно в слабой степени. Для большинства веществ $V > 0$ (правовращающие) и лишь для некоторых (например, парамагнитных солей железа) $V < 0$ (левовращающие).

Дисперсия света

Все студенты хорошо помнят фразу, что: **Каждый Охотник Желает Знать, Где Сидит Фазан**. Вот только к чему относится эта фраза, некоторые уже забыли. А она относится к явлению *дисперсии света*.

Дисперсией света называют явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от частоты световой волны. Эта зависимость может быть охарактеризована функцией $n = f(\nu)$, или вышеприведенным определением об основном желании охотника.

Впервые дисперсия света была экспериментально исследована Ньютоном. Он пропускал узкий пучок солнечного света через треугольную призму, разлагавшую свет в спектр, который наблюдался на белом экране в виде узкой цветной полоски, перпендикулярной преломляющему ребру, как показано на рис. 13.6. Красный свет отклоняется на меньший, фиолетовый – на больший угол.

На основании этих экспериментов Ньютон пришел к выводу, что белый свет состоит из совокупности цветных лучей, каждый из которых способен отражаться и преломляться.

Измеряя показатель преломления для разных длин волн, можно исследовать зависимость $n = f(\nu)$, т.е. дисперсионную способность вещества. В настоящее время известно, что зависимость показателем преломления от частоты, в общем случае, имеет сложный характер.

Если с увеличением частоты показатель преломления увеличивается, то дисперсия называется *нормальной*.

На некоторых участках спектра с ростом частоты показатель преломления уменьшается. Такой ход зависимости n от ν называется *аномальной дисперсией*.

В области аномальной дисперсии вещество сильно поглощает световые лучи, поэтому экспериментальное исследование этой области представляет значительные трудности.

Т.к. скорость света в среде есть $v = c/n$, а n зависит от ν , то, следовательно, скорость световых волн зависит от ν .

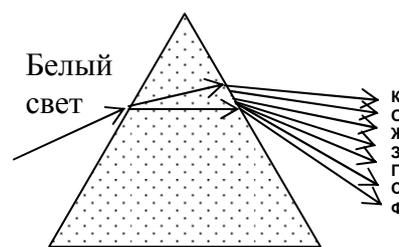


Рис. 13.6.

Электронная теория дисперсии

Итак, дисперсия вещества – есть зависимость показателя преломления от частоты. Перед нами стоит задача понять – как возника-

ет показатель преломления? Почему показатель преломления вещества зависит от частоты световой волны? Ответ на этот вопрос может быть найден при рассмотрении процесса взаимодействия света с веществом.

Мы уже имеем некоторое представление о природе света. Свет – электромагнитная волна. Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , колебания векторов \vec{E} и \vec{H} определяются выражениями (8.14), которые, используя формулу Эйлера $e^{i\psi} = \cos\psi + i \cdot \sin\psi$, где $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, можно представить в комплексной форме:

$$\begin{aligned}\tilde{\vec{E}}(x, t) &= \tilde{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - k \cdot x)}; \\ \tilde{\vec{H}}(x, t) &= \tilde{\vec{H}}_0 e^{i(\omega t - k \cdot x)}.\end{aligned}\tag{13.8}$$

В (13.8) учтено, что начальная фаза φ с помощью надлежащего выбора начала отсчета времени всегда может быть сделана равной 0. Конечно, физический смысл имеет лишь действительная часть векторов, определенных в (13.8), но при решении уравнений с экспонентами проще «работать», чем с косинусами и синусами.

Теперь о веществе. Мы знаем, что вещество состоит из атомов (молекул). Модель атома очень сложна. Однако для объяснения явления дисперсии света можно воспользоваться самой упрощенной моделью строения атома. Мы будем представлять атом в виде системы состоящей из ядра и электрона, скрепленных между собой пружиной. Если электрон вывести из положения равновесия и отпустить, то он будет совершать колебания относительно ядра. Часто такую модель называют *осциллятором* (лат. *oscillo* – качаюсь).

Пусть на осцилляторы, находящиеся в начале координат ($x = 0$), падает электромагнитная волна напряженностью $\tilde{\vec{E}}(x, t) = \tilde{\vec{E}}_0 e^{i\omega t}$.

