ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

КЕМЕРОВСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Кафедра физики

ФИЗИКА

Методические указания и контрольные задания по физике
для студентов заочного отделения всех специальностей.

**Механика. Молекулярная физика. Термодинамика.
Электростатика. Постоянный ток. Магнетизм.**

КЕМЕРОВО 2008

Составители:
Н.М. Волкова, доцент, канд. техн. наук;
Н.Б. Шубина, ст. преподаватель;
О.С. Оболонская, ассистент,

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры физики
Протокол № 7 от 27.03.08 г.

Рекомендовано методической комиссией
технологического факультета
Протокол № от

Представлены рекомендации для изучения дисциплины “Общая физика”, варианты контрольных работ, примеры выполнения контрольной работы, рекомендуемая литература.

Издание 2ое переработанное и дополненное.

КемТИПП, 2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящих методических указаний – оказать помощь студентам заочникам инженерно-технических специальностей в изучении курса физики.

Учебный материал указаний включает в себя такие разделы физики, как механика, молекулярная физика, термодинамика, электростатика, постоянный ток. Весь материал разбит в указаниях на четыре основных раздела, в каждом из которых даны основные формулы, примеры решения задач и задачи для самостоятельного решения (контрольные задания). В контрольных заданиях учтены особенности специализации студентов Кемеровского технологического института пищевой промышленности.

Методические указания предназначены для выполнения контрольных работ 1, 2, 3, 4 предусмотренных учебным планом. Контрольная работа 1 выполняется по разделу «Физические основы механики», работа 2 – по разделу «Молекулярная физика. Термодинамика», работа 3 – по разделу «Электростатика. Постоянный ток», работа 4 – по разделу «Магнетизм». Номера задач для самостоятельного решения выбираются по последней цифре шифра зачетной книжки студента. Например, если шифр зачетной книжки 2735, нужно решать все задачи, номер которых оканчивается на 5. В контрольной работе 1 задачи: 105, 115, 125, 135, 145, 155, 165, 175. В контрольной работе 2 задачи: 205, 215, 225, 235, 245, 255, 265, 275. В контрольной работе 3 задачи: 305, 315, 325, 335, 345, 355, 365, 375, в контрольной работе 4 задачи: 405, 415, 425, 435, 445, 455, 465.

При оформлении контрольных работ обязательно нужно:

- Записать в тетради полностью условие задачи,
- Указать по какому методическому пособию работали,
- Сделать в конце решения проверку размерности величин.

Контрольные работы следует высылать **не позднее, чем за месяц до сессии.**

РАЗДЕЛ I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1 ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Кинематика
Поступательное движение

1. Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела) вдоль оси x:

$$x = f(t),$$

где $f(t)$ – некоторая функция времени.

2. Средняя скорость перемещения:

$$\langle \upsilon_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

где Δx- перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

3. Средняя путевая скорость:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS - путь, пройденный точкой за интервал Δt. Путь ΔS, в отличии от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$, не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta S \geq 0$. Поэтому $\langle \upsilon \rangle \geq \left| \langle \upsilon_x \rangle \right|$

4. Мгновенная скорость:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt},$$

где $\frac{dx}{dt}$ -проекция скорости на координатную ось.

5. Среднее ускорение:

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta \upsilon_x}{\Delta t},$$

6. Мгновенное ускорение:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$$

где $\frac{d\upsilon_x}{dt}$ -проекция скорости на координатную ось.

Вращательное движение

7. Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности:

$$\varphi = f(t); \qquad r = R = Const,$$

где R – радиус окружности.

8. Угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где $d\varphi$ - изменение угла поворота за интервал времени dt.

9. Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

10. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности

$$\upsilon = \omega R; \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R$$

где υ – линейная скорость,

a_τ - тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t},$$

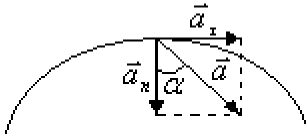
a_n - нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

ω - угловая скорость,

ε - угловое ускорение,

R – радиус окружности.



11. Полное ускорение:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \; a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4},$$

12. Угол между векторами полного ускорения $\vec{a}$ и нормального $\vec{a}_n$:

$$\alpha = \arccos\frac{a_n}{a}$$

13. Связь частоты вращения n, периода вращения T и угловой скорости ω:

$$T = \frac{1}{n}, \qquad \omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}.$$

Колебательное движение

14. Уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = ACos(\omega t + \varphi)$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия;

А – амплитуда колебаний;

ω - угловая или циклическая частота;

φ - начальная фаза.

15. Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$\upsilon = -A\omega \cdot sin(\omega t + \varphi).$$

16. Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$a = -A\omega^2 \cdot cos(\omega t + \varphi).$$

17. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi = arctg\,\frac{A_1sin\varphi_1 + A_2sin\varphi_2}{A_1cos\varphi_1 - A_2cos\varphi_2}.$$

18. Уравнения, описывающие траекторию точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях:

$$x = A_1 cos\omega t, \qquad y = A_2 cos(\omega t + \varphi),$$

а) $y = \frac{A_2}{A_1}x$, (если разность фаз $\varphi = 0$);

б) $y = \frac{A_1}{A_2}x$, (если разность фаз $\varphi = \pm\pi$);

в) $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$ (если разность фаз $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$).

19. Уравнение плоской бегущей волны:

$$y = A \cdot cos\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right),$$

где y – смещение любой точки из точек среды с координатой x в момент t;

υ – скорость распространения колебания в среде.

20. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанными в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где λ - длина волны.

21. Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$E_к = \frac{I\omega^2}{2},$$

где I – момент инерции тела;

ω - угловая скорость тела.

22. Потенциальная энергия растянутой (или сжатой) пружины:

$$E_П = \frac{kx^2}{2},$$

где k – жесткость (коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию, равную единице);

x – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия.

23. Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$E = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 = \frac{1}{2} kA^2,$$

где m – масса точки;

A – амплитуда колебаний;

ω - круговая (циклическая) частота;

k – коэффициент квазиупругой силы ($k = m\omega^2$).

24. Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник):

$$T = 2\pi\sqrt{m/k},$$

где m – масса тела;

k – жесткость пружины.

Формула справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука (при малой массе пружины в сравнении с массой тела).

25. Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g},$$

где l – длина маятника;

g – ускорение свободного падения.

26. Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}},$$

где I – момент инерции колеблющегося тела относительно его оси колебаний;

m – масса маятника;

l – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний;

$L = I/(ma)$ - приведенная длина физического маятника;

g – ускорение свободного падения.

Динамика

Поступательное движение

27. Импульс материальной точки массой m, движущейся поступательно со скоростью υ:

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}.$$

28. Второй закон Ньютона: $d\vec{P} = \vec{F}dt$, $\vec{F} = m\vec{a}$.

где $\vec{F}$ - сила, действующая на тело,

$\vec{a}$ - ускорение.

29. Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости: $F = -kx$,

где k – коэффициент упругости (в случае пружины - жесткость),

x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести $F_T = mg$,

где g - ускорение свободного падения (g = 9,81 м/с^2);

в) сила гравитационного взаимодействия $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$,

где γ - гравитационная постоянная (γ = 6,67 · 10^{-11} м^3/(кг·с^2)),

m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел,

r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряженность G гравитационного поля:

$$F = m \cdot G;$$

г) сила трения (скольжения) $F = \mu \cdot N$,

где μ - коэффициент трения;

N – сила нормального давления.

30. Закон сохранения импульса:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i = Const,$$

для двух тел (i = 2):

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2,$$

где $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ - скорости тел в момент времени, принятый за начальный;

$\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

31. При неупругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 общая скорость движения этих тел после удара может быть найдена по формуле

$$u = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2},$$

где υ_1 - скорость первого тела до удара;

υ_2 – скорость второго тела до удара.

При упругом центральном ударе тела будут двигаться с различными скоростями. Скорость первого тела после удара

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$$

Скорость второго тела после удара

$$u_1 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

32. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2} \text{ или } T = \frac{P^2}{2m}$$

33. Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$\Pi = \frac{1}{2} k x^2$$

где k – жесткость пружины,

x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия:

$$\Pi = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$$

где γ - гравитационная постоянная,

m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел,

r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$\Pi = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения,

h - высота тела над уровнем, принятым за нулевое.

Формула справедлива при условии $h \ll R$, где R - радиус Земли.

34. Закон сохранения механической энергии:

$$E = T + \Pi = Const.$$

35. Работа A, совершаемая внешними силами над телом

$$A = Fs\cos\alpha,$$

где F - сила, приложенная к телу,

s - пройденный путь,

α - угол между направлением силы и направлением перемещения тела.

36. Работа A, совершаемая внешними силами над телом определяется как мера изменения энергии системы:

$$A = \Delta E = E_2 - E_1 .$$

Динамика твердого тела

37. Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси:

$$M = I \cdot \varepsilon ,$$

где M – результирующий момент внешних сил, действующий на тело,

ε - угловое ускорение,

I - момент инерции тела относительно оси вращения.

38. Момент инерции некоторых тел массы m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длины l относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$I = \frac{1}{12} m l^2 ;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра):

$$I = mR^2 ,$$

где R - радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$I = \frac{1}{2} mR^2 .$$

39. Теорема Штейнера:

$$I = I_0 + md^2 ,$$

где I – момент инерции тела относительно оси, не проходящей через центр масс;

I_0 - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;

d – расстояние между осями.

40. Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

где I_1 и I_2 - момент инерции системы тел и угловая скорость вращения в момент времени, принятый за начальный;

ω_1 и ω_2 - момент инерции и угловая скорость в момент времени, принятый за конечный.

41. Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси:

$$L = I \cdot \omega$$

где ω - угловая скорость тела.

42. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T = \frac{I\omega^2}{2} \text{ или } T = \frac{L^2}{2I}$$

Гидродинамика.

43. Сила Архимеда

$$F_A = \rho Vg,$$

где ρ - плотность жидкости;

V - объем тела, погруженного в жидкость;

g - ускорение свободного падения.

44. Уравнение неразрывности струи

$$\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2,$$

где S_1 и S_2 - площади поперечного сечения трубки тока в двух местах;

υ_1 и υ_2 - соответствующие скорости течений.

45. Уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости в общем случае

$$p_1 + \frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2,$$

где p_1 и p_2 статические давления жидкости в двух сечениях трубки тока;

υ_1 и υ_2 - скорости жидкости в этих же сечениях;

$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2}$ и $\frac{\rho\upsilon_2^2}{2}$ - динамические давления жидкости в этих же сечениях;

h_1 и h_2 - высоты их над некоторым уровнем;

$\rho g h_1$ и $\rho g h_2$ - гидростатические давления.

Уравнение Бернулли в случае, когда оба сечения находятся на одной высоте ($h_1 = h_2$),

$$p_1 + \frac{\rho \upsilon_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \upsilon_2^2}{2}.$$

46. Сила Стокса

$$F = 6\pi \upsilon \eta r,$$

где υ - скорость движения шарика, взвешенного в жидкости;

η - коэффициент вязкости (динамическая вязкость);

r - радиус шарика.

1.2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид: $x=A+Bt+Ct^3$, где А=2м, В=1м/с, С=0,5м/с$^{3.}$ Найти координату x, скорость υ и ускорение a точки в момент времени t=2с.

Решение: Координату х найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов А,В,С и времени t:

$$x = (2+1\cdot2+0{,}5\cdot2^3) = 8 \text{ (м)}.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = B+3Ct^2$$

в момент времени t =2 с.

$$\upsilon = (1 + 3 \cdot 0{,}5 \cdot 2^2) = 7 \text{ (м/с)}.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = 6C \cdot t.$$

В момент времени t = 2 с.

$$a = 6 \cdot 0{,}5 \cdot 2 = 6\ (\text{м/с}^2).$$

<u>Пример 2.</u> Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + C\,t^2$, где A = 10 рад., B = 20 рад/с, C = -2 рад/с^2 . Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии r = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

Решение: Полное ускорение *«a»* тела, движущегося по криволинейной траектории, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории (рис.1):

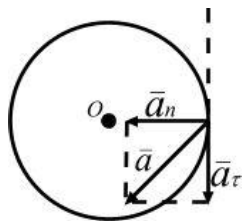


Рис.1

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то абсолютное значение ускорения равно

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad . \qquad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражается формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r, \qquad a_n = \omega^2 r.$$

где ω - угловая скорость тела,

ε - его угловое ускорение.

Подставляя в выражения для a_τ и a_n в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (2)$$

Угловую скорость найдем, взяв производную от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени t = 4с угловая скорость

$$\omega = (20+2\cdot(-2)\cdot 4) = 4(\text{рад/с}).$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -4(\text{рад/с}^2).$$

Это выражение не содержит времени, следовательно, угловое ускорение заданного движения постоянно. Подставляя найденные значения ω и ε и заданное значение r в формулу (2) получим

$$a = 0{,}1\ \sqrt{(-4)^2 + 4^4} = 1{,}65(\text{м/с}^2).$$

<u>Пример 3.</u> Шар массой m_1 , движущийся горизонтально с некоторой скоростью υ_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение: Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится отношением:

$$\varepsilon\ = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{\upsilon_1}\right)^2, \qquad (3)$$

где υ_1, T_1 – скорость и кинетическая энергия первого шара до удара, u_2 и T_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (3), для определения ε надо найти u_2. При ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии. Пользуясь этими законами, найдем u_2. По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоится, получим:

$$m_1\upsilon_1 = m_1u_1 + m_2u_2. \qquad (4)$$

По закону механической энергии

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2}, \qquad (5)$$

решая совместно уравнения (4) и (5), найдем

$$u_2=\frac{2m_1\upsilon_1}{m_1+m_2},$$

подставив это выражение для u_2 в формулу (3) и сократив на υ_1 и получим:

$$\varepsilon=\frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2m_1\upsilon_1}{\upsilon_1(m_1+m_2)}\right]^2=\frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}.$$

Из полученного соотношения видно, что доля переданной энергии не изменится, если шары поменяются местами.

<u>Пример 4.</u> Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m = 80 г (рис.2), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1 =100 г и m_2 = 200 г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением нити пренебречь.

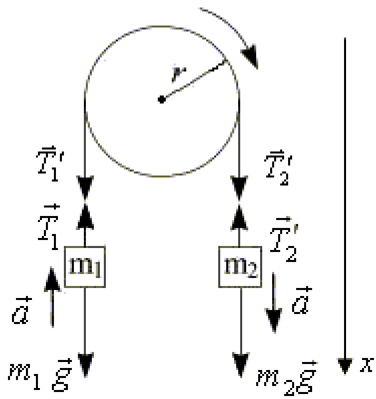


Рис.2

Решение: Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движения. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: силы тяжести $m_1 \vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$. Спроецируем эти силы на ось *x*, которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона) в скалярной форме:

$$m_1 g - T_1 = - m_1 a. \tag{6}$$

Уравнение движения для второго груза запишется аналогично:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a\ . \tag{7}$$

Под действием двух моментов сил $T_1' r$ и $T_2' r$ относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение $\varepsilon = \dfrac{a}{r}$. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$T_2' r - T_1' r = I_z \varepsilon\ , \tag{8}$$

где $I_z = \dfrac{1}{2} m r^2$ момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z. Силы T_1' и T_2', согласно третьему закону Ньютона, по абсолютному значению равны силам T_1 и T_2, Воспользовавшись этим, заменим T_1' и T_2' в уравнение (8) на T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (6) и (7):

$$(m_2 g - m_2 a)\, r - (m_1 g + m_1 a)\, r = \frac{1}{2} m r^2 \frac{a}{r}\,.$$

После сокращения на r и перегруппировки найденных членов найдем интересующее нас ускорение:

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1 + m/2}. \qquad (9)$$

Отношение масс в правой части формулы (9) есть величина безразмерная. Поэтому массы m_1 и m_2 можно выразить в граммах, как они даны в условии задачи. Ускорение надо выразить в единицах СИ. После подстановки значений получим:

$$a = \frac{(200-100)^2}{200+100+80/2} \cdot 9{,}81 = 288 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

<u>Пример 5.</u> Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2 м и массой m = 50 кг раскручен до частоты вращения n_1=480мин $^{-1}$ и предоставлен самому себе. Под действием силы трения маховик остановился через t = 50 с. Найти момент M сил трения.

Решение: Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде:

$$dL_z = M_z dt, \qquad (10)$$

где dL_z - изменение момента импульса маховика, вращающегося относительно оси z, совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени dt; M_z – момент внешних сил (в нашем случае момент сил трения), действующих на маховик относительно той же оси. Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ($M_z = const$), поэтому интегрирование уравнения (10) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z \cdot \Delta t. \qquad (11)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение момента импульса:

$$\Delta L_z = I_z \cdot \Delta\omega, \qquad (12)$$

где I_z – момент инерции маховика относительно оси z, $\Delta\omega$ - изменение угловой скорости маховика. Приравняв правые части равенства (11) и (12), получим

$$M_z \Delta t = I_z \cdot \Delta\omega$$

Откуда

$$M_z = \frac{I_z \cdot \Delta\omega}{\Delta t}. \qquad (13)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$I_z = \frac{1}{2} mR^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi \cdot n$, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi(n_1 - n_2)$.

Подставив в формулу (13) найденное выражение I_z и $\Delta\omega$, получим

$$M_z = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}. \qquad (14)$$

Произведем вычисления по формуле (14): m = 50кг, R = 0,2 м, n_1 = 480 мин$^{-1}$=8 с$^{-1}$, n_2 = 0, Δt = 50 с.

$$M_z = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}2^2(0-8)}{50} = -1{,}005 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2.$$

Знак минус показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

Пример 6. Точка совершает гармонические колебания с частотой 10 Гц. В момент времени, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение x_{max} = 1 мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить их график.