Каждый электрон находится под действием нескольких сил: квазиупругой силы со стороны ядра атома $-Kx$, силы, аналогичной силе внутреннего трения $-\alpha v$ и внешней электрической силы со стороны электромагнитной волны $q_e \cdot \tilde{\vec{E}}_0 e^{i\omega t}$ (q_e – заряд электрона).

В соответствие со вторым законом Ньютона, ускорение электрона определяется выражением: $-Kx - \alpha v + q_e \tilde{\vec{E}}_0 e^{i\omega t} = m_e a$.

Обозначив $\beta = \frac{\alpha}{2m_e}$, $\omega_0^2 = \frac{K}{m_e}$, получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэф-

фициентами, описывающие затухающие колебания (см. «Механика», лекция 9): $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = \frac{q_e}{m_e}\tilde{E}_0e^{i\omega t}$.

Решая последнее уравнение, для комплексной амплитуды установившихся колебаний получим следующее выражение:

$$\tilde{x}_0 = \frac{q_e}{m_e}\tilde{E}_0 \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i \cdot \beta\omega}. \quad (13.9)$$

Будем считать, что осцилляторы приобретают дипольный момент только под действием электромагнитного поля: $\tilde{p} = q_e \cdot \tilde{x}_0$.

Если в единице объема вещества содержится N молекул, то вектор поляризации, согласно (3.11), будет равен $\tilde{P} = q_e \cdot x_0 \cdot N$. С другой стороны в соответствии с (3.12), $\tilde{P} = \epsilon_0 \tilde{\chi} \tilde{E}_0$.

В свою очередь диэлектрическая проницаемость χ , связана с диэлектрической проницаемостью вещества ϵ соотношением $\epsilon = 1 + \chi$. Поэтому комплексная диэлектрическая проницаемость определяется

выражением: $\tilde{\epsilon} = 1 + \frac{\tilde{P}}{\epsilon_0 \tilde{E}_0} = 1 + \frac{q_e \cdot \tilde{x}_0 \cdot N}{\epsilon_0 \tilde{E}_0}$. Подставим сюда (13.9):

$$\tilde{\epsilon} = 1 + \frac{q_e^2 N}{m_e \epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i \cdot \beta\omega}. \quad (13.10)$$

Выделим в (13.10) действительную и мнимую части

$$\tilde{\epsilon} = 1 + \frac{q_e^2 N}{m_e \epsilon_0} \left[\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} - i \frac{2 \cdot \beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \right]. \quad (13.11)$$

Из сравнения (8.13) и (10.3) следует, что диэлектрическая проницаемость связана с показателем преломления n соотношением

$$n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu}. \quad (13.12)$$

Будем исследовать немагнитные вещества для которых $\mu = 1$, кроме того $\tilde{\epsilon}$ комплексная функция, значит и показатель преломления также должен быть комплексной функцией, поэтому формулу (13.12) можно представить в виде

$$\sqrt{\epsilon} = n_\omega - i\kappa. \quad (13.13)$$

Можно показать, что мнимая часть коэффициента преломления (κ) определяет затухание электромагнитной волны.

Как показывает расчет на частотах ω , сильно отличающихся от резонансной (ω_0), $\kappa \ll 1$. Кроме того для разряженных газов (для ко-

торых и справедливы наши рассуждения) показатель преломления мало отличается от единицы. В этом случае можно воспользоваться известным приближением $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$, где $x \ll 1$. С учетом этого приближения, можно выразить показатель преломления из формулы (13.11):

$$n_{\omega} = 1 + \frac{q_e^2 N}{2m_e \varepsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \quad (13.14)$$

Т.к. $n_{\omega} \approx 1$, то из выражения (13.13) можно выразить κ :

$$\kappa = \frac{q_e^2 N}{2m_e \varepsilon_0} \frac{\beta \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}. \quad (13.15)$$

Графики зависимостей κ и n_{ω} от частоты показаны на рис 13.7.