Решение: Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A \sin(\omega \cdot t + \varphi_1) \tag{15}$$

или

$$x = A \cos(\omega \cdot t + \varphi_2), \tag{16}$$

где A – амплитуда колебаний, ω - циклическая частота, t – время, φ_1 и φ_2 - начальные фазы, соответствующие форме записи (15) и (16).

По определению, амплитуда колебаний

$$\text{A} = x_{max}. \tag{17}$$

Циклическая частота связана с частотой n соотношением

$$\omega = 2\pi \cdot n \tag{18}$$

Начальная фаза колебаний зависит от формы записи. Если использовать формулу (15), то начальную фазу можно определить из условия: в момент t = 0

$$x_{max} = A \sin \varphi_1,$$

откуда

$$\varphi_1 = arcsin\left(\frac{x_{\max}}{A}\right) = arcsin 1$$

или

$$\varphi_1 = (2k+1)\pi/2 \text{, где } k = 0,1,2\ldots \qquad (19)$$

Изменение фазы на 2π не изменяет состояния колебательного движения, поэтому нужно принять

$$\varphi_1 = \pi/2, \qquad (20)$$

В случае второй формы записи получаем

$$\varphi_2 = arccos\left(\frac{x_{\max}}{A}\right) = arccos 1$$

или

$$\varphi_2 = 2\pi \cdot k \text{, где } k = 0,1,2\ldots$$

По тем же соображениям, что и в первом случае, находим

$$\varphi_2 = 0 \qquad (21)$$

С учетом равенств (17) - (20) уравнения колебаний будут иметь вид:

$$X = X_{max} \sin(2\pi\nu \cdot t + \pi/2)$$

где $X_{max}=1$ мм = 10 м $^{-3}$, ν = 10 Гц.

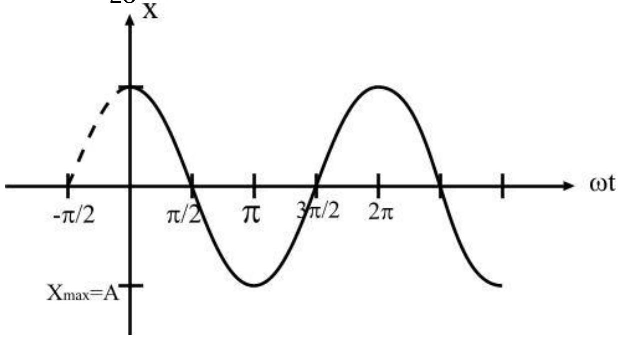


Рис.3

1.3 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

100. Зависимость пройденного телом пути от времени имеет вид $s = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Найти зависимость скорости от времени и силу, действующую на тело в конце второй секунды. Масса тела 1 кг.

101. Под действием силы 10 Н тело движется прямолинейно так ,что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где C=1 м/с^2. Найти массу тела.

102. Скорость автомобиля при движении в гору 20 км/час, а с горы 60 км/час. Определить среднюю путевую скорость автомобиля, если путь, пройденный за подъем, такой же, как при спуске.

103. На какую высоту поднимется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

104. Вертикально верх с высоты 392 метра с начальной скоростью 19,6 м/с брошено тело. Через какое время оно упадет на землю?

105. Самолет летит на высоте 4000 метров со скоростью 800 км/час. На каком расстоянии до цели (считая по горизонтали) летчик должен сбросить бомбу, чтобы она попала в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

106. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 28 м/с. На какую наибольшую высоту оно поднимется и чему равно время подъема?

107. Шайба, пущенная по поверхности льда с начальной скоростью υ_0 =20 м/с, остановилась через t = 40 с. Найти коэффициент трения шайбы о лед.

108. Снаряд выпущен из орудия под углом 40° к горизонту с начальной скоростью 600 м/с. Найти дальность полета снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь.

109. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы дальность полета была в 4 раза больше, чем наибольшая высота подъема. Сопротивлением воздуха пренебречь.

110. Определить сколько оборотов в секунду совершает колесо велосипеда, движущегося со скоростью 40 км/час. Диаметр колеса 70 см.

111. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через время t = 2 с после начала движения вектор полного ускоре-

ния точки, лежащей на ободе колеса, составляет угол $\alpha = 60^0$ с вектором её линейной скорости.

112. На шкив радиусом 10 см. намотана нить, к которой привязан груз. Под действием груза шкив приходит во вращательное движение, причем за 5 с, двигаясь равноускоренно, он опускается на 2,5 м. Определить линейную и угловую скорость точек цилиндрической поверхности шкива в конце 7 секунды и угловое ускорение шкива.

113. Автомобиль движется по закруглению радиусом 500 м с тангенциальным ускорением 0,05 м/с^2 .Определить его нормальное и полное ускорение в тот момент, когда его скорость равна 5 м/с.

114. Линейная скорость некоторой точки вращающегося диска равна 2м/с. Точка, лежащая на том же радиусе, но на 10 см дальше от центра, имеет линейную скорость 3 м/с. Определить, сколько оборотов в секунду совершает диск.

115. Определить полное ускорение a в момент t =3с. точки, находящейся на ободе колеса радиусом R =0,5м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At+Bt^3$, где А = 2 рад/с, В = 0,2 рад/с^3.

116. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2$ рад/с^2. Через t = 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса стало равно a =20 см/с^2. Найти радиус колеса.

117. Космический корабль массой 10^5 кг поднимается вертикально вверх, сила тяги его двигателей $3 \cdot 10^6$ Н. Чему равно его ускорение?

118. При подъеме груза массой m=2 кг на высоту h= 1 м сила F совершает работу A = 78,5 Дж. С каким ускорением a поднимается груз?

119. Тело массой 2 кг движется прямолинейно, при этом зависимость пройденного пути от времени определяется законом $s=2+3t+t^2+3t^4$, где все величины выражены в системе СИ. Найти силу, действующую на тело в конце второй секунды движения.

120. Груз массой 1 кг, привязанный к нити, отклоняют на 90^0 от положения равновесия и отпускают. Определить натяжение нити в момент прохождения грузом положения равновесия.

121. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой m =1 кг от υ_1=2 м/с до υ_2= 6 м/с на пути s = 10 м. На всем пути действует сила трения $F_{тр}$=2 Н.

122. Самолет поднимается и на высоте h = 5 км достигает скорости υ = 360 км/ч. Во сколько раз работа A_1, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы A_2, идущей на увеличение скорости самолета.

123. На брусок массой m = 5 кг в горизонтальном направлении действует сила F = 20 Н. Определить ускорение, с которым движется брусок, если коэффициент трения с горизонтальной поверхностью κ = 0,4.

124. Определить, с какой скоростью двигался автомобиль, если длина следа заторможенных колес оказалась равной l = 25м. Коэффициент трения покрышек о покрытие дороги $к$ = 0,3.

125. Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью υ = 2 м/с, прошел до полной остановки расстояние s = 20 м. Найти коэффициент трения камня по льду.

126. Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 10^o$ с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти коэффициент трения, если расстояние, пройденное по наклонной плоскости и по горизонтали равны.

127. Тело массой m = 100 кг поднимают по наклонной плоскости с ускорением a = 2м/с^2. Какую силу, параллельную наклонной плоскости, необходимо приложить для подъема тела. Коэффициент трения $к$ = 0,2, а угол наклона $\alpha = 30^0$.

128. Тело массой m = 50 кг тянут равномерно по полу с помощью веревки, образующий угол $\alpha = 30^0$ с полом. Коэффициент трения $к$ = 0,4. Определить силу, под действием которой движется тело.

129. Груз массой 200 кг поднимается равноускоренно на высоту 4 м за 2 с. Определить совершаемую при этом работу.

130. Тело массой m = 10 кг брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Найти потенциальную энергию тела в наивысшей точке подъема, если на преодоление сопротивления расходуется 10% всей энергии.

131. Тело массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $\upsilon_1 = 4$ м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массой. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты Q, выделившееся при ударе.

132. Снаряд, имеющий горизонтально направленную скорость $\upsilon = 10$ м/с, разорвался на два осколка с массами $m_1 = 1{,}5$ кг и $m_2 = 1$ кг. Направление движения первого осколка после взрыва не изменилось, а его скорость увеличилась в 2,5 раза. Определить модуль скорости второго осколка.

133. Вагон массой 40 т, движущийся со скоростью 2м/с, в конце пути ударяется о пружинный амортизатор. На сколько он сожмет пружину, коэффициент упругости у которой $\kappa = 2{,}5\ 10^5$ Н/м?

134. Две пружины жесткостью κ_1=0,5 кН/м и $\kappa_2 = 1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию Π данной системы при абсолютной деформации $\Delta x = 4$ см.

135. Вагон массой $m = 35$ т движется на упор со скоростью $\upsilon = 0{,}2$ м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на $\Delta x = 12$ см. Определить максимальную силу F_{max} сжатия буферных пружин и продолжительность Δt торможения.

136. Пуля массой 9 г, летевшая со скоростью 600 м/с, попадает в кирпичную стену и проникает в нее на глубину 20 см. Определить среднюю силу сопротивления кирпича движению пули.

137. Два одинаковых шара подвешены на нитях l = 0,98 м и касаются друг друга. Один из шаров отклоняется на угол $\alpha = 10^0$ и отпускается. Определить максимальную скорость второго шара после соударения. Удар считать идеально упругим.

138. При горизонтальном полете со скоростью υ = 250 м/с снаряд массой m = 8 кг разорвался на две части. Большая часть массой m_1 = 6 кг получила скорость u_1 =400 м/с в направлении полета снаряда. Определить абсолютное значение и направление скорости меньшей части снаряда.

139. Снаряд, летевший со скоростью υ = 400 м/с разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью u_1 =150м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

140. Шар массой m_1 = 5 кг движется со скоростью υ =1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_1 = 2 кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после ударов. Шары считать однородными, абсолютно упругими, удар прямым, центральным.

141. С наклонной плоскости высотой h = 3 м соскальзывает без трения тело массой m = 0,5 кг. Определить изменение Δp импульса тела.

142. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой n = 5 об/с, E = 60 Дж. Найти момент импульса вала.

143. Диск диаметром 60 см и массой 1 кг вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости, с частотой 20 об/с. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?

144. Шар массой 2 кг движется со скоростью υ_1 = 5 м/с навстречу шару массой m_2= 3 кг, движущемуся со скоростью υ_2 = 10 м/с. Найти величину и объяснить причину изменения кинетической энергии системы шаров после неупругого центрального удара.

145. Вычислить кинетическую энергию диска массой m = 2 кг, катящегося без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью υ = 2 м/с.

146. Однородный стержень длиной 1 м совершает малые колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку стержня, отстоящую на 25 см от верхнего конца стержня. Определить период колебаний стержня.

147. Найти момент инерции однородного тонкого стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей через точку стержня, отстоящую на $\frac{1}{3}l$ от ее конца, перпендикулярно его длине.

148. Найти кинетическую энергию и момент инерции сплошного цилиндра, который катится без скольжения по плоской поверхности со скоростью 10 м/с. Масса цилиндра m = 5кг, его радиус равен 10 см.

149. На барабан R = 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m=10 кг. Найти момент инерции I барабана, если известно, что груз опускается с ускорением a = 2,04м/с^2.

150. Сплошной и полый цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Какой цилиндр поднимется выше при условии, что начальные скорости тел одинаковы.

151. Определить момент инерции шара относительно оси, совпадающей с касательной к его поверхности. Радиус шара 0,1м, масса 5 кг.

152. Определить линейную скорость υ центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой 1 м.

153. Определить период колебаний диска радиусом R = 5 см относительно оси, проходящей через образующую диска перпендикулярно его плоскости.

154. Определить момент инерции диска радиусом R = 6 см и массой m = 3 кг относительно перпендикулярной оси, проходящей через его центр, если на диске по его диаметру вплотную лежат 3 диска радиусом r = 2 см и массой m = 0,5 кг.

155. Во сколько раз изменится частота вращения стержня массой m_1 = 2 кг относительно оси, проходящей через центр инерции стержня, если расположенные на концах стержня тела массой m_2 = 0,5 кг переместить к центру инерции стержня?

156. К ободу колеса радиусом R = 0,5 м и массой m = 50 кг приложена касательная сила F=98,1 Н. Найти угловое ускорение

колеса. Через какое время после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения n = 100 об/с? Колесо считать однородным диском, трением пренебречь.

157. Шар и сплошной цилиндр имеют одинаковую массу m =5 кг и катятся с одинаковой скоростью υ =10 м/с. Найти кинетические энергии этих тел.

158. В тонком диске массой m =5 кг и радиусом R = 0,5м вырезано n =2 круглых отверстия радиусом r = 0,1 м на расстояниях a = 0,3 м от центра диска. Определить момент инерции диска относительно оси, проходящей через центр тяжести.

159. Точка колеблется гармонически по закону

$$x = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi).$$

Найти зависимость скорости и ускорения от времени и их максимальные значения.

160. Материальная точка совершает колебания по закону $x = x_0 \cdot \sin\,(2\pi \cdot t + \pi/6)$.В какой момент времени ее потенциальная энергия равна кинетической?

161. Материальная точка массой m совершает колебания по закону

$$x = x_0 \cos\,(2\pi \cdot t + \pi/3).$$

Определить силу, действующую на тело, и её кинетическую энергию при t=1 с.

162. Начальная фаза гармонического колебания $\varphi = 0$. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине её максимальной скорости?

163. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях одинаковой частоты, направленных вдоль одной прямой:

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \pi/2),\ x_2 = A_1 \sin(\omega t + \pi).$$

Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания.

164. Уравнение движения точки дано в виде $x = \sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

165. Амплитуда гармонического колебания равна 5 см, период 4 с, начальная фаза $\varphi = \pi/4$. Написать уравнение этого колебания. Найти смещение колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и при $t = 1{,}5$ с.

166. Материальная точка массой 10 гр колеблется согласно уравнению $x = A\cdot \sin\,(\omega \cdot t + \varphi)$, где A = 5 см, $\omega = \pi/5$, $\varphi = \pi/4$. Найти максимальную силу, действующую на точку и полную энергию колеблющейся точки.

167. Определить длину l математического маятника, совершающего колебания с частотой $n = 0{,}5\,\text{с}^{-1}$

168. Внутренняя часть шара, радиус которого R = 6 см, сделана из стали, а внешняя из пробки ($\rho_0 = 0{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3). Радиус внутренней части r = 3 см. Будет ли такой шар плавать в воде?

169. К одной из чашек рычажных весов подвешено тело плотностью $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3. Тело уравновешивается гирями весом P_1. Если тело поместить в жидкость, то оно уравновешивается весом P_2.= 1/3 P_1. Определить плотность жидкости $\rho_{ж}$. Плотность воздуха равна $\rho_в = 1{,}29 \cdot 10^3$ кг/м^3.

170. Надводная часть айсберга имеет объем 100 м^3. Определить объем айсберга, если плотность льда 930 кг/м^3, плотность морской воды 1030 кг/м^3.

171. По горизонтальному суживающемуся трубопроводу протекает вода в количестве V = 30 м^3/час. Определить давление и скорость течения после сужения, если в трубе большего диаметра давление P_1.=250 кПа. Диаметры трубопроводов d_1= 8 см, d_2=4 см.

172. Стальной шарик диаметром 4 мм падает в сосуде с жидкостью с постоянной скоростью υ = 0,2 м/с. Найти динамическую вязкость жидкости, если ее плотность $\rho_0 = 1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3.

173. В цилиндрический сосуд, наполненный глицерином, бросают алюминиевый шарик диаметром d = 6 см. Определить, при какой скорости падение шарика станет равномерным. Коэффициент вязкости глицерина η = 1,4Н с/м^2

174. Определить время подъема движущихся с постоянной скоростью пузырьков воздуха со дна водоема глубиной 1 м. Диаметр пузырьков d =1 мм. Коэффициент вязкости воды η = $1{,}1\cdot10^{-3}$Нс/м^2

175. Какое давление P создает компрессор в краскопульте, если струя жидкости краски вытекает из него со скоростью υ =25 м/с? Плотность краски ρ = $0{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.

176. По трубопроводу, состоящему из двух труб диаметрами d_1 = 150мм и d_2 =100мм протекает вода в количестве V =150 м^3/час. Давление в трубопроводе перед сужением P_1.=$2\cdot10^5$ Па. Определить давление после сужения.

177. Льдина площадью поперечного сечения S = 1 м^2 и высотой h =0,4 м плавает в воде, погруженная на половину. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?

178. Прямоугольная коробка из железа массой 76 г с площадью дна 38 см^2 и высотой 6 см плавает в воде. Определить высоту надводной части коробочки.

179. Тело, имеющее массу 3 кг и объем 10^{-3} м^3, находится в озере на глубине 5 м. Какая работа должна быть совершена при его подъеме на высоту 5 м над поверхностью воды.

РАЗДЕЛ II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА.

2.1 ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Основы молекулярно-кинетической теории

1. Количество вещества однородного газа (в молях):

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \qquad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N - число молекул газа,

N_A - постоянная Авогадро ($N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$),

m -масса газа,

μ -молярная масса газа.

Если система представляет смесь из нескольких газов, то количество вещества системы

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A}$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где ν_i, N_i, m_i, μ_i -соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масс i-й компоненты смеси.

2. Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT = \nu RT,$$

где m - масса газа,

μ - молярная масса газа,

R - молярная газовая постоянная (R = 8,31 Дж/(моль·К)),

ν - количество вещества,

T – термодинамическая температура.

3. Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева-Клапейрона для изопроцессов:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс: $T = Const$, $m = Const$):

$$PV = Const$$

или для двух постоянных газа:

$$P_1V_1 = P_2V_2,$$

где P_1 и V_1 – давление и объем газа в начальном состоянии, P_2 и V_2 - те же величины в конечном состоянии;

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс $P = Const,\ m = Const$)

$$\frac{V}{T} = Const$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

где T_1 и V_1 температура и объем газа в начальном состоянии,

T_2 и V_2 - те же величины в конечном состоянии.

в) закон Шарля (изохорический процесс $V = Const, m = Const$)

$$\frac{P}{T} = Const$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2},$$

где P_1 и T_1 - давление и температура газа в начальном состоянии,

P_2 и T_2 -те же величины в конечном состоянии.

г) объединенный газовый закон ($m = Const$)

$$\frac{PV}{T} = Const, \ \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2},$$

где P_1, V_1, T_1 - давление, объем и температура газа в начальном состоянии,

P_2, V_2, T_2 - те же величины в конечном состоянии.

4. Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n,$$

где P_n– парциальное давление компонента смеси,

n - число компонентов смеси.

5. Молярная масса смеси газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + ... + m_i}{v_1 + v_2 + ... + v_i},$$

где m_i - масса i–го компонента смеси,

v_i - количество вещества i-того компонента смеси,

n - число компонентов смеси.

6) Массовая доля i–го компонента смеси газов (в долях единицы или в процентах):

$$\omega = \frac{m_i}{m}$$

где m - масса смеси.

7) Концентрация молекул (число молекул в единице объема)

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{m}\rho$$

где N - число молекул, содержащихся в данной системе,

ρ - плотность вещества,

m - масса.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого состояния вещества.

8) Основное уравнение кинетической теории газов:

$$P = \frac{2}{3}n\langle w_n \rangle,$$

где $\langle w_n \rangle$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

9) Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$E_n = \frac{3}{2}kT$$

где k – постоянная Больцмана (k =1,38·10^{-23} Дж/К).

10) Средняя полная кинетическая энергия молекулы:

$$E_k = \frac{i}{2}kT$$

где i - число степеней свободы молекулы

11) Зависимость давления газа от концентрации молекул и от температуры:

$$P = nkT$$

12) Скорость молекул:

средняя квадратичная $\langle \upsilon_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_i}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$;

средняя арифметическая $\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_i}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$;

наиболее вероятная $\upsilon_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_i}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$,

где m_i - масса одной молекулы.

13) Относительная скорость молекулы:

$$U = \frac{\upsilon}{\upsilon_B},$$

где υ - скорость данной молекулы

14) Удельные теплоемкости газов при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p:

$$c_v = \frac{iR}{2\mu}, \quad c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu}.$$

15) Связь между удельной (c) и молярной (C) теплоемкостями:

$$c = \frac{C}{\mu}, \; C = c\mu.$$

16) Уравнение Роберта Майера:

$$C_P - C_v = R.$$

17) Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{mi}{2\mu}RT = \frac{m}{\mu}C_V T \cdot$$

18) Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q - теплота, сообщенная системе (газу),

ΔU - изменение внутренней энергии системы,

A – работа, совершенная системой против внешних сил.

19) Работа расширения газа

в общем случае $$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV;$$

при изобарическом процессе $A = P(V_2 - V_1)$,

при изотермическом процессе $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$,

при адиабатическом процессе $A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$

или $A = \frac{RT_1 m}{(\gamma - 1)\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right]$,

где $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ - показатель адиабаты.

20) Уравнение Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$PV^{\gamma} = Const; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}; \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

21) Термический КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%,$$

где Q_1 - теплота, полученная рабочим телом от нагревателя,

Q_2 - теплота, переданная рабочим телом охладителю.

22) Термический КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%,$$

где T_1 и T_2 - термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

2.2ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

<u>Пример 1.</u> Определить число N молекул, содержащихся в объеме $V = 1мм^3$ воды, массу m_1 молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Решение: Число N молекул, содержащихся в некоторой массе равно произведению числа Авогадро N_A на количество вещества ν:

$$N = \nu N_A.$$

Так как количество вещества:

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где μ -молярная масса, то

$$N = \frac{m}{\mu} N_{A.}$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V, получим

$$N = \frac{\rho V}{\mu} N_A \qquad (1)$$

Подставим в формулу (1) следующие значения величин:

$\rho = 10^3$ кг/м^3, $V = 1$ мм^3 = 10^{-9} м^3, $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$кг/моль;

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ и произведем вычисления:

$$N = \frac{10^8 \cdot 10^{-9}}{16 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3634 \cdot 10^{19} \text{молекул}$$

Массу m_1, одной молекулы можно найти делением молярной массы на число Авогадро:

$$m_1 = \frac{\mu}{N_A},$$

подставив сюда числовые значения μ и N_A найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{кг}$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка) $V_1 = d^3$, где d - диаметр молекулы воды. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1} \qquad (2)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_μ на число молекул в моле, т.е. на число Авогадро N_A

$$V_1 = \frac{V_\mu}{N_A},$$

Подставим полученное выражение V_1 в формулу (2):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_\mu}{N_A}}$$

Входящий в эту формулу молярный объем определяется выражением $V_\mu = \dfrac{\mu}{\rho}$, тогда искомый диаметр молекулы:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}} \qquad (3)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (3) единицу длины:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho \cdot N_A}} = \left(\frac{1\text{кг/моль}}{1\text{кг/м}^3 \cdot 1\text{моль}^{-1}} \right)^{\frac{1}{3}} = 1\text{м}$$

Теперь подставим числовые значения физических величин в формулу (3) и произведем вычисления:

$$d = \sqrt{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}} = 3{,}11 \cdot 10^{-10}\text{ м}$$

<u>Пример 2.</u> В баллоне объемом V = 10 л находится гелий под давлением P_1 = 1 МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того, как из баллона было взято m = 10г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение: Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$P_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2 \qquad (4)$$

где m_2 - масса гелия в баллоне в конечном состоянии,

μ - молярная масса гелия,

R - молярная газовая постоянная.

Из уравнения (4) выразим искомое давление P_2.

$$P_2 = \frac{m_2}{\mu}\ \frac{RT}{V} \qquad (5)$$

Массу гелия m_2 выразим через массу m_1, соответствующую начальному соотношению и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m \qquad (6)$$

Массу гелия m найдем также из уравнения Менделеева-Клапейрона, применив его к начальному состоянию

$$m_1 = \frac{P_1 V}{RT_1} \cdot \mu \qquad (7)$$

Подставляя в выражение (6) массу из формулы (7), а затем полученное выражение в формулу (5), найдем:

$$P_2 = \left(\mu \frac{P_1 V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{\mu V}$$

Или после преобразования и сокращения

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 - \frac{mRT_2}{\mu V} \qquad (8)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ и произведем вычисления:

$P_1 = 10^6$Па, $m = 10^{-2}$кг, $\mu = 4\ 10^{-3}$кг/моль, R = 8,31 Дж/моль·К, $T_1 = 300$К, $T_2 = 290$К, $V = 10$л $= 10^{-2}$м^3

$$P_2 = \left(\frac{290}{300}\ 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8{,}31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{Па} = 3{,}64 \cdot 10^5\ \text{Па} = 0{,}364\text{МПа}$$

<u>Пример 3</u>. Баллон содержит m_1 = 80 г кислорода и m_2 = 320 г аргона. Давление смеси P = 1МПа, температура T = 300 К. Принимая данные газа за идеальные, определить объем V баллона.

Решение: По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. Парциальным давлением газа называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятым смесью. По уравнению Менделеева-Клапейрона, парциальные давления кислорода P_1 и аргона P_2 выражается формулами:

$$P_1 = \frac{m_1 RT}{\mu_1 V}, \; P_2 = \frac{m_2 RT}{\mu_2 V}$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$P = P_1 + P_2, \; P = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

откуда объем баллона:

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{P}$$

Выразим в единицах СИ числовые значения величин, входящих в эту формулу:

m_1 = 80 г = 0,8 кг, $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, m_2 = 330 г = 0,33 кг, $\mu_2 = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, P_1 = 1МПа = 10^6Па, R = 8,31 Дж/моль·К, подставим числовые значения в формулу объема и произведем вычисления:

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32\cdot 10^{-3}} + \frac{0{,}32}{40\cdot 10^{-3}}\right)\frac{8{,}31\cdot 300}{10^{6}}\,\text{м}^3 = 0{,}0262\text{м}^3 = 26{,}2\text{л}$$

<u>Пример 4.</u> Найти среднюю кинетическую энергию $<w_{вращ}>$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре T = 350 К, а также кинетическую энергию *Ек* вращательного движения всех молекул кислорода массой *m* = 4 г.

Решение: Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $<w_1> = \frac{1}{2}kT$, где *k* – постоянная Больцмана, *T* – абсолютная температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода двухатомная) соответствует две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода выразится формулой:

$$E_{вращ} = 2\cdot\frac{kT}{2}. \qquad (9)$$

Подставив в формулу (9) значение $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$Дж/К и T = 350 К получим

$E_{вращ} = 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 350 = 4{,}83\cdot 10^{-21}$(Дж). Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа определяется равенством:

$$E\kappa = E_{вращ} \cdot N \qquad (10)$$

Число всех молекул газа можно вычислить по формуле:

$$N = N_A \cdot \nu \qquad (11)$$

где N_A - число Авогадро,

ν - количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu = \dfrac{m}{\mu}$,

где m – масса газа,

μ - молярная масса газа, то формула (11) примет вид:

$$N = N_A \cdot \frac{m}{\mu},$$

Подставив это выражение в формулу (10) получим:

$$E\kappa = \frac{m}{\mu} \cdot E_{вращ}\ N_A \cdot, \qquad (12)$$

Выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$,

$m = 4$г $= 4 \cdot 10^{-3}$кг, $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$кг/моль, $E_{вращ} = 4{,}83 \cdot 10^{-21}$Дж

Подставив эти значения в формулу (12), найдем:

$$E_k = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \frac{4 \cdot 10^{3}}{32 \cdot 10^{-23}}\ 4{,}83 \cdot 10^{-21}\ \text{Дж} = 364\ \text{Дж}$$

Пример 5. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение: Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами

$$c_v = \frac{iR}{2\mu}, \qquad (13)$$

$$c_p = \frac{(i+2)R}{2\mu} \qquad (14)$$

где i – число степеней свободы молекул газа,

μ - молярная масса.

Для неона (одноатомный газ) i = 3, μ = 20 $\cdot 10^{-3}$кг/моль (см. справочную таблицу). Вычисляя по формулам (13) и (14), получим:

$$c_v = \frac{3 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 6{,}24 \cdot 10^2 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1{,}04 \cdot 10^3 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Для водорода (двухатомный газ) i = 5, μ = $2 \cdot 10^{-3}$кг/моль. Вычисляя по тем же формулам, получим:

$$c_v = \frac{5 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}04 \cdot 10^4 \ \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1{,}45 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Пример 6. Вычислить удельные теплоемкости c_v и c_p смеси неона и водорода, если массовая доля неона ω_1 = 80%, массовая доля водорода ω_2 = 20%. Значение удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение: Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме c_v найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами.

$$Q = c_v (m_1 + m_2) \cdot \Delta T \qquad (15)$$

$$Q = (c_{v1} m_1 + c_{v2} m_2) \cdot \Delta T \qquad (16)$$

где c_{v1} - удельная теплоемкость неона, c_{v2} - удельная теплоемкость водорода. Приравняв правые части (15) и (16) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим:

$$c_v (m_1 + m_2) = c_{v1} m_1 + c_{v2} m_2$$

отсюда

$$c_v = c_{v1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{v2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \qquad (17)$$

или

$$c_v = c_{v1} \cdot \omega_1 + c_{v2} \cdot \omega_2 \qquad (18)$$

где - $\omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$ и $\omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ - массовые доли неона и водорода в смеси. Подставив в формулу (18) числовые значения величин, найдем:

$$c_v = (6{,}24 \cdot 10^2 \cdot 0{,}8 + 1{,}04 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2) \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 2{,}58 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Рассуждая таким же образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = c_{p1} \cdot \omega_1 + c_{p2} \cdot \omega_2 \qquad (19)$$

Подставим в формулу (19) числовые значения величин:

$$c_p = (1{,}04 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8 + 1{,}46 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2)\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 3{,}75 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Пример 7. Кислород массой m = 2 г занимает объем равный V = 1м^3 и находится под давлением P_1 = 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления P_3 = 0,5 МПа. Найти изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процесса.

Решение: Изменение внутренней энергии газа выражается формулой:

$$\Delta U = c_V m \Delta T = \frac{iR}{2\mu} m \Delta T \qquad (20)$$

где i - число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода i = 5),

μ - молярная масса.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Клапейрона-Менделеева

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \; T = \frac{PV\mu}{Rm} \qquad (21)$$

Выпишем заданные величины в единицах системы СИ: m = 2кг, μ = 32 $\cdot 10^{-3}$кг/моль, R=8,31 Дж/моль$\cdot$К, V_1 = 1 м^3, $V_2 = V_3$ = 3 м^3, $P_1 = P_2$ = 0,2 МПа = 2 $\cdot 10^5$ Па, P_3 = 0,5 МПа = 5 $\cdot 10^5$Па. Подставляя эти значения в выражение (21) и выполняя арифметические действия, получим:

$$T_1 = \frac{2\cdot 10^5 \cdot 1\cdot 32\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8{,}31} = 385\,(\text{К})$$

$$T_2 = 1155 \text{ К}, T_3 = 2887 \text{ К}$$

Подставляя в выражение (20) числовые значения величин, входящих в него, и выполняя арифметические действия, находим:

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{8{,}31}{32\cdot 10^{-3}}\cdot 2(2887-385) = 3{,}24\cdot 10^6\left(\text{Дж}\right)$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой:

$$A = R\frac{m}{\mu}\Delta T$$

Подставим числовые значения величин, получим:

$$A_1 = 8.31\frac{2}{32\cdot 10^{-3}}(1155\text{-}385)\text{Дж} = 0{,}400\cdot 10^6 \text{ Дж}$$

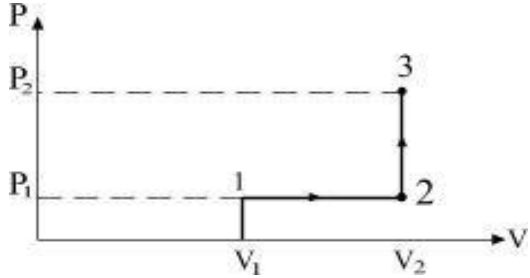


Рис. 1.

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е. A = 0. Следовательно, полная работа, совершенная газом, равна $A = A_1 + A_2 = 0{,}4\cdot10^6$Дж.

Согласно первому началу термодинамики теплота Q , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии и работы А: $Q = \Delta U + A$, следовательно $Q = 0{,}4\cdot10^6$ Дж + $3{,}24\cdot10^6$Дж= 3,64 МДж

Пример 8. Тепловая машина работает по обратному циклу Карно. Температура нагревателя T_1 = 500К. Определить термический КПД цикла и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу A = 350 Дж

Решение: Термический КПД тепловой машины, называемый также коэффициентом использованной теплоты, показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

где Q_1 - теплота, полученная от нагревателя, A – работа, совершаемая рабочим телом тепловой машины. Подставив числовые значения в эту формулу, получим:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}35$$

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_2}$ определить температуру охладителя T_2:

$$T_2 = T_1\,(1- \eta\,)$$

Подставив в эту формулу полученное значение КПД и температуры T_1 нагревателя, получим

$$T_2 = 500\ (1\text{-}0{,}35)\text{К} = 325\ \text{К}$$

2.3 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

200. Какую температуру имеет масса m = 2 г азота, занимающего объем V=820 см^3 при давлении P = 0,2 МПа?

201. Сколько атомов содержится в азоте 1) количеством вещества v = 0,2 моль, 2) массой m = 1 г?

202. Вода при температуре t = 4^0 С занимает объем V = 1 см^3. Определить количество вещества v и число N молекул воды.

203. Найти плотность водорода при температуре t = 15^{0}С и давлении P = 97,3 кПа.

204. Сосуд откачен до давления P =1,33$\cdot$10^{-9} Па, температура воздуха t = 15^{0}С. Найти плотность воздуха в сосуде.

205. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящего в сосуде объемом V= 2 л. Количество v вещества кислорода равно 0,2 моль.

206. Определить количество вещества водорода, заполняющего сосуд объемом V = 3 л, если концентрация молекул газа в сосуде n = 2 10^{18}м$^{-3}$.

207. Газ в колбе емкостью 350 $см^3$ находящейся при температуре 18^0 С, разряжен до давления 10^{-5} Па. Определить, сколько молей и молекул содержится в колбе.

208. Масса m = 12 г газа занимает объем V = 4 л при температуре t_1 = 7^0С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной ρ = 0,6 $кг/м^3$. До какой температуры t_2 нагрели газ?

209. Сколько молей и какое количество молекул газа находится в баллоне объемом 2 литра, если температура газа 47^0С, а давление 1,6 10^5 Па?

210. В сосуде объемом 0,7 $м^3$ находится смесь 8 кг водорода и 4 кг кислорода при температуре 7°С. Определить давление и молярную массу смеси газа.

211. В сосуде объемом 200 литров содержится азот при температуре 2^0С. Часть азота израсходовали и давление снизилось на $2 \cdot 10^5$ Па. Сколько израсходовано газа?