Зависимость коэффициента поглощения представлена колоколообразной кривой. В области резонансной частоты осциллятора ($\omega = \omega_0$) наблюдается сильное поглощение света. Для обычного оконного стекла резонансная частота лежит в области ультрафиолетового света (УФ), поэтому через оконное стекло нельзя загорать. Кварцевое же стекло пропускает УФ лучи поэтому его используют при изготовлении ламп для получения таких лучей.

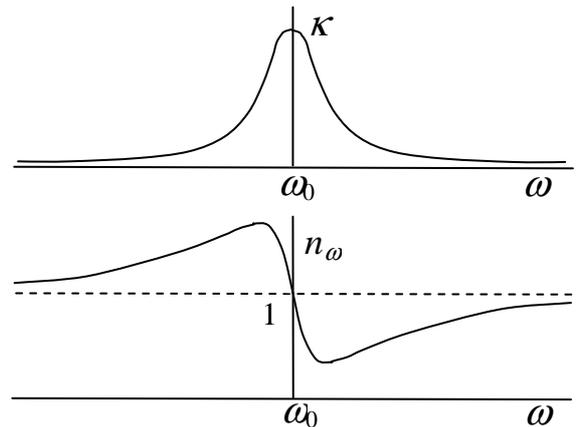


Рис. 13.7.

График зависимости показателя преломления от частоты представлен немонотонной кривой. Вдали от резонанса (где поглощение невелико) показатель преломления n_{ω} возрастает. Это области *нормальной* дисперсии. На участке частот вблизи резонансной частоты (в области сильного поглощения) показатель преломления уменьшается с частотой. Это область *аномальной* дисперсии.

В большом интервале частот у каждого вещества обнаруживается несколько областей аномальной дисперсии, в которых наблюдается сильное поглощение. Многие вещества непрозрачны для видимого света (например, уголь), прозрачны в области рентгеновских лучей, поэтому можно исследовать показатель преломления для таких веществ в диапазоне рентгеновских лучей.

Понятие о групповой скорости

Отметим один интересный результат, который был получен в ходе теоретического исследования дисперсии. В области частот правее резонанса на рис. 13.7 показатель преломления становится меньше единицы. А это означает, что скорость света в веществе больше, чем в вакууме. Как это может быть, если, согласно современным представлениям, скорость света в вакууме – максимальная скорость распространения сигналов и взаимодействий в природе?

Для того, чтобы разобраться с этим парадоксом, вспомним, что преломление на границе раздела двух сред определяется изменением скорости распространения фронта волны. Фронт гармонической волны определяется как поверхность одинаковой фазы. Значит, говоря о скорости гармонической волны, мы имеем в виду ее фазовую скорость. Именно фазовая скорость определяет волновое число для гармонической волны

монической волны $\left(k = \frac{\omega}{v} \text{ или } v = \frac{\omega}{k} \right)$. Фазовая скорость фиктивная

величина: нам лишь кажется, что фаза «бежит» (см. «Механика», лекция 10). Если, например, в результате сильного затухания осциллятор станет совершать колебания, отстающие от колебаний в падающей волне почти на период, со стороны покажется, что переизлучаемые им волны слегка опережают по фазе колебания в падающей волне. Но это и есть кажущееся увеличение фазовой скорости! Теория относительности не запрещает «кажущимся» скоростям быть больше скорости света.

С другой стороны, распространение сигналов связано не с кажущимся движением фазы, а с реальным переносом энергии. Настоящие волны не могут быть абсолютно гармоническими, но их можно представить в виде набора гармонических волн с близкими частотами. Такой «набор» часто называют *волновым пакетом* (или *цугом*). Скорость его распространения и есть скорость переноса энергии. Можно показать, что она равна:

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (13.16)$$

Скорость переноса энергии волнами называется *групповой скоростью*. Анализ выражения (13.16) при различных условиях распространения волнового пакета показывает, что скорость переноса энергии электромагнитными волнами никогда не превышает скорости света в вакууме.

Рассеяние света

Разве кого-то может не радовать яркое синее небо? А вот на Луне небо черное, и на нем даже лунным днем видны звезды. Первыми, в июле 1969 года, в этом лично убедились американские астронавты Нил Армстронг и Эдвин Олдрин. Но на Земле ночью небо тоже бывает черным и звездным. Значит, яркое дневное небо на Земле связано с рассеянием солнечного света атмосферой.

Рассеяние света, так же как и рассмотренную выше дисперсию, можно объяснить переизлучением электромагнитных волн осцилляторами, из которых состоит воздух атмосферы. Похожее явление можно наблюдать на поверхности воды, когда волна, набегающая на поплавок, заставляет его колебаться вверх-вниз, и поплавок сам начинает «излучать» расходящиеся круги.

Согласно выражению (8.17), интенсивность излучения пропорциональна квадрату ускорения зарядов осциллятора. Если вынуждающая сила, действующая на заряд, порождается электрическим полем гармонической волны, то в соответствии с выражением (8.17а) интенсивность вынужденного излучения будет пропорциональна четвертой степени частоты колебаний. Или, учитывая, что длина волны обратно пропорциональна частоте, можно записать:

$$\langle I \rangle \sim \lambda^{-4}. \quad (13.17)$$

Последняя формула выражает закон *релеевского рассеяния* света (Джон Уильям Стретт, барон Рэлей, (1842-1919) – английский физик, лауреат Нобелевской премии 1904 г.).

Как следует из выражения (13.17), синие лучи, имеющие длину волны около 450 нм должны рассеиваться сильнее красных (длина волны примерно 700 нм), что и определяет цвет неба. Солнце же, особенно когда его свет проходит большой путь в атмосфере (например, на закате), наоборот, выглядит красноватым (из-за потери синей части спектра).

Все бы хорошо, но есть одна проблема: в однородной среде дифракция волн от вторичных источников вызывает их распространение в одном направлении. Иначе говоря: невозможно увидеть сбоку луч света в прозрачном воздухе. Другое дело, когда в воздухе есть неоднородности в виде пылинок или микроскопических частичек дыма.

Оказывается, в абсолютно прозрачном воздухе имеются неоднородности. Они возникают из-за «сгущения» молекул воздуха в ре-

зультате их хаотического теплового движения. Такие «сгущения» в молекулярной физике называют *флуктуациями* (лат. *fluctuatio* – колебание). Таким образом, синий цвет неба обусловлен релеевским рассеянием света на флуктуациях плотности атмосферы.

Следует учесть, что формула (13.17) описывает рассеяние в приближении малых осцилляторов, т.е. таких, размер которых много меньше длины волны падающего света. Если же размеры частицы велики, необходимо учитывать интерференцию излучения находящихся на ней осцилляторов. Это приводит к изменению зависимости рассеяния от частоты. Например, облака выглядят белыми или серыми, что означает практически полное отсутствие зависимости интенсивности рассеяния света на капельках тумана от частоты.

Проблемы взаимодействия излучения с веществом

Затронутая в данной лекции тема взаимодействия электромагнитного излучения с веществом является очень проблематичной, и мы лишь очень поверхностно коснулись данной проблемы.

Во-первых, мы с вами еще не рассматривали строения вещества более-менее детально. Введенная для описания дисперсии и рассеяния модель осциллятора является крайне упрощенной и нам просто очень повезло, что она позволила получить качественно правильные результаты.

Во-вторых, и это, пожалуй, главное, движение атомов, составляющих вещество, и их взаимодействие с электромагнитным полем правильно описать в рамках классической физики невозможно. Для описания особенностей такого взаимодействия необходимо применять законы квантовой механики.

Кстати, нужно отметить, что сама квантовая механика родилась при анализе парадоксов, возникших при попытке описать излучение и поглощение электромагнитных волн нагретыми телами, основываясь на законах классической физики.

Проблемам методов описания строения вещества, его свойств, а также взаимодействия вещества и электромагнитного поля будет посвящена третья, заключительная, часть нашего курса лекций.