212. Азот находится под давлением 1,6 10^5Па и занимает объем 2,8 л. Масса азота 56г. На сколько изменится температура газа, если его объем уменьшится в два раза, а давление увеличится до 4 10^5Па?

213. Каково будет давление воздуха, если 5 л его сжаты до объема 1,5 л при неизменной температуре? Начальное давление воздуха $2 \cdot 10^5$ Па. Постройте по точкам график процесса в координатах *P, V*.

214. В сосуде находятся масса m_1 = 14 г азота и масса m_2 = 9 г водорода при температуре t = 10^0С и давлении P = 1 МПа. Найти молярную массу смеси и объем сосуда.

215. В сосуде объемом V = 40 л находится кислород при температуре T = 300 К. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на ΔP = 100 кПа. Определить массу израсходованного кислорода, если его температура не изменилась.

216. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление P_1= 2 МПа и температура T_1 = 800 К, в другом P_2 = 2,5 МПа, T_2 = 200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до T_3 = 200 К. Определить установившееся в сосудах давление

217. Масса m = 10 г кислорода находится при давлении P = 304 кПа и температуре t_1 = 10^0С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем V_2 =10 л. Найти объем V_1 газа до расширения, температуру t_2 газа после расширения, плотности ρ_1 и ρ_2 газа до и после расширения.

218. Смесь водорода и азота общей массой m = 290 г при температуре T = 600 К и давлении P = 2,46 МПа занимает объем V = 30 л. Определить массу водорода и массу азота.

219. В сосуде находится масса m_1 = 10 г углекислого газа и маса m_2 = 15 г азота. Найти плотность смеси при температуре t = 20^0С и давлении P = 150 кПа.

220. Определить суммарную кинетическую энергию E_k поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объемом V = 3 л под давлением P = 540 кПа.

221. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа $\left\langle \upsilon_{кв} \right\rangle$ = 450 м/с. Давление газа P = 150 кПа. Найти плотность газа при этих условиях.

222. Плотность некоторого газа ρ = 0,082 кг/м^3 при давлении P = 100 кПа и температуре t = 17 ^{0}С. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа и его молярную массу.

223. Определить среднюю квадратичную скорость $<\upsilon_{кв}>$ молекулы газа, заключенного в сосуде объемом V = 2 л под давлением P = 200 кПа. Масса газа m = 0,3 г.

224. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса m каждой пылинки равна 6 10^{-10} г. Газ находится при температуре T = 400 К. Определить средние квадратичные скорости $\left\langle \upsilon_{кв} \right\rangle$, а так же средние кинетические энергии поступательного движения молекул азота и пылинки.

225. Вычислить кинетическую энергию поступательного, вращательного движений и полную кинетическую энергию молекул аргона, кислорода и паров воды при температуре 27^{0}С, а также средние квадратичные скорости молекул.

226. Определить полную энергию молекул азота, который находится в баллоне объемом V=100 л при давлении 1,5 10^5 Па.

227. При температуре 37°C движутся взвешенные в воздухе мельчайшие пылинки массой 10^{-12} кг каждая. Определить среднюю квадратичную, среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорости пылинок.

228. Найти число молекул водорода в единице объема сосуда при давлении P = 266,6 Па, если средняя квадратичная скорость его молекул $\left\langle \upsilon_{кв} \right\rangle$ = 2,4 км/с.

229. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом V = 20 л, E_n =5 кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул $\left\langle \upsilon_{кв} \right\rangle$ = $2\cdot10^3$ м/с. Найти массу азота в баллоне и давление, под которым он находится.

230. Масса m = 1 кг двухатомного газа находится под давлением P = 80 кПа и имеет плотность ρ = 4 кг/м^3. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

231. В сосуде объемом V = 6 л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость c_v этого газа при постоянном объеме.

232. Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости c_v=10,4 кДж/кг·К и c_p = 14,6 кДж/кг·К.

233. Найти удельные c_v, c_p и молярные C_v, C_p теплоемкости азота и гелия.

234. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса μ = 4 10^{-3} кг/моль и отношение теплоемкостей C_p/C_v= 1,67.

235. Трехатомный газ под давлением P = 240 кПа и температуре t = 20°С занимает объем V = 10 л. Определить теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

236. Удельная теплоемкость газа c_p = 1,006 10^3кДж/кг·К. Отношение C_p/C_v = 1,4. Определить молярную массу газа.

237. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях ρ = 1,43 кг/м^3. Найти удельные теплоемкости c_v, c_p этого газа.

238. Молярная масса некоторого газа μ = 0,03 кг/моль, отношение C_p/C_v = 1,4. Найти удельные теплоемкости c_v, c_p этого газа.

239. Удельная теплоемкость некоторого двухатомного газа c_p = 14,7 кДж/кг·К. Найти молярную массу этого газа.

240. Определить изменение внутренней энергии 10 кг водорода при изобарическом расширении, если в процессе нагревания температура повысилась на 100°С.

241. В баллоне емкостью 10 дм^3 содержится кислород при температуре 30°С и под давлением 10^7Па. При нагревании кислород получил 5 10^4 Дж теплоты. Определить температуру и давление кислорода после нагревания.

242. Водород занимает объем V = 1 м^3 при давлении P_1 = 10 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления P_2 = 20

кПа. Определить изменение внутренней энергии газа и теплоту, сообщенную газу.

243. Кислород при неизменном давлении P = 100 кПа нагревается. Его объем увеличивается от V_1= 1 м^3 до V_2 = 2 м^3. Определить изменение внутренней энергии кислорода.

244. В цилиндре под поршнем находится азот, имеющий массу m = 5 кг и занимающий объем V_1= 8 м^3 при температуре T_1 = 400 К. После нагревания объем газа стал V_2 = 27 м^3, температура осталась неизменной. Найти работу расширения газа.

245. Один моль гелия изобарически расширяется от объема V_1= 5 л до объема V_2= 10 л при давлении P = 2 10^6 Па. Определить изменение внутренней энергии газа в этом процессе.

246. Один грамм кислорода (O_2) нагревается от t_1 = 10°C до t_2= 50°C при P = $Const$. Определить изменение внутренней энергии.

247. Два грамма азота нагреваются от t_1 = 0,15°C до t_2= 2,25°C при V = $Const$. Определить изменение внутренней энергии.

248. Один грамм кислорода нагревается от t_1 = 20°C до t_2= 40°C при ΔQ = 0. Определить изменение внутренней энергии.

249. Азот занимает объем V_1= 2 м^3 и находится под давлением P_1= 10^5 Па. Газ нагревают при постоянном объеме до давления P_2= 5 10^5 Па. Масса азота m = 3 кг. Определить изменение внутренней энергии и количество теплоты, переданное газу.

250. Определить работу расширения 10 кг водорода при постоянном давлении и количество теплоты переданное водороду, если в процессе нагревания температура газа повысилась на 200°С.

251. Газ объемом 5 м^3 при изотермическом расширении изменяет давление от 15,5 10^5 Па до 2 10^6 Па. Определить работу расширения.

252. Двухатомному газу сообщено количество теплоты 2,093 кДж. Газ расширяется при P = const. Найти работу расширения газа.

253. Азот, адиабатически расширяясь, совершает работу A равную 400 кДж. Определить конечную температуру газа, если до расширения он имел температуру T_1 = 350К. Масса азота m = 12 кг. Теплоемкость считать постоянной.

254. Водород занимает объем V = 25 м^3 при давлении P_1 = 15 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления P_2 = 30 кПа. Определить количество тепла, переданное газу.

255. Кислород при неизменном давлении P = 50 кПа нагревается, при этом его объем увеличивается от V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Определить работу, совершаемую кислородом при расширении.

256. Азот занимал объем V_1 = 2 м^3 при температуре T = 500 К. В результате нагревания газ расширился и занял объем V_2= 5 м^3, причем температура осталась неизменной. Найти работу, совершенную газом. Масса азота m = 1 кг.

257. Во сколько раз увеличится объем кислорода, содержащий количество вещества ν = 2 моль при изотермическом расширении, если при этом совершается работа A = 400 Дж. Температура кислорода T = 100 К.

258. Азот (N_2) занимает объем V_1 = 2 м^3 и находится под давлением P_1= 10^5 Па .Газ нагревают при постоянном давлении до объема V_2 = 4 м^3.Определить работу, совершенную газом.

259. Кислород (O_2) занимает объем V_1 = 5 м^3 и находится под давлением P_1= 10^5 Па .Газ нагревают при постоянном давлении до объема V_2 = 15 м^3 .Определить работу, совершенную газом.

260. Масса m = 10 г кислорода находится при давлении P = 300 кПа и температуре t = 10^0 С. После нагревания при $P = const$ газ занял объем V = 10 л. Найти количество теплоты Q, полученная газом, изменение внутренней энергии газа и работу газа по расширению.

261. Масса m = 5,6 г водорода, находящегося при температуре t = 27^0С, расширяется вдвое при P = const за счет притока тепла извне. Найти работу расширения газа, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты сообщенное газу.

262. Количество ν = 2 кмоля углекислого газа нагревается при постоянном давлении на ΔT = 50 К. Найти изменение внутренней энергии газа, работу расширения газа и количество теплоты сообщенное газу.

263. Двухатомному газу сообщено Q = 2,093 кДж теплоты. Газ расширяется при P = const. Найти работу расширения газа.

264. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа A = 156,8 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?

265. В сосуде объемом V = 5 л находится газ при давлении P = 200 кПа и температуре t = 17^{0}С. При изобарическом расширении газа была совершена работа A = 196 Дж. На сколько нагрели газ?

266. Масса m = 7 г углекислого газа была нагрета на ΔT = 10 К в условиях свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

267. Масса m = 10,5 г азота изотермически расширяется при температуре t = -23^{0}С, причем его давление изменяется от P_1 = 250 кПа до P_2 = 100 кПа. Найти работу газа по расширению.

268. Работа изотермического расширения массы m = 10 г некоторого газа от объема V_1 до V_2 = 2V_1 оказалась равной A = 575Дж. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа при этой температуре.

269. При изотермическом расширении газа, занимавшего объем V = 2 м^3, давление его меняется от P_1 = 0,5 МПа до P_2 =0,4 МПа. Найти работу, совершенную при этом.

270. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу 73,5 кДж. Температура нагревателя 100^0 С, температура холодильника 0^0 С. Найти КПД цикла, количество теплоты, получаемое за один цикл от нагревателя.

271. Определитель КПД цикла Карно, если температуры нагревателя и холодильника соответственно равны 200°С и 11°С.

272. Какова температура охладителя в машине, работающей по принципу Карно, если газ получил от нагревателя 100 кал. тепла (1 кал.= 4,19 Дж), а совершил работу 160 Дж? Температура нагревателя 117°С.

273. Газ, совершающий цикл Карно, отдал 60% получаемого тепла. Определить температуру T_1 охладителя, если температура нагревателя T_2 = 430 К.

274. Газ в цикле Карно получает теплоту Q = 84 кДж. Какую работу совершает газ, если температура T_1 нагревателя в три раза выше температуры T_2 охладителя?

275. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Машина получает от нагревателя Q_1 = 6,28 кДж количества теплоты. Найти КПД цикла и работу, совершенную за цикл.

276. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу А =2,94 кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты Q_2 = 13,4 кДж. Найти КПД цикла.

277. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя T_1 в два раза выше, чем температура охладителя T_2. Нагреватель передал газу Q_1 = 70 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

278. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту Q_2 = 25 кДж. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя T_2= 250 К, работа цикла A равно 10 кДж.

279. Газ, совершающий цикл Карно, получил от нагревателя теплоту Q_1 = 9 кДж. Определить температуру нагревателя T_1, если температура охладителя T_2= 280 К, Q_2 = 3 кДж

РАЗДЕЛ III. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

3.1 ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Закон Кулона:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2},$$

где F - сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2;

r - расстояние между зарядами;

ε - диэлектрическая проницаемость среды;

ε_0 - электрическая постоянная.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}\ \text{Ф/м} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}.$$

2. Напряженность электростатического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на точечный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля.

3. Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2}.$$

4. Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью (или цилиндром) на расстоянии r от её оси,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r},$$

где τ - линейная плотность заряда.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити (цилиндра):

$$\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}.$$

5. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$

где σ - поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

6. Напряженность поля между двумя равномерно и разноименно заряженными бесконечными параллельными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

7. Напряженность электрического поля E, создаваемого металлической заряженной сферой радиуса R на расстоянии r от центра сферы

а) на поверхности сферы (*r = R)*: $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R^2}$;

б) вне сферы *(r > R)*: $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r^2}$;

в) внутри сферы *(r < R)*: $E = 0$.

8. Электрическое смещение $\vec{D}$ связано с напряженностью $\vec{E}$ электрического поля соотношением

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon \cdot \vec{E}.$$

Это соотношение справедливо только для изотропных диэлектриков.

9. Потенциал поля точечного заряда $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R}$,

где R - расстояние от заряда до точки, в которой вычисляется потенциал.

10. Работа перемещения электрического заряда в электрическом поле из точки A в точку B

$$A = q\int_A^B EdlCos(E, dl), \qquad A = q(\varphi_A - \varphi_B).$$

11. Потенциал поля металлической полой сферы:

а) на поверхности сферы $(r = R)$: φ □ $= \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot R}$,

где R - радиус сферы;

б) вне сферы $(r > R)$: $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r}$,

где r - расстояние от центра сферы

12. Связь между напряженностью поля и потенциалом:

$$\vec{E} = -\frac{d\vec{\varphi}}{dr} = -\overrightarrow{qrad}\,\varphi,$$

Для постоянного поля $E = const$:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}.$$

13. Сила между двумя заряженными обкладками конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon_0\varepsilon \cdot E^2 S}{2}.$$

14. Электрическая емкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta\varphi},$$

где Δq – заряд, сообщенный проводнику (конденсатору);

$\Delta\varphi$ – изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

15. Емкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon \cdot S}{d}$,

где S – площадь пластины конденсатора,

d – расстояние между пластинами.

16. Емкость слоистого конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2} + \ldots + \dfrac{d_n}{\varepsilon_n}}$.

17. Емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε):

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(R_1/R_2)}.$$

18. Емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n,$$

где n – число конденсаторов.

Напряжение и заряд на конденсаторах, соединенных параллельно:

$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n,$$

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n.$$

19. Формула для определения емкости батареи последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Напряжение и заряд на конденсаторах, соединенных последовательно:

$$U=U_1+U_2+...+U_n,$$

$$q=q_1=q_2=...=q_n$$

20. Энергия заряженного проводника $W=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}=\frac{q\varphi}{2}$,

где $U = \Delta\varphi$ - разность потенциалов или напряжение.

21. Энергия заряженного плоского конденсатора:

$$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot E^2}{2}V,$$

где V – объем конденсатора.

22. Объемная плотность энергии электрического поля

$$\omega=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot E^2}{2}=\frac{ED}{2}=\frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

23. Сила тока $I=\frac{dq}{dt}$,

Сила постоянного тока $I=\frac{q}{t}$,

24. Вектор плотности тока. $\vec{j}=\frac{I}{S}\vec{k}$,

где $\vec{k}$ - единичный вектор, по направлению совпадающий с направлением движения положительных носителей заряда;

S - поперечное сечение проводника.

25. Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС,

$$I = \frac{U}{R},$$

где I – сила тока,

U – напряжение,

R – сопротивление проводника.

26. Закон Ома для полной замкнутой цепи $$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где ε – э. д. с. генератора,

R – внешнее сопротивление,

r – внутреннее сопротивление генератора.

27. Закон Ома в дифференциальной форме $$j = \sigma \cdot E = \frac{1}{\rho} E,$$

где E – напряженность электрического поля;

σ - удельная электрическая проводимость вещества проводника;

ρ - удельное сопротивление

28. Закон Джоуля-Ленца

$$A = Q = I \cdot U \cdot t = I^2 R \cdot t = \frac{U^2}{R} t,$$

где A – работа по перемещению зарядов по проводнику;

Q – количество выделенной в проводнике теплоты;

t – время протекания тока.

29. Сопротивление однородного проводника $$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ - удельное сопротивление;

l - длина проводника;

S - поперечное сечение проводника.

30. Удельная проводимость (электропроводность)

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

31. Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha \cdot t),$$

где ρ и ρ_0 – удельные сопротивления соответственно при t и 0^oC;

t – температура (по шкале Цельсия);

α - температурный коэффициент сопротивления.

32. Полная мощность, выделяющаяся в цепи

$$N = I \cdot \varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}$$

33. Коэффициент полезного действия источника тока

$$\eta = \frac{N_n}{N} = \frac{R}{R + r},$$

где N_n – полезная мощность;

N – полная мощность.

34. Законы Кирхгофа для разветвленной цепи:

а) первый $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$

б) второй $\sum_{k=1}^{n} I_k R_k = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k$

3.2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1 . В вершинах квадрата расположены равные положительные заряды $+2\cdot10^{-7}$ Кл (рис.1). В центре квадрата размещен отрицательный заряд. Вычислить, какой величины должен быть этот заряд, чтобы уравновесить силу взаимного отталкивания зарядов, расположенных по вершинам квадрата.

Дано: $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 2\cdot10^{-7}$Кл

Найти: q_5

Решение: Для определения величины q_5 используем закон Кулона. Заряды q_1, q_2, q_3, q_4 одинаковы и расположены симметрично. Определим условия, при которых один из зарядов, например q_1, находился бы в равновесии с зарядом q_5.

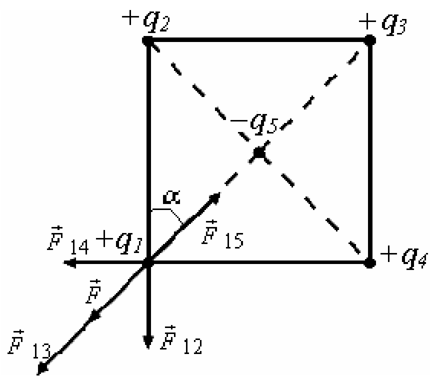


Рис.1

Устанавливаем силы отталкивания, которые испытывает заряд q_1 от положительных зарядов q_2, q_3, q_4. По принципу суперпозиции поле каждого заряда q_2, q_3, q_4 действует на заряд q_1 независимо. Это позволяет составить векторную сумму этих сил $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$, $\vec{F}_{14}$. Чтобы установить условие равновесия зарядов q_1 и q_5 надо, чтобы векторная сумма действующих сил была равна нулю. С учетом указанного:

$$\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13}+\vec{F}_{14}+\vec{F}_{15} = 0, \qquad (1)$$

где $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{13}$, $\vec{F}_{14}$, $\vec{F}_{15}$ – силы, действующие со стороны зарядов q_2, q_3, q_4 и q_5 на заряд q_1. Учитывая расположение зарядов (см. рис.1) заменим в (1) $\vec{F}_{12}+\vec{F}_{14}$ на $\vec{F}$ и получим:

$$\vec{F} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{15} = 0. \qquad (2)$$

Переходим от векторного к скалярному выражению:

$$F = 2F_{12}\cos\alpha\ ,\ 2F_{12}\cos\alpha + F_{13} - F_{15} = 0. \qquad (3)$$

Применяя закон Кулона, перепишем формулу (2) в следующем виде:

$$2\frac{q_1 q_2 \cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{12}^{\ 2}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{13}^{\ 2}} = \frac{q_1 q_5}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{15}^{\ 2}}.$$

Так как $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$, то

$$2\frac{q^2 Cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{12}^{\ 2}} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{13}^{\ 2}} = \frac{q q_5}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot r_{15}^{\ 2}}. \qquad (4)$$

Кроме того, по условию $r_{12} = r_{14} = r_{23} = r_{34}$, тогда

$$r_{13} = \sqrt{r_{12}^2 + r_{23}^2} = r_{12}\sqrt{2}\ ; \qquad r_{15} = \frac{r_{13}}{2} = r_{12}\frac{\sqrt{2}}{2}. \qquad (5)$$

Подставляя в (4) r_{13} и r_{15} из (5), после преобразования получим:

$$q_5 = q\left(Cos\alpha + \frac{1}{4}\right).$$

Производим исчисление в единицах СИ:

$$q_5 = 2\cdot 10^{-7}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) = 2\cdot 10^{-7}\ 0{,}957 = 1{,}92\cdot 10^{-7}\text{Кл}.$$

Пример 2. Два одинаковых положительных заряда 10^{-7} Кл находятся в воздухе на расстоянии 8см друг от друга. Определить напряженность в точке *О*, находящейся на середине отрезка, соединяющего заряды, и в точке *А*, расположенной на расстоянии 5 см от зарядов.

Дано: $q_1 = q_2 = 10^{-7}$ Кл, r = 8 см = 0,08 м, r_1 = 0,05 м.

Найти: E_o и E.

Решение: Напряженность поля, создаваемого зарядами, находится по принципу суперпозиции. Результирующая напряженность $\vec{E}$ определяется векторной суммой напряженностей, создаваемых каждым зарядом в данной точке поля:

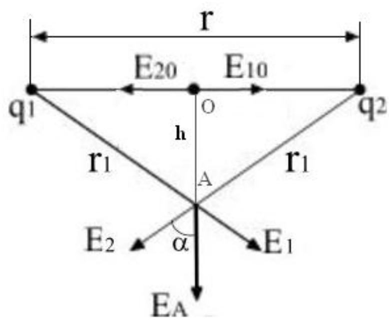


Рис.2

$$\vec{E} = \vec{E}_{10} + \vec{E}_{20}, \qquad (6)$$

где $\vec{E}_{10}$ и $\vec{E}_{20}$ - величины напряженностей полей, определяемых по формуле

$$\vec{E}_{10} = \vec{E}_{20} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2}. \qquad (7)$$

Чтобы найти численное значение напряженности в точке *О*, надо сначала построить векторы напряженностей $\vec{E}_{10}$ и $\vec{E}_{20}$. Так как заряды положительные, их векторы направлены от точки *О* в сторону от зарядов, создающих это поле (рис.2).

Кроме того, заряды равны и расположены на равном расстоянии от точки O. Поэтому с учетом направления векторов из формулы (6)

$$E_{10} = E_{20}, \quad E_O = E_{10} - E_{20},$$

получаем $$E_O = E_{10} - E_{20} = 0.$$

В точке A напряженность вычисляется по формуле (6) при аналогичном построении векторов. Результирующий вектор напряженности $\vec{E}_A$ является диагональю параллелограмма (см.рис.2), следовательно, $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ или $E_A = 2E_1 \cdot \cos\alpha$ так как $E_1 = E_2$. Численное значение напряженности поля в точке A определяется по формуле

$$E_A = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\, r_1^2} \cdot \frac{h}{r_1},$$

$$h = OA = 0{,}03 \text{ м},$$

$$E_A = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}03}{4\pi \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}05^3} = 4{,}32 \cdot 10^5 \,\frac{\text{В}}{\text{м}},$$

Проверяем единицу измерения: $$[E] = \left[\frac{\text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}^3}\right] = \left[\frac{\text{В}}{\text{м}}\right]$$

Пример 3. Установить, как изменится емкость и энергия плоского воздушного конденсатора, если параллельно его обкладкам ввести металлическую пластину толщиной 1 мм. Площадь обкладки конденсатора 150 см^2, расстояние между обкладками 6 мм. Конденсатор заряжен до 400 В и отключен от батареи.

Дано: $\varepsilon = 1$, $d_0 = 1$ мм = 10^{-3} м, $S = 150$ см^2= 15 10^{-3}м^2, $d = 6$ мм = 6 10^{-3} м, $U = 400$ В.

Найти: ΔC, ΔW

Решение: Емкость и энергия конденсатора при внесении в него металлической пластины будут изменяться. Это вызвано тем, что металлическая пластина уменьшает объем или, что то же, уменьшает расстояние между пластинами с d до d - d_0 (рис.3). Используем формулу электроемкости плоского конденсатора:

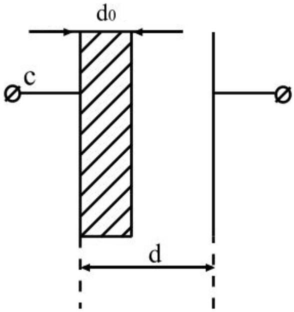


Рис.3

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d}, \tag{8}$$

где S - площадь пластины, d - расстояние между пластинами.

В нашем случае

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d - d_0} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S d_0}{d(d - d_0)} . \tag{9}$$

Проводим вычисления в системе СИ:

$$\Delta C = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 4{,}43 \cdot 10^{-12} \, \Phi .$$

Проверим единицы измерения в СИ:

$$[\Delta C] = \left[\frac{\Phi \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} \right] = [\Phi]$$

Так как электрическое поле в плоском конденсаторе однородно, плотность энергии во всех его точках одинакова и равна

$\omega = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot E^2}{2}$, где E – напряженность поля между обкладками конденсатора. При внесении металлической пластины параллельно обкладкам напряженность поля остается неизменной, а объем электрического поля уменьшился на

$$\Delta V = S\,(d - d_0) - Sd = - Sd_0,$$

Следовательно, изменение энергии (её конечное значение меньше начального) произошло вследствие уменьшения объема поля конденсатора:

$$\Delta W = \omega \cdot \Delta V = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot E^2}{2} S d_0 . \qquad (10)$$

Напряженность поля E определяется через градиент потенциала

$$E = -\frac{U}{d}, \qquad (11)$$

где U - разность потенциалов, d - расстояние между обкладками. Расчетная формула (10) с учетом формулы (11) примет вид:

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2d^2} S d_0 . \qquad (12)$$

Подставляя числовые значения (в единицах СИ) в формулу (12), получаем:

$$\Delta W = \frac{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 400^2}{2 \cdot 6^2 \cdot 10^{-6}} 150 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 2{,}95 \cdot 10^{-7}\ \text{Дж}.$$

Проверяем единицы измерения:

$$[\Delta W] = \left[\frac{Ф \cdot В^2 \cdot м^2}{м \cdot м^2}\right] = [Дж].$$

<u>Пример 4</u>. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух пластин площадью 100 см^2, расположенных на расстоянии 4 мм друг от друга. Конденсатор заряжают от батареи в 200 В и отключают от нее. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками в два раза? Решить задачу при условии, когда конденсатор не отключают от батареи.

Дано: ε = 1, d_1 = 4 мм = 4 10^{-3}м, $S_1 = S_2$ = 50 см^2= 5 10^{-3}м^2, d_2 = 8мм = 8 10^{-3}м, U_0 = 200 В.

Найти: A.

Решение: Чтобы увеличить расстояние между обкладками конденсатора , отключенного от батареи, необходимо совершить работу под действием внешних сил. Работа внешних сил $A = \int_{d_1}^{d_2} dA$ зависит от приложенной силы F и перемещения от d_1 до d_2 , где

$$dA = Fdd. \tag{13}$$

Приложенная сила определяется силой взаимодействия между пластинами

$$F = E_1 \cdot q, \tag{14}$$

где q - заряд пластины, E_1 – напряженность поля.

Величина напряженности может быть получена через градиент потенциала

$$E_1 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \,. \qquad (15)$$

Заряд пластины, перемещаемый относительно другой пластины, может быть найден по площади пластины S, расстоянию между обеими пластинами *d* и разности потенциалов U. Из формулы емкости плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d}$, $q = CU$ получаем

$$q = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot SU}{d} \,. \qquad (16)$$

Проведя подстановку формул (14), (15), (16) в уравнение (13), получаем

$$dA = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot SU^2}{2l^2} dl \,, \qquad l = d \qquad (17)$$

Для определения полной работы необходимо учесть, что при отключенном конденсаторе напряжение изменяется, но заряд q и напряженность поля E остаются неизменными:

$$E = Const,\ E = -\frac{U}{l} = Const, \qquad \frac{U}{l} = \frac{U_0}{l_0}, \qquad l_1 = d_1. \qquad (18)$$

Подставим выражение (18) в уравнение (17) и проинтегрируем:

$$A = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S{U_0}^2}{2{l_0}^2}(l_2 - l_1), \qquad l_2 = d_2. \qquad (19)$$

Подставляя в (19) числовые значения (в единицах СИ), находим

$$A = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 200^2}{2 \cdot 4^2 \cdot 10^{-6}} 4 \cdot 10^{-3} = 4.42 \cdot 10^{-7}\ \text{Дж}\,.$$

<u>Пример 5</u>. Найти токи, протекающие в каждой ветви электрической цепи (рис.4), если ε_1= 130В, ε_2 = 117В, R_1 = 0,5 Ом, R_2 = 0,3 Ом, R_3 = 12 Ом. Внутренне сопротивление источников ЭДС не учитывать.

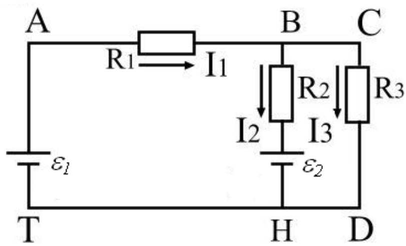


Рис.4

Дано: ε_1 = 130В, ε_2 = 117В, R_1 = 0,5 Ом, R_2 = 0,3 Ом, R_3 = 12Ом

Найти I_1, I_2, I_3

Решение:. Задача дана для расчета разветвленных цепей, когда в них есть несколько источников тока. При решении задач такого типа рационально пользоваться законами Кирхгофа. Первый закон сформулирован для узлов, т.е. точек разветвления, в которых сходится больше двух проводников: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю $\sum_{k=I}^{k=n} I_K = 0$.

Второй закон для замкнутых контуров гласит: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивление соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре

$$\sum_{I}^{n} I_K R_K = \sum_{I}^{n} U_K = \sum_{I}^{n} \varepsilon_K$$

Решая совместно составленные по этим законам уравнения, можно определить ту или иную искомую величину (сопротивление внешней цепи или источника силы тока, ЭДС). Для составления уравнений по указанным законам надо придерживаться следующих правил:

1. Обозначить на схеме буквами узлы и контуры.
2. Произвольно выбрать направление токов (если они не оговорены условием задачи) во всех участках цепи и обозначить их на чертеже стрелками.
3. Учесть направление токов при составлении первого закона. Положительными считать токи, подходящие к узлу, отрицательными – отходящие от узла.
4. Составить систему уравнений для первого закона Кирхгофа. Число уравнений, составленных по этому закону, должно быть на единицу меньше числа узлов в цепи.
5. Выбрать произвольно направление обхода контура. Условиться, что ЭДС в уравнении будет положительна, если направление от отрицательного полюса к положительному совпадает с направление обхода, в противном случае ЭДС отрицательна.
6. Считать падение напряжения в цепи положительным, если выбранное ранее направление тока а этом участке (между двумя узлами) совпадает с направлением обхода контура, и отрицательным, если направление тока не совпадает с направлением обхода контура.
7. Первый контур выбирается произвольно. При составлении уравнений следующих контуров надо включать в них контуры, ранее не входившие.

8. Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, определяется следующим условием. Если число контуров в цепи m , а узлов в ней n , то число независимых уравнений, достаточных для решения, равно m-n+1.
9. Получение в ответе токов с отрицательными знаками означает только то, что было выбрано направление, обратное действительному.

Согласно сформулированным выше правилам, решаем задачу 5:

1) Обозначим на схеме контуры, узлы, направление токов.

2) Устанавливаем число m - число ветвей (в данной схеме их 3) и число n - число узлов (в данной схеме их 2 – в точках В и Н. См.рис.4).

3) Для составления уравнения по первому закону Кирхгофа следует выбрать один из указанных узлов. Выбираем узел В, в котором сходятся токи трех проводников. Учитывая направление токов, получим

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \qquad (20)$$

4) Устанавливаем число уравнений, необходимых для решения задач по второму закону Кирхгофа. Это число уравнений равно m-n+1 = 3 – 2 + 1 = 2. Выбираем контуры В С Д Н В и А В Н Т А. Устанавливаем обход по контуру В С Д Н В. Учитывая правило знаков при проходе тока внутри источника ЭДС, выбираем обход по часовой стрелке, при котором ЭДС ε_2 будет по-

ложительной. С учетом выбранного ранее направления токов составляем первое уравнение по второму закону Кирхгофа

$$-I_2R_2 + R_3I_3 = \varepsilon_2 . \qquad (21)$$

Составляем уравнение для второго контура. Для этого устанавливаем направление обхода для контура А В Н Т А. Так как в этом контуре два источника тока и ε_1 больше ε_2, обход начинаем от ε_1 к ε_2 по часовой стрелке. Кроме этого, знаки при ЭДС и падении напряжения (IR) устанавливаем в соответствии с ранее записанными правилами

$$I_1R_1 + R_2I_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 . \qquad (22)$$

Из уравнения (20) находим

$$I_1 = I_2 + I_3 \qquad (23)$$

Для определения числовых результатов подставляем в формулу (21) и (22) известные числовые значения сопротивление и ЭДС.

$$-0{,}3I_2 + 12I_3 = 117 \qquad (24)$$

$$0{,}5I_1 + 0{,}3I_2 = 130 -117 \qquad (25)$$

После сложения (24) и (25) получим

$$0{,}5I_1 + 12I_3 = 130, \qquad I_1 = \frac{130-12I_3}{0.5} = 260-24I_3 \quad (26)$$

Подставляя полученную силу тока I_1 в (23), находим

$$260\text{-}24I_3 = I_2 + I_3$$

Следовательно

$$I_2 = 260\text{-}25I_3 \qquad (27)$$

Силу тока I_2 (27) используем в выражении (24):

$$-0,3\,(260-25I_3) + 12I_3 = 117$$

$$19,5I_3 = 195, \qquad I_3 = 10\ A \qquad (28)$$

Зная I_3, из формулы (26), находим

$$I_1 = 260 - 240 = 20\ A \qquad (29)$$

Определяем значение I_2 из выражения (23)

$$I_2 = I_1 - I_3 = 20 – 10 = 10\ A$$

<u>Пример 6</u>. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 мм, если масса этого стержня 1кг.

Решение. Сопротивление стержня можно рассчитать по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где R - сопротивление, ρ - удельное сопротивление, l - длина стержня, S - площадь поперечного сечения.

Площадь сечения круглого стержня определяется $S = \frac{\pi d^2}{4}$, где d – диаметр стержня. Длина стержня выразится из его массы $m = j{\cdot}V = j{\cdot}l{\cdot}S$, где m - масса стержня, j - удельная плотность материала стержня, V - объем стержня: $l = \frac{m}{jS}$.

Подставив найденные значения S и l в формулу для R, получим:

$$R = \rho \frac{m}{jS^2} = \rho \frac{16m}{j\pi^2 d^4}$$

Из справочных таблиц находим

$\rho_{ж}$ = 8,7 10^{-8} Ом·м; $j_{ж}$ = 7,9 10^{3} кг/м^{3}

тогда

$$R = 8{,}77 \cdot 10^{-8} \frac{1 \cdot 16}{7{,}9 \cdot 10^{3} \cdot 3{,}14 \cdot (10^{-2})^{4}} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Ом}$$

3.3.ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

300. Два разноименных заряда $2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся друг от друга на расстоянии 5 см. Третий заряд $5 \cdot 10^{-5}$ Кл удален от положительного на расстояние а = 5 см (см рис.5). Каковы величина и направление действия силы на третий заряд?

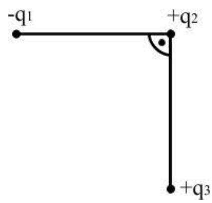


Рис. 5

301. Точечные заряды q_1 = $-2 \cdot 10^{-8}$ Кл и q_2 = $4 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на таком расстоянии, при котором сила взаимодействия между ними равна $2 \cdot 10^{-4}$ Н. С какой силой действуют эти заряды на третий заряд q_3 = 10^{-7} Кл, находящийся за вторым зарядом на расстоянии 3 см? Все заряды расположены на одной прямой.

302. Два положительных точечных заряда q_1 и $9q_2$ закреплены на расстоянии r = 100 см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь заряд, чтобы он находился в равновесии, которое было бы устойчиво, если перемещение заряда возможно только по прямой, проходящей через заряды.

303. На расстоянии d = 20 см находятся два точечных заряда q_1 = -50 нКл и q_2 = 100 нКл. Определить силу F, действующую на заряд q_3 = -10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

304. На тонких нитях длиной 12 см подвешены шарики массой по 1 г. Точка подвеса общая. Им сообщили положительный заряд и они разошлись на угол 45^{o}. Определить электростатическую силу отталкивания, силу тяготения между ними и величину зарядов шариков.

305. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда σ = 4 мкКл/м^2 , расположена бесконечно длинная нить с линейной плотностью заряда τ = 100 нКл/см. Определить силу, действующую на отрезок нити длиной l = 1 м со стороны плоскости.

306. Две одинаковые круглые пластины площадью S = 400 см^2 каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины q_1 = 400 нКл, другой q_2 = -200 нКл. Определить силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними *а)* r_1 = 3 мм; *б)* r_2 =10 м.

307. С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью заряда σ = 5 мкКл/м^2?

308. Точечные заряды q_1 = 2 мкКл и q_2 = -10 мкКл находятся на расстоянии d = 5 см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на r_1 =3 см от первого заряда и на

r_2 = 4 см от второго заряда. Определить также силу F, действующую в этой точке на точечный заряд q = 1 мкКл.

309. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля E = 60 кВ/м. Заряд капли q = $2 \cdot 10^{-18}$ Кл. Найти радиус капли.

310. Две бесконечно длинные положительно и равномерно заряженные нити расположены параллельно друг другу на расстоянии 6 см. Геометрическое место точек, где результирующая напряженность поля равна нулю, расположено в два раза дальше от нити с линейной плотностью заряда $4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м, чем от второй нити, линейную плотность которой требуется определить.

311. Две бесконечно длинные равномерно заряженные нити с линейной плотностью заряда $6 \cdot 10^{-9}$ Кл/м и $-3 \cdot 10^{-9}$ Кл/м расположены параллельно на расстоянии 12 см друг от друга. Установить геометрическое место точек, где результирующая напряженность поля равна нулю.

312. С какой силой на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда τ = 3 мкКл/м, находящиеся на расстоянии r = 2 см друг от друга.

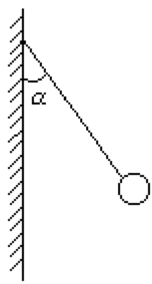


Рис.6

313. На рисунке 6 изображена заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда σ = 40 мкКл/м^2 и одноименно

заряженный шарик с массой m = 1 г и зарядом q = 1 нКл. Какой угол с плоскостью образует нить, на которой висит шарик?

314. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии d = 5 см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями τ_1 = -5 мкКл/см и τ_2 = 10 мкКл/см. Определить напряженность E электрического поля в точке, удаленной от первой нити на расстояние r_1 =3 см, от второй на расстояние r_2 = 4 см.

315. Две бесконечные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями зарядов σ_1 = $5\cdot10^{-7}$мкКл/м^2 и σ_2 = $3\cdot10^{-7}$мкКл/м^2, параллельны друг другу. Чему равна напряженность поля между плоскостями и вне плоскостей, если:

а) плоскости заряжены разноименно (знак заряда на плоскостях разный);

б) плоскости заряжены одноименно (знак заряда на плоскостях одинаковый)?

316. В вершинах правильного шестиугольника расположены через один три положительных и три отрицательных заряда (q = 1,5 нКл). Определить напряженность поля в центре шестиугольника.

317. К бесконечной, равномерно заряженной вертикальной плоскости (рис.6) подвешен на нити одноименно заряженный шарик массой m = 50 мг и зарядом q = 0,6 нКл. Натяжение нити, на которой висит шарик, F = 0,7 мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости.

318. Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости σ = 400 мкКл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой 10 г. Определить заряд шарика, если нить образует с плоскостью угол α = 30°.

319. Какое ускорение сообщает электрическое поле Земли, напряженность которого 130 В/м, заряженной пылинке массой 1г? Пылинка несет заряд q = 3,2·10^{-8} Кл.

320. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов q_1 = 400 нКл и q_2 = 20 нКл, находящихся на расстоянии r = 5 см друг от друга.

321. Пылинка массой 20 мкг, несущая на себе заряд q = 40 нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов U = 200 В пылинка имела скорость υ = 10 м/с. Определить скорость υ_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

322. Электрон, обладавший кинетической энергией E = 10 эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов U = 8 В? (1 эВ = 1,6·10^{-19} Дж)

323. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость υ = 10^5 м/с. Расстояние между пластинами d = 8 мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах.

324. Пылинка массой m = 5 нг, несущая на себе N = 10 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов U = 1 мВ. Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

325. Два шарика с зарядами q_1 = 6,66 нКл и q_2 = 13,33 нКл, находятся на расстоянии r_1 = 40 см. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния r_2 = 25 см?

326. Два одинаковых воздушных конденсатора C = 100 пФ каждый, соединены в батарею последовательно. Определить, на сколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного конденсатора заполнить парафином.

327. Шарик массой 40 мг, имеющий положительный заряд q = 1 нКл, движется со скоростью υ = 10 см/с. На какое расстояние r может приблизиться шарик к положительному точечному заряду q_0 = 1,33 нКл?

328. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ = 40мкКл/м^2. Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости на r_1 = 15 см и r_2 = 20 см.

329. Четыре одинаковые капли ртути, заряженные до потенциала φ = 10 В, сливаются в одну. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?

330. Электрическое поле образовано бесконечно длиной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой τ =

20нКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии r_1 = 8 см и r_2 = 12 см.

331. Два точечных заряда $q_1 = 4\cdot10^{-8}$ Кл и $q_2 = 3\cdot10^{-8}$ Кл сближаются от r_1 = 40 см до r_2 = 15 см. Определить значения потенциалов в точках, где находятся заряды после сближения.

332. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью C = 100 пФ каждый соединены в батарею параллельно. Определить, на сколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного конденсатора заполнить парафином.

333. Два конденсатора емкостью $C_1 = 10^{-6}$ Ф соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС□□ ε = 80 В. Определить заряд q_1 и q_2 каждого из конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

334. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом 10 см каждая. Расстояние между пластинами d = 2 мм. Конденсатор присоединен к источнику напряжения U = 80В. Определить заряд и напряженность E поля конденсатора в двух случаях *а)* диэлектрик-воздух (ε_1 = 1); *б)* диэлектрик-стекло (ε_2 = 6).

335. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии d = 1 см друг от друга, на нити висит заряженный бузиновый шарик массой m = 0,1 г. После подачи на пластины разности потенциалов U = 1 кВ нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 10^0$. Найти заряд шарика.

336. Плоский конденсатор с площадью пластин S = 200см^2 каждая заряжен до разности потенциалов $U = 2\cdot10^3$ В. Расстояние между пластинами d = 2 см, диэлектрик-стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность ω энергии поля.

337. На пластинах плоского воздушного конденсатора с площадью пластин 150 см^2 находится заряд $5\cdot10^{-8}$ Кл. Какова сила взаимного притяжения между пластинами и объемная плотность энергии поля конденсатора?

338. Два конденсатора емкостью 5 и 7 мкФ последовательно присоединены к источнику с разностью потенциалов 200 В. Какова величина зарядов и разность потенциалов батареи, если конденсаторы отсоединить от источника и соединить параллельно?

339. На пластинах плоского воздушного конденсатора равномерно распределен заряд $5\cdot10^{-6}$ Кл Площадь обкладок 100 см^2, а расстояние между обкладками 3 мм. Заряженный конденсатор отключен от батареи. Какую надо произвести работу при раздвижении пластин до 8 мм?

340. Пластины плоского воздушного конденсатора площадью 150 см^2 раздвигают так, что расстояние между ними увеличивается с 5 до 14 мм. Какую работу необходимо при этом произвести, если напряжение между пластинами конденсатора постоянно и равно 380 В?

341. ЭДС батареи ε = 80 В, внутренне сопротивление r_0 = 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность P = 100 Вт. Опреде-

лить силу тока I в цепи, напряжение U, под которым находится внешняя цепь, ее сопротивление.

342. На концах проводника длиной 3 м поддерживается разность потенциалов 1,5 В. Каково удельное сопротивление проводника если плотность тока $j = 5 \cdot 10^5$ А/м^2?

343. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление R = 10,8 Ом. Масса проволоки m = 3,41 кг. Сколько метров проволоки и какого диаметра d намотано на катушке?

344. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 см, если масса этого стержня 1 кг.

345. Два цилиндрических проводника, один из меди, а другой из алюминия, имеют одинаковую длину и сопротивление. Во сколько раз медный провод тяжелее алюминиевого?

346. Реостат из железной проволоки, миллиамперметр и генератор тока включены последовательно. Сопротивление реостата при нуле градусов Цельсия равно 120 Ом, сопротивление миллиамперметра 20 Ом. Миллиамперметр показывает 22 мА. Что будет показывать миллиамперметр, если реостат нагреется до 50°С?

347. Обмотка из медной проволоки при температуре 14°С имеет сопротивление 10 Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равно 12,2 Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди равен 4,15 10^{-3} 1/С°.

348. Найти падение потенциала на медной проволоке длиной 500 м и диаметром 2 мм, если сила тока в нем 2 А.

349. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 мм надо навить на цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы получить печь сопротивлением 40 Ом?

350. При внешнем сопротивлении R_1 = 8 Ом сила тока в цепи равна I_1 =0,8 А. При сопротивлении R_2 = 15 Ом сила тока I_2 = 0,5 А. Определить силу тока $I_{к.з}$ короткого замыкания источника ЭДС.

351. Определить число электронов, проходящих в одну секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной 20 м при напряжении на ее концах U =16 В.

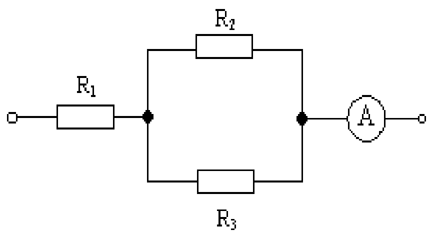


Рис. 7

352. В сеть с напряжением U = 100 В включили катушку сопротивлением R_1 = 2 кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показания вольтметра U_1 = 80 В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал U_2 = 60 В. Определить сопротивление другой катушки.

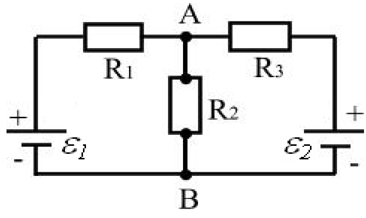


Рис. 8

353. ЭДС батареи ε = 12 В. При силе тока I = 4 А КПД ба-

тареи η = 0,6. Определить внутреннее сопротивление батареи.

354. Найти падение потенциала в сопротивлениях R_1 = 4 Ом, R_2 = 2 Ом и R_3 = 4 Ом (Рис. 7), если амперметр показывает ток I_1 = 3 А. Найти токи I_2 и I_3 в сопротивлениях R_2 и R_3.

355. Элемент с ЭДС ε = 2 В имеет внутреннее сопротивление r = 0,5 Ом. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи I = 0,25 А. Каково внешнее сопротивление R цепи при этих условиях?

356. Определить разность потенциалов между точками A и B (рис.8), если ε_1 = 8 В, ε_2 =6 В, R_1 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 8 Ом, сопротивлением источников тока пренебречь.

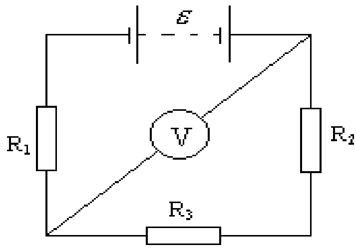


Рис. 9

357. ЭДС батареи ε = 100 В, сопротивления R_1 = 100 Ом, R_2 = 200 Ом, R_3 = 300 В, сопротивление вольтметра R_v = 2 кОм (рис. 9). Какую разность потенциалов показывает вольтметр?

358. Сопротивления R_1 = R_2 = R_3 = 200 Ом, сопротивление вольтметра R_v = 1 кОм (рис. 9). Вольтметр показывает разность потенциалов U = 100 В. Найти ЭДС батареи.

359. Нить накала радиолампы включена в цепь с источником тока ε = 2,2 В. Внутреннее сопротивление источника r = 0,006 Ом. Длина медных проводов 2 м, диаметр 2 мм. Определить сопротивление нити накала лампы, если напряжение на зажимах источника 2,17 В.

360. Амперметр с сопротивлением R_A = 0,16 Ом зашунтирован сопротивлением R = 0,04 Ом. Амперметр показывает ток I_0 = 8 А. Найти ток I в цепи.

361. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки равной длины и диаметра. Найти а) отношение количества теплоты, выделяющихся в этих проводах; б) отношение падения напряжения в проволоках.

362. Определить а) общую мощность; б) полезную мощность; в) КПД батареи, ЭДС которой равна 240В, сопротивление батареи 1 Ом, внешнее сопротивление равно 23 Ом.

363. Имеется 120-вольтная лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении 220 В? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

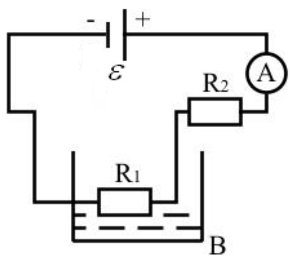


Рис. 10

364. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление R_1 = 2 Ом, а затем на внешнее сопротивление R_2 = 0,5 Ом. Найти ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление r, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяющаяся во внешней цепи, одинакова и равна P = 2,54 Вт.

365. В схеме (рис. 10) ЭДС батареи ε = 120 В, R_2 = 10 Ом включен электрический чайник с сопротивлением спирали R_1.

Амперметр показывает 2 А. Через сколько времени закипит 0,5 л воды, находящейся в чайнике при начальной температуре 4°С? Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь. КПД чайника 76%.

366. Какую мощность потребляет нагреватель электрического чайника, если объем воды V = 1л закипает через время τ = 5 мин? Каково сопротивление R нагревателя, если напряжение в сети U = 120 В? Начальная температура воды t_0 = 13,5 ^{0}С.

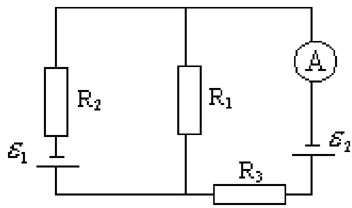


Рис. 11

367. Для нагревания 4,5 л воды от 20°С до кипения нагреватель потребляет 0,5 кВт/час электроэнергии. Чему равен КПД нагревателя?

368. Батареи имеют ЭДС ε_1 = 2 В и ε_2 =1 В, сопротивление R_1 = 1 кОм, R_2 = 0,5 кОм, R_3 = 0,2 кОм, сопротивление амперметра R_A = 0,2 кОм (рис.11). Найти показания амперметра.

369. Батареи имеют ЭДС ε_1 = 2 В, ε_2 = 3 В, сопротивление R_3 = 1,5 кОм, сопротивление амперметра R_A = 0,5 кОм (рис.11). Падение потенциала на сопротивлении R_2 равно U_2 = 1 В (ток через R_2 направлен сверху вниз). Найти показания амперметра.

370. Найти количество теплоты, выделяющейся ежесекундно в единице объема медного провода при плотности тока 30 А/см^2

371. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора S = 1 м^2, расстояние между ними d = 1,5 м. Конденсатор заряжен до разности потенциалов U = 300 В. Найти емкость конденсатора и поверхностную плотность заряда на его пластинах.

372. На расстоянии d = 1см друг от друга расположены две пластины площадью S = 400 см^2 каждая. Водород между пластинами ионизируется рентгеновскими лучами. При напряжении U = 10 В между пластинами идет далекий от насыщения ток I =$2\cdot10^{-6}$А. Определить концентрацию n ионов одного знака между пластинами. Заряд иона равен элементарному заряду

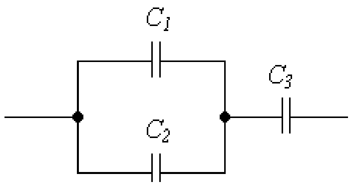


Рис. 12

373. Найти емкость C системы конденсаторов, изображенной на рис. 12. Емкость каждого конденсатора C_i = 0,5 мкФ.

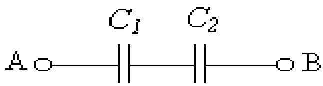


Рис. 13

374. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 13) U = 6 В. Емкость первого конденсатора C_1 = 2 мкФ и емкость второго конденсатора C_2 = 4 мкФ. Найти заряды q_1 и q_2 и разность потенциалов U_1 и U_2 на обкладках каждого конденсатора.

375. Радиус центральной жилы коаксиального кабеля r = 1,5 см, радиус оболочки R = 3,5 см. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов U = 2,3 кВ. Найти

напряженность E электрического поля на расстоянии $x = 2$ см от оси кабеля.

376. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы и концентрической цилиндрической оболочки, между которыми находится диэлектрик ($\varepsilon = 3,2$). Найти емкость C_l единицы длины такого кабеля, если радиус жилы $r = 1,3$ см, радиус оболочки $R = 3,0$ см.

377. В каких пределах может меняться емкость C системы, состоящей из двух конденсаторов, если емкость одного из конденсаторов постоянна и равна $C_1 = 3,33$ нФ, а емкость C_2 другого изменяется от 22,2 до 555,5 пФ?

378. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U = 100$ В. Найти энергию W этого конденсатора.

379. В ионизационной камере находится азот, который ионизируется рентгеновскими лучами. Расстояние между пластинами 1,5 см. Найти плотность тока в трубке, если в 1 см^3 газа в условиях равновесия находится 10^7 пар ионов. Между электродами приложена разность потенциалов $U = 200$ В. Ионы одновалентны.

380. Определить удельную проводимость воздуха, если при ионизации его в камере рентгеновскими лучами плотность тока $j = 5\ 10^5$ А/см^2. Расстояние между электродами 4 см, напряжение $U = 200$ В.

РАЗДЕЛ 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТИЗМ.

4.1.ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ.

1. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_o \vec{H} ,$$

где μ - магнитная проницаемость изотропной среды;

μ_o - магнитная постоянная ($\mu_o = 4 \cdot 10^{-7}$ $Гн/м$).

В вакууме $\mu = 1$и тогда магнитная индукция в вакууме

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} .$$

2. Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_o}{4\pi}\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]\frac{I}{r}, \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_o I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl ,$$

где dB- магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I;

$\vec{r}$ - радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой магнитная индукция вычисляется; α - угол между радиусом – вектором и направлением тока в элементе проводника.

3. Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_o I}{2R} ,$$

где R - радиус кругового витка.

4. Магнитная индукция на оси кругового тока:

$$B=\frac{\mu\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

5. Магнитная индукция поля прямого тока:

$$B=\frac{\mu\mu_o I}{2\pi\cdot r_o},$$

где r_o - расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

6. Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис. 1а):

$$B=\frac{\mu\mu_o}{4\pi}\frac{I}{r_o}\left(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2\right).$$

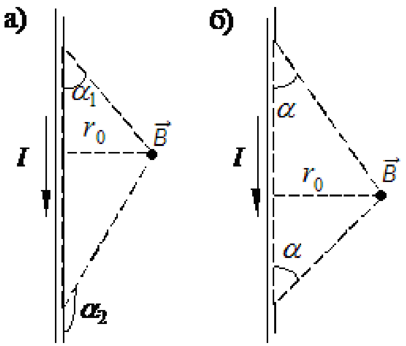


Рис. 1.

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

При симметричном расположении провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. 1б) $\cos\alpha_2=\cos\alpha_1=\cos\alpha$, тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r_0}\cos\alpha .$$

7. Магнитная индукция поля соленоида:

$$B = \mu\mu_0 nI ,$$

где n – число витков соленоида, приходящееся на единицу длины.

8. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, закон Ампера:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\vec{B}\right], \text{ или } F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin\alpha ,$$

где l - длина проводника;

α - угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника. Если поле неоднородно и проводник не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу проводника в отдельности:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right].$$

9. Сила взаимодействия параллельных проводников с током:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l ,$$

где d - расстояние между проводами.

10. Магнитный момент контура с током:

$$\vec{P}_m = I \cdot \vec{S} ,$$

где I - сила тока, протекающего по контуру,

S - площадь контура,

вектор $\vec{S}$ численно равен площади S контура и совпадает по направлению с вектором нормали к плоскости контура.

11. Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_m \cdot \vec{B}\right], \text{ или } M = P \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

где α - угол между векторами $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$.

12. Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле:

$$\Pi = -\vec{P}_m\vec{B}, \text{ или } \Pi = -P_m B\cos\alpha$$

За нулевое значение потенциальной энергии контура с током в магнитном поле принято расположение контура, когда вектор $\vec{P}_m$ перпендикулярен вектору $\vec{B}$.

13. Отношение магнитного момента P_m к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$$\frac{P_m}{L} = \frac{1}{2}\frac{Q}{m},$$

где Q - заряд частицы,

m - масса частицы.

14. Сила Лоренца

$$F = Q\left[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}\right] \text{ или } F = Q \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

где $\vec{\upsilon}$ - скорость заряженной частицы,

α - угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

15. Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha \text{, или } \Phi = B_n \cdot S,$$

где S - площадь контура;

α - угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_s B_n dS,$$

интегрирование ведется по всей поверхности.

16. Потокосцепление (полный поток):

$$\Psi = N \cdot \Phi.$$

Эта формула для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

17. Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$$A = I \cdot \Delta\Phi.$$

18. ЭДС индукции:

$$\mathrm{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

19. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле:

$$U = B \cdot l \cdot \upsilon \cdot \sin\alpha,$$

где l - длина проводника;

α - угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

20. Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{r}, \text{ или } Q = \frac{N \cdot \Delta\Phi}{r} = \frac{\Delta\Psi}{r},$$

где r - сопротивление контура.

21. Индуктивность контура:

$$L = \frac{\Psi}{I}.$$

22. ЭДС самоиндукции:

$$\mathrm{E}_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

23. Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида;

V - объём соленоида.

24. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением r и индуктивностью L:

а) при замыкании цепи:

$$I = \frac{\mathrm{E}}{r}\left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right),$$

где E - ЭДС источника тока;

t - время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи:

$$I = I_0 e^{-\frac{r}{L}t},$$

где I_0 - значение силы тока цепи при $t = 0$;

t - время, прошедшее с момента размыкания цепи.

25. Энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

26. Объёмная плотность энергии магнитного поля (энергия, заключенная в единице объёма):

$$\omega = \frac{1}{2}BH \text{, или } \omega = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu\mu_0}; \text{ или } \omega = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2$$

где B - магнитная индукция;

H - напряженность магнитного поля.

4.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. По длинному прямому тонкому проводу течет ток силой $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого проводником в точке, удаленной от него на расстояние $r = 4$ см.

Решение: Магнитное поле создается прямым бесконечно длинным проводником ничтожно малого сечения. Абсолютная величина B магнитной индукции в данной точке будет зависеть от её расстояния до проводника.

Поэтому все точки на окружности радиуса r (рис. 2), лежащей в плоскости, перпендикулярной проводнику, будут иметь одинаковое значение магнитной индукции:

$$B = \mu_0 \frac{1}{2\pi r} \qquad (1),$$

где μ_0 - магнитная постоянная.

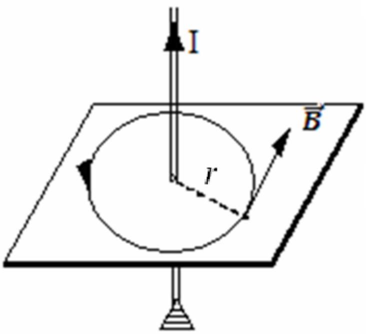


Рис. 2.

Направление вектора $\vec{B}$ зависит от положения точки на окружности и направления тока в проводнике. Этот вектор направлен по касательной к проведенной нами окружности (это следует из закона Био – Савара - Лапласа, записанного в векторной форме). Линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора магнитной индукции, называется магнитной силовой линией. Окружность на рис. 2 удовлетворяет этому условию, а следовательно, является магнитной силовой линией. Направление магнитной силовой линии, а значит, и вектора $\vec{B}$ определено по правилу правого винта.

Подставим в формулу (1) числовые значения величин и произведем вычисления:

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{20}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}} Тл = 10^{-4} Тл = 0{,}1 \text{ мТл}$$

Пример 2. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60A$, расположены на расстоянии d =10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого проводниками с током в точке А (рис. 3) отстоящей от оси одного проводника на расстоянии r_1 = 5 см, от другого - r_2 = 12 см.

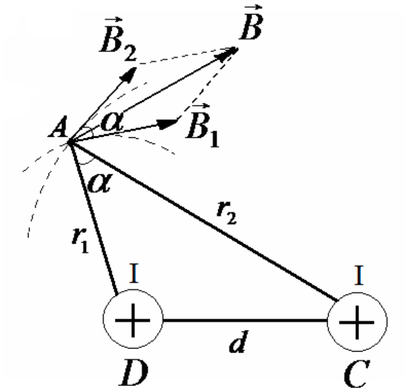


Рис. 3.

Решение: Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитной индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Абсолютное значение магнитной индукции может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^{\ 2} + B_2^{\ 2} + 2B_1B_2\cos\alpha}\ , \qquad (2)$$

где α - угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Значения магнитных индукций [1] B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки А:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}\ ; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}\ .$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (2) и вынося $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^{\ 2}} + \frac{1}{r_2^{\ 2}} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\ . \qquad (3)$$

Вычислим $\cos\alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAA$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем:

$$d^2 = r_1^{\ 2} + r_2^{\ 2} - 2r_1 r_2\cos\alpha$$

где d - расстояние между проводами. Отсюда:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^{\ 2} + r_2^{\ 2} - d^2}{2r_1 r_2}$$

[1] Здесь и далее, если не указана среда, имеется в виду, что проводник находится в вакууме и, следовательно, $\mu = 1$.

После подстановки числовых значений получим:

$$\cos\alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Подставляя в формулу (3) значения входящих величин, определяем искомую индукцию:

$$B = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3{,}14} \sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2} + \frac{1}{(0{,}12)^2} + \frac{2}{0{,}05 \cdot 0{,}12} \cdot \frac{23}{40}} \, Тл =$$

$$= 3{,}08 \cdot 10^{-4} \, Тл = 308 \, мкТл$$

<u>Пример 3.</u> По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной $a = 10$ см, течет ток силой $I = 100$ А. Найти магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O пересечения диагоналей квадрата.

Решение: Расположим квадратный виток в плоскости чертежа (рис. 4). Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция $\vec{B}$ поля квадратного витка будет равна геометрической сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждой стороной квадрата в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \qquad (4)$$

В точке O пересечения диагоналей квадрата все векторы индукции будут направлены перпендикулярно плоскости витка «к

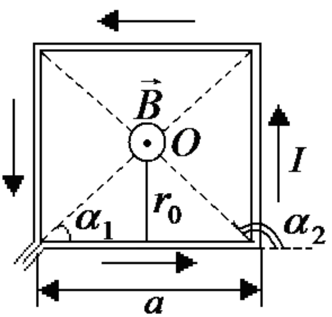


Рис. 4.

нам». Кроме того из соображений симметрии следует, что абсолютные значения этих векторов одинаковы: $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$.Это позволяет векторное равенство (4) заменить скалярным равенством:

$$B = 4B_1 \tag{5}$$

Магнитная индукция B_1 поля, создаваемого отрезком прямолинейного провода с током, выражается формулой:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi \cdot r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right) \tag{6}$$

Учитывая, что $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ и $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$, формулу (6) можно переписать в виде:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r_0}\cos\alpha_1 .$$

Подставив это выражение B_1 в формулу (5), найдем:

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi \cdot r_0}\cos\alpha_1 .$$

Заметив, что $r_0 = \frac{a}{2}$ и $\cos\alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (так как $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$), получим:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi \cdot a} .$$

Подставим в эту формулу числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\cdot 10^{2}}{\pi \cdot 0{,}1}\ \text{Тл} = 1{,}13\cdot 10^{-3}\ \text{Тл} = 1{,}13\ \text{мТл}.$$

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной $a = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 100A$, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 1$ Тл). Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол:

1) $\alpha_1 = 90°$; 2) $\alpha_2 = 3°$. При повороте контура сила тока в нём поддерживается неизменной.

Решение: Как известно, на контуре с током в магнитном поле действует момент сил (рис. 5):

$$M = P_m B \sin\alpha \quad (7)$$

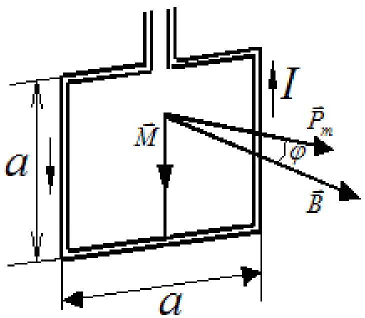


Рис. 5.

где P_m - магнитный момент контура;

B - магнитная индукция;

α - угол между вектором $\vec{P}_m$, направленным по нормали к контуру, и вектором $\vec{B}$.

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ($M = 0$), а значит, $\alpha = 0$, т.е. вектора $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (7), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами.

Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота α), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA = Md\varphi$; Подставив сюда выражение M по формуле (7) и учтя, что

$$P_m = IS = Ia^2,$$

где I – сила тока в контуре;

$S = a^2$ – площадь контура, получим $dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi$. Взяв интеграл от этого выражения, найдём работу при повороте на конечный угол:

$$A = IB \cdot a^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi.$$

Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90°$:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \left|(-\cos\varphi)\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = IBa^2 \quad (8)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ: I = 100 А, В = 1 Тл, а = 10 см = 0,1 м, и подставим в (8):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \, Дж = 1 Дж.$$

Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3°$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (8) $\sin\varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^{\ 2} \qquad (9)$$

Выразим угол φ_2 в радианах. После подстановки числовых значений величин в (9) найдём:

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0{,}1)^2 \cdot (0{,}0523)^2 \, Дж = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \, Дж = 1{,}37 \, мДж$$

Задачу можно решить и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения;

Φ_2 – магнитный поток, пронизывающий контур после перемещения.

Если $\varphi_1 = 90°$, то $\Phi_1 = BS$, $\Phi_2 = 0$. Следовательно $A = IBS = IBa^2$, что совпадает с полученным выше результатом (9).

<u>Пример 5.</u> Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов равную 400В, попал в однородное магнитное поле напряжённостью $H = 10^3 \, А/м$. Определить радиус R кривизны траектории и частоту n вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости перпендикулярен линиям индукции магнитного поля.

Решение: Радиус кривизны траектории электрона определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $\vec{F}_л$ (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, сообщает электрону нормальное ускорение. По второму закону Ньютона можно записать

$$\vec{F}_л = m\vec{a},$$

где a_n – нормальное ускорение или

$$|\bar{e}| \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha = \frac{m\upsilon^2}{R}, \qquad (10)$$

где $\bar{e}$ – заряд электрона;

υ – скорость электрона;

R – радиус кривизны траектории;

α – угол между направлением вектора скорости $\vec{\upsilon}$ и вектором $\vec{B}$ (в данном случае $\vec{B} \perp \vec{\upsilon}$ и $\alpha = 90°, \sin\alpha = 1$).

Из формулы (I) найдём

$$R = \frac{m \cdot \upsilon}{|\bar{e}| \cdot B}, \qquad (11)$$

Входящий в равенство (11) импульс может быть выражен через кинетическую энергию Т электрона:

$$m\upsilon = \sqrt{2mT} \qquad (12)$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов *U*, определяется равенством:

$$T = |\bar{e}| \cdot U \,,$$

Подставив это выражение Т в формулу (12), получим

$$m\upsilon = \sqrt{2m|\bar{e}|U} \,.$$

Магнитная индукция *B* может быть выражена через напряжённость *H* магнитного поля в вакууме:

$$B = \mu_0 H \,,$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Подставив найденные выражения B и $m\upsilon$ в формулу (11), определим

$$R = \frac{\sqrt{2m \cdot |\bar{e}| \cdot U}}{\mu_0 \cdot |\bar{e}| \cdot H} \qquad (13)$$

Выразим все величины, входящие в формулу (13), в единицах СИ:

$m = 9{,}11 \cdot 10^{-31} кг$ (из справочной табл. 17),

$\bar{e} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} Кл$

$U = 400 В,$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м,$

$H = 10^3\ А/м.$

Подставим эти значения в формулу (13) и произведём вычисления:

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 400}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{3}} м = 5{,}37 \cdot 10^{-2} м = 5{,}37 Ом$$

Для определения частоты обращения *n* воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом:

$$n = \frac{V}{2\pi R} \qquad (14)$$

Подставив в формулу (14) выражение (11) для радиуса кривизны, получим:

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{|\bar{e}|}{m} \cdot B, \qquad \text{или} \qquad n = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{|\bar{e}|}{m} \cdot H\,.$$

Все величины, входящие в эту формулу, ранее были выражены в единицах СИ. Подставим их и произведём вычисления:

$$n = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^{3} c^{-1} = 3{,}52 \cdot 10^{7} c^{-1}.$$

<u>Пример 6.</u> В однородном магнитном поле (B=0,1Тл) равномерно с частотой $n = 10 c^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки

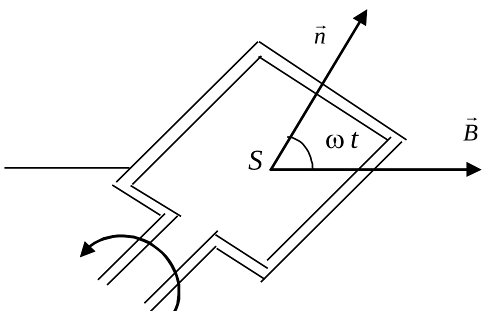


Рис. 6.

$S = 150$ см². Определить мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, соответствующее углу поворота рамки в $30°$.

Решение: Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} \qquad (15)$$

где $-\psi$ потокосцепление.

Потокосцепление связано с магнитным потоком Φ и числом N витков, плотно прилегающих друг к другу, соотношением:

$$\Psi = N \cdot \Phi .$$

Подставляя выражение Ψ в формулу (15), получим:

$$\varepsilon_i = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} . \qquad (16)$$

При вращении рамки (рис.6) магнитный поток, пронизывающий рамку в момент времени t, определяется соотношением:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \omega t ,$$

где B – магнитная индукция;

S – площадь рамки;

ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (16) выражение Ф и продифференцировав по времени, найдём мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \omega t \qquad (17)$$

Круговая частота ω связана с частотой вращения n соотношением

$$\omega = 2\pi \cdot n$$

Подставляя значения величин в формулу (17), получим:

$$\varepsilon_i = 2\pi \cdot n \cdot N \cdot B \cdot S \cdot \sin \omega t \qquad (18)$$

Выразив значения величин, входящих в эту формулу, в единицах СИ:

$$n = 10 c^{-1}, \quad N = 10^3, \quad B = 0{,}1 Тл, \quad S = 1{,}5 \cdot 10^{-2} м^2,$$

$$\omega t = 30° = \frac{\pi}{6},$$

и подставив их в формулу (18), произведём вычисления:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5 B = 47{,}1 B.$$

Пример 7. Соленоид с сердечником из магнитного материала содержит $N = 1200$ витков провода, прилегающих друг к другу. При силе тока $I = 4A$ магнитный поток $\Phi = 6 мкВб$. Определить индуктивность L соленоида и энергию W магнитного поля соленоида.

Решение: Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением:

$$\Psi = L \cdot I \qquad (19)$$

Потокосцепление в свою очередь может быть выражено через поток и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\Psi = N \cdot \Phi \qquad (20)$$

Из выражений (19) и (20) находим интересующую нас индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} \qquad (21)$$

Выразим все величины в единицах СИ:

$$N=1200,\ \Phi = 6 \cdot 10^{-6}\,Вб,\ I = 4А.$$

Подставим их значения в формулу (21) и произведём вычисления:

$$L = \frac{1{,}2 \cdot 10^{3} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4}\,Гн = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\,Гн = 1{,}8\,мГн.$$

Энергия W магнитного поля соленоида с индуктивностью L при силе тока I, протекающего по его обмотке, может быть вычислена по формуле:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^{2}$$

Подставив в эту формулу полученное ранее выражение индуктивности (21) и, произведя вычисления, получим:

$$W = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \Phi \cdot I;$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{3} \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4\,Дж = 1{,}44 \cdot 10^{-2}\,Дж = 14{,}4\,мДж$$

4.3 ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

400. Проволочный виток радиусом R = 25 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре расположена небольшая магнитная стрелка, способная вращаться вокруг верти-

кальной оси. На какой угол α отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой I =15A ? Горизонтальную составляющую магнитного поля Земли принять равной $B = 20 \cdot 10^{-3} Тл$.

401. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол $\varphi = 30°$ с плоскостью магнитного меридиана. Радиус витка R = 20 см.Определить угол α, на который повернётся магнитная стрелка, если по проводнику пойдёт ток силой I = 25 А. Горизонтальную составляющую индукцию магнитного поля Земли принять равной $B = 20 \cdot 10^{-3} Тл$.

402. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми d = 5 см, текут одинаковые токи I = 10 А. Определить индукцию и напряжённость магнитного поля в точке, удалённой от каждого провода на расстояние r = 5 см, если токи текут: а) в одинаковом, б) в противоположных направлениях.

403. Два круговых витка, радиусом 4 см каждый, расположены в параллельных плоскостях на одной оси на расстоянии 0,1 м друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2$ = 2 А. Найти напряженность магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить для случаев:

1) токи в витках текут в одном направлении;

2) токи текут в противоположных направлениях.

404. По контуру в виде равностороннего треугольника течёт ток силой I = 50 А. Сторона треугольника a = 20 см. Определить

напряжённость и магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке пересечения высот.

405. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами a = 8 см и b = 12 см, течёт ток силой I = 50 А. Определить напряжённость $\vec{H}$ и индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

406. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течёт ток. Напряжённость магнитного поля в центре окружности $H_1 = 50\, А/м$. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряжённость H_2 магнитного поля в точке пересечения диагоналей квадрата.

407. Над центром кольцевого проводника радиусом 40 см, по которому течёт ток силой 10 А, находится прямолинейный длинный проводник с током 20 А. Проводник лежит в плоскости, параллельной плоскости кольца на расстоянии 30 см от неё. Вычислить напряжённость магнитного поля в центре кольца. Рассмотреть различные направления токов.

408. Два кольца с токами $I_1 = 5A$, $I_2 = 10A$ расположены так, что имеют общий центр, а плоскости их составляют угол $45°$. Найти индукцию магнитного поля в общем центре колец, если радиусы колец $R_1 = 12 см$; $R_2 = 16 см$.

409. Перпендикулярно плоскости кольцевого тока силой 10 А и радиусом 20 см проходит изолированный провод так, что он

касается кольца. Ток в проводе равен 10 А. Найти суммарную напряжённость магнитного поля в центре кольца.

410. По двум параллельным проводам длиной $l = 3мм$ текут одинаковые токи силой $I = 500A$. Расстояние между проводами $d = 10см$. Определить силу взаимодействия проводников.

411. По трём параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии d = 10 см друг от друга, текут токи одинаковой силы I = 400 А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу F, действующую на единицу длины каждого провода.

412. Нормаль к плоскости рамки, по которой течёт ток 1 А, составляет угол 30° с направлением однородного магнитного поля. На какой угол повернулась рамка по отношению к полю, если вращающий момент, действующий на рамку, уменьшится в 10 раз. Сделать пояснительный рисунок.

413. Напряжённость магнитного поля 50 А/м. В этом поле находится плоская рамка площадью 100 $см^2$, которая может свободно вращаться. Плоскость рамки вначале совпадала с направлением поля. Затем по рамке кратковременно пустили ток 1 А и рамка получила угловое ускорение 100 $с^{-2}$. Считая вращающий момент постоянным, найти момент инерции рамки ($\mu = 1$).

414. Плоская круглая рамка диаметром 10 см находится в однородном магнитном поле, и по рамке протекает ток 20 А. На сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, при повороте плоскости рамки на угол 60^{o} к направлению поля?

(До поворота плоскость рамки совпадала с направлением поля). Напряжённость поля 20 А/м, среда – воздух.

415. Плоская круглая рамка состоит из 20 витков, радиусом 2см и по ней протекает ток в 1 А. Нормаль к рамке составляет угол 90^{o} с направлением магнитного поля напряжённостью 30А/м. Как и на сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, если из витков рамки выполнить один круглый виток? Остальные данные считать прежними.

416. Виток радиусом R = 20 см, по которому течёт ток силой I = 50 А, свободно установился в однородном магнитном поле напряжённостью H = 10^3 А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол φ = 30°. Определить совершённую работу A.

417. Напряжённость $\vec{H}$ магнитного поля в центре кругового витка равна $500\,А/м$. Магнитный момент витка $P_m = 6А \cdot м^2$. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

418. Круглая рамка радиусом 5 см находится в воздухе в однородном магнитном поле напряжённостью 100 А/м. Плоскость рамки составляет угол α с направлением поля, ток в рамке 10А. Вычислить вращающие моменты, действующие на рамку, для углов α_1, равных 0, 10, 20, и т.д. до угла 360^{o}. Результат записать в виде таблицы. Построить графическую зависимость вращающего момента от угла α.

419. Короткая катушка площадью поперечного сечения S = 250 $м^2$, содержащая N = 500 витков провода, по которому течёт

ток силой I = 5 А, помещена в однородное поле напряжённостью H = 1000 А/м. Найти: 1) магнитный момент P_m катушки, 2) вращающий момент M, действующий на катушку, если ось катушки составляет угол $\varphi = 30°$ с линиями поля.

420. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл под углом α = 30о к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца $\vec{F}_л$, если скорость частицы υ = 10,5 м/с.

421. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,01Тл. Определить момент импульса, которым стала обладать частица в магнитном поле, если радиус траектории частицы равен R = 0,5 мм.

422. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу $\vec{F}$, действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля B = 0,1 Тл, а радиус кривизны траектории R = 0,2 м.

423. Заряженные частицы с кинетической энергией $T = 2\cdot10^3$ эВ движутся в однородном магнитном поле по окружности радиусом R = 4 мм. Определить силу Лоренца $\vec{F}_л$, действующую на частицу со стороны поля.

(1эВ = $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж).

424. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с напряжённостью $H = 5\cdot10^3$ А/м. Определить частоту вращения электрона.

425. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 4\cdot10^{-3}$ Тл по окружности радиусом R = 0,8 см. Какова кинетическая энергия электрона?

426. В магнитном поле, образованном в вакууме, перпендикулярно линиям индукции влетел электрон с энергией $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж. Напряжённость поля 10^3 А/м. Вычислить силу Лоренца и радиус траектории движения электрона.

427. Протон и α – частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное поле. Во сколько раз радиус R кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории α – частицы?

428. Два иона с одинаковыми зарядами, пройдя одну и ту же ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Один ион, масса которого $m_1 = 12 а.е.м.$, описал дугу окружности радиусом R_1 = 2 см. Определить массу m_2 другого иона, который описал дугу окружности радиусом R_2 = 2,31 см. (1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг).

429. Найти кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60 см в магнитном поле 10^{-3} Тл.

430. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какая сила подействует на электрон, если по проводнику пустить ток 5 А?

431. Плоский контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,03 Тл. Площадь контура S = 20 см^2. Определить магнитный поток Φ, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол φ = 60^o с направлением линий индукции.

432. Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой L = 10^{-3} Гн, если при силе тока I = 1 А поток магнитной индукции сквозь катушку 2·10^{-6} Тл.

433. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см^2 имеет индуктивность 2·10^{-7} Гн. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} Дж/м^3?

434. На длинный картонный каркас диаметром D = 5 см уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром d = 0,2 мм. Определить магнитный поток Φ, создаваемый таким соленоидом при силе тока I = 0,5 А.

435. Квадратный контур со стороной a = 10 см, в котором течёт ток силой I = 6 А, находится в магнитном поле с индукцией B = 0,8 Тл. Угол между нормалью к контуру и линиями магнитной индукции составляет α = 500. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?

436. Плоский контур с током I = 5 А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл. Площадь контура S = 200 см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным,

его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 40^o$. Определить совершённую при этом работу.

437. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I = 60$ А, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 20\cdot10^{-3}$ Тл). Длина витка $d = 10$ см. Какую работу надо совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = 60^o$?

438. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0{,}4$ Дж.

439. Рамка площадью $S = 100$ см^2 равномерно вращается с частотой $n = 5$ с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля (В = 0,5 Тл). Определить среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

440. В однородном магнитном поле напряжённостью 1000А/м перемещается перпендикулярно полю провод длиной 40 см сопротивлением 10 Ом со скоростью 20 м/с. Какой ток пошёл бы по проводнику, если бы его замкнули? (влияние замыкающего провода не учитывать).

441. С какой скоростью движется перпендикулярно магнитному полю напряжённостью 500 А/м ($\mu = 1$) прямой проводник длиной 30 см и сопротивлением 0,1 Ом? При замыкании проводника в нём пошёл бы ток 0,01А.

442. В однородном магнитном поле напряжённостью 1000 А/м (в воздухе) равномерно вращается круглая рамка, имеющая 100 витков, радиус которой 6 см. Ось вращения проходит через диаметр рамки и перпендикулярно магнитному полю. Сопротивление рамки 0,1 Ом, частота её вращения 10 $с^{-1}$. Найти максимальный ток в рамке.

443. Круглая рамка, имеющая 20 витков и площадью S = 100$см^2$, равномерно вращается в однородном магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной полю и проходящей через её диаметр. Вычислить частоту вращения при индукции поля В = 0,03Тл, если максимальный ток, индуцируемый в рамке, при её сопротивлении 20 Ом, составляет 0,02 А.

444. Число витков на единице длины однослойного соленоида без сердечника составляет $20\frac{1}{см}$, его длина 20 см, диаметр 2 см, сопротивление обмотки 300 Ом. В соленоиде ток увеличился от нуля до 5 А. Вычислить количество электричества, которое при этом индуцировалось.

445. Число витков в соленоиде 800, его длина 20 см, поперечное сечение 4 $см^2$. При какой скорости изменения силы тока

в соленоиде без сердечника индуцируется ЭДС самоиндукции, равная 0,4 В?

446. Круговой контур радиусом 2 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл. Плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля, сопротивление контура 1 Ом. Какое количество электричества протечет через контур при повороте её на 90^0?

447. В соленоиде ток равномерно возрастает от нуля до 50 А в течении 0,5 с, при этом соленоид накапливает энергию 50 Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?

448. Круговой проволочный виток площадью 100 см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией 1 Тл. Плоскость витка перпендикулярна направлению магнитного поля. Чему будет равно среднее значение ЭДС индукции, возникающей в витке при выключении поля в течение 0,01 с?

449. Силу тока в катушке равномерно увеличивают при помощи реостата на $\Delta I = 0{,}6 A$ в секунду. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции, если индуктивность катушки L = 5 мГн.

450. В электрической цепи, содержащей сопротивление r = 20 Ом и индуктивность L = 0,6 Гн, течёт ток силой I = 20 А. Определить силу тока в цепи через Δt = 0,2 мс после её размыкания.

451. По замкнутой цепи с сопротивлением r = 20 Ом течёт ток. По истечении времени t = 8 мс после размыкания цепи сила

тока в ней уменьшилась в 20 раз. Определить индуктивность цепи.

452. Цепь состоит из катушки индуктивностью L = 0,1 Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, по истечении которого сила тока уменьшится до 0,001 первоначального значения, равно t = 0,07 с. Определить сопротивление катушки.

453. Источник тока замкнули на катушку с сопротивлением r = 10 Ом и индуктивностью L = 0,2 Гн. Через сколько времени сила тока в цепи достигнет 50% максимального значения?

454. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением r = 200 Ом. По истечении времени t = 0,1 с сила тока замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность катушки.

455. В соленоиде сечением S = 5см^2 создан магнитный поток Φ = 0,1мкВб. Определить объёмную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всём объёме соленоида считать однородным.

456. Магнитный поток в соленоиде, содержащем N = 1000 витков, равен 0,2 мкВб. Определить энергию магнитного поля соленоида, если сила тока, протекающего по виткам соленоида, I = 1 А. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всём объёме соленоида считать однородным.

457. Обмотка соленоида содержит n = 20 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объёмная плотность

энергии магнитного поля будет ω = 0,1 Дж/м^3?. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всём объёме однородно.

458. Соленоид имеет длину l = 0,6 м и сечение S = 10 см^2. При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создаётся магнитный поток Φ = 0,1 мВб. Чему равна энергия магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала, а магнитное поле во всём объёме однородно.

459. Объёмная плотность энергии однородного магнитного поля в воздухе 500 Дж/м^3. В этом поле перпендикулярно ему расположен прямолинейный проводник с током 50 А. С какой силой поле действует на единицу длины проводника?

Список литература:

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т 1, 2, М., Наука, 1977г.
2. *Зисман Г.А.*Тодес О.М., Курс общей физики. Т 1, 2, М., Наука, 1977г.
3. *Яворский Б.М. Детлаф А.А.*, Курс общей физики. Т 1, 2, М., Высшая школа, 1979г.
4. *Яворский Б.М. Детлаф А.А*, Основы физики, Т 1, 2, М., Наука, 1974г.
5. *Фиргант В.В*. Руководство к решению задач по курсу общей физики, М., Высшая школа, 1977г.
6. *Яворский Б.М. Детлаф А.А*, Справочник по физике, М., Наука, 1964г

Приложение

1. Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обоз на чение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	6,67·10^{-11} м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	6,02·10^{23} моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	1,38 ·10^{-23} Дж/К
Элементарный заряд	$\bar{e}$	1,6 ·10^{-19} Кл
Скорость света в вакууме	c	3·10^8 м/с
Электрическая постоянная	ε_0	8,85·10^{-12} Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4π ·10^{-7} Гн/м
Масса электрона	$m_{\bar{e}}$	9,1·10^{-31} кг
Масса протона	m_p	1,67·10^{-27} кг
Радиус Земли	$R_З$	6,378 · 10^6 м
Масса Земли	$M_З$	5,98 ·10^{24}г
Радиус Солнца	R_c	6,96 ·10^{8}м
Масса Солнца	M_c	1,99 · 10^{30}кг
Среднее расстояние до Солнца	R	1,49 · 10^{11}м

2. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}7\cdot10^3$	Никель	$8{,}9\cdot10^3$
Железо	$7{,}8\cdot10^3$	Свинец	$11{,}3\cdot10^3$
Литий	$0{,}53\cdot10^3$	Серебро	$10{,}5\cdot10^3$
Медь	$8{,}93\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

3. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3
вода	$1{,}00\cdot10^3$
глицерин	$1{,}26\cdot10^3$
ртуть	$13{,}6\cdot10^3$
спирт	$0{,}8\cdot10^3$

4. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость (ε)
Воск	7,8
Вода	81
Керосин	2
Масло	5
Парафин	2
Стекло	7
Слюда	6

5.Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$
Медь	$1{,}7\cdot10^{-8}$
Нихром	$1{,}1\cdot10^{-6}$
Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$

6. Молярная масса и порядковые номера некоторых