Приложения

1. Основные физические константы

Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1,2566370 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,8541878 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Заряд электрона	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

2. Таблицы физических величин

Диэлектрическая проницаемость

Вода	81	Парафинированная бумага	2,2
Керосин	2,1	Слюда	6
Масло	2,5	Стекло	7
Парафин	2	Текстолит	7

Удельное сопротивление, $10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$

Алюминий	2,8	Нихром	110
Вольфрам	5,5	Свинец	21
Латунь	7,1	Серебро	1,6
Медь	1,7	Сталь	12

Показатель преломления

Алмаз	2,42	Сероуглерод	1,63
Вода	1,33	Спирт этиловый	1,36
Воздух	1,00029	Стекло	1,60

Соотношение между цветом и длиной волны

Длина волны, нм	Цвет	Длина волны, нм	Цвет
400-435	фиолетовый	560-580	желто-зеленый
435-480	синий	580-595	желтый
480-490	зеленовато-синий	595-605	оранжевый
490-500	сине-зеленый	605-730	красный
500-560	зеленый	730-760	пурпурный

3. Создатели электромагнетизма



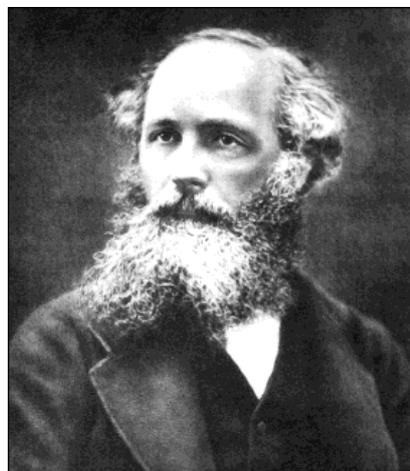
Андре-Мари Ампер (Ampère) (1775-1836). Родился в Лионе в семье коммерсанта. К 12 годам Ампер самостоятельно разобрался в основах высшей математики – дифференциальном исчислении, научился интегрировать, а в возрасте 13 лет уже представил свои первые работы по математике в Лионскую академию!

Начиная с 1820 года, когда приобрело известность открытие Эрстедом действия тока на магнитную стрелку, Ампер всецело посвящает себя проблемам электродинамики. В том же году он открывает магнитное взаимодействие токов, устанавливает закон этого взаимодействия (позднее названный законом Ампера) и делает вывод, что «все магнитные явления сводятся к чисто электрическим эффектам». Именно Амперу принадлежит заслуга введения в науку терминов «электростатика», «электродинамика», «электродвижущая сила», «напряжение», «гальванометр» и «электрический ток».

Классический труд Ампера «Теория электродинамических явлений, выведенная исключительно из опыта» (1826) внес огромный вклад в науку об электричестве. Вот почему Ампера впоследствии стали называть «Ньютоном электричества».

Джеймс-Клерк Максвелл (Maxwell) (1831-1879). Сын шотландского дворянина из знатного рода Клерков. Учился в Эдинбургском и Кембриджском университетах. Член Лондонского королевского общества.

В исследованиях по электричеству и магнетизму Максвелл математически развил воззрения Майкла Фарадея на роль промежуточной среды в электрических и магнитных взаимодействиях. Максвелл выразил законы электромагнитного поля в виде системы 4 дифференциальных уравнений в частных производных. Общий и исчерпывающий характер этих уравнений проявился в том, что их анализ позволил предсказать многие неизвестные до того явления и закономерности. Исследуя эти уравнения, Максвелл пришел к выводу об электромагнитной природе света и показал, что скорость любых других электромагнитных волн в вакууме равна скорости света.



Роль теории Максвелла ярко охарактеризовал А. Эйнштейн: «...После Максвелла физическая реальность мыслилась в виде непрерывных, не поддающихся механическому объяснению полей... Это изменение понятия реальности является наиболее глубоким и плодотворным из тех, которые испытала физика со времен Ньютона».

Содержание

Лекция 1. Электричество	3
Основы электростатики	4
Электрический заряд	4
Атомистичность заряда	5
Закон Кулона	5
Закон сохранения заряда	8
Электростатическое поле	9
Напряженность электростатического поля	10
Суперпозиция полей	11
Теорема Гаусса	15
Лекция 2. Потенциал электростатического поля	18
Электростатический потенциал	18
Принцип суперпозиции для потенциала	21
Энергия системы зарядов	21
Связь потенциала с напряженностью поля	22
Уравнение Пуассона	24
Теорема Гаусса в дифференциальной форме	26
Аналогии	30
Лекция 3. Электростатическое поле в веществе	32
Проводники в электрическом поле	33
Емкость проводников	36
Конденсаторы	37
Диэлектрики в электрическом поле	40
Дипольная модель диэлектрика	40
Типы диэлектриков	41
Вектор поляризации	42
Вектор электрического смещения	44
Теорема Гаусса для вектора электрического смещения	45
Энергия электрического поля	45
Лекция 4. Электрический ток	47
Электрический ток и его характеристики	47
Сторонние силы	49
Напряжение и ЭДС	51
Закон Ома	52
Закон Джоуля-Ленца	54
Электрические цепи	55
Сложные цепи. Правила Кирхгофа	56
Зарядка конденсатора	57
Лекция 5. Электромагнетизм	60
Закон Ампера	61
Магнитное поле	61
Вектор магнитной индукции	61
Магнитный момент	62

Закон Био-Савара-Лапласа	63
Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле	67
Электромотор	68
Сила Лоренца	69
Закон полного тока	71
Магнетизм и относительность	73
Лекция 6. Магнитное поле в веществе	75
Гипотеза Ампера	75
Характеристики магнитного поля в веществе	78
Намагниченность вещества	78
Напряженность магнитного поля	79
Магнитная восприимчивость	79
Магнитная проницаемость	80
Закон полного тока для вектора напряженности	80
Виды магнетиков	81
Элементы физики магнетиков	82
Лекция 7. Электромагнитная индукция	88
Закон Фарадея	89
Явление самоиндукции	90
Ток в цепи с индуктивностью	92
Явление взаимной индукции	93
Трансформатор	93
Энергия магнитного поля	96
Колебательный контур	97
Лекция 8. Основы теории Максвелла	100
Вихревое электрическое поле.	101
Ток смещения.	102
Уравнения Максвелла	104
Электромагнитные волны	108
Экспериментальное подтверждение теории Максвелла	110
Энергия электромагнитных волн	111
Импульс электромагнитной волны	112
Излучение электромагнитных волн	113
Радиосвязь	113
Лекция 9. Основы оптики	115
История развития представлений о свете	115
Фотометрия	121
Энергетические и световые (визуальные) величины	121
Основной закон освещенности	127
Лекция 10. Основы геометрической оптики	128
Законы геометрической оптики	129
Принцип Гюйгенса	130
Принцип Ферма	133
Оптические системы	135
Преломление на сферической поверхности	136

Линзы	138
Формула тонкой линзы	139
Оптические приборы	141
Аберрации	143
Лекция 11. Волновая оптика. Интерференция света	144
Условия возникновения интерференции света	145
Условия максимума и минимума интерференции	147
Временная и пространственная когерентность	151
Методы получения когерентных волн	153
Практическое применение интерференции света	157
Прецизионные измерения	157
Газовый интерферометр	157
Лекция 12. Дифракция света	158
Принцип Гюйгенса-Френеля	158
Метод зон Френеля	159
Границы применимости законов геометрической оптики.	162
Дифракция на щели	163
Дифракционная решетка	165
Разрешающая способность дифракционной решетки	166
Разрешающая способность оптических инструментов	168
Дифракция на кристаллической решетке.	169
Голография	170
Лекция 13. Поляризация. Дисперсия. Рассеяние	172
Поляризация света	172
Естественный и поляризованный свет	172
Поляризаторы. Закон Малюса	173
Поляризация при отражении и преломлении	174
Поляризация при рассеянии света	176
Двойное лучепреломление. Оптическая анизотропия	176
Искусственная оптическая анизотропия. Эффект Керра	177
Вращение плоскости поляризации	178
Хиральность	178
Магнитное вращение плоскости поляризации	179
Дисперсия света	180
Электронная теория дисперсии	180
Понятие о групповой скорости	184
Рассеяние света	185
Проблемы взаимодействия излучения с веществом	186
Приложения	187
1. Основные физические константы	187
2. Таблицы физических величин	187
3. Создатели электромагнетизма	188
Содержание	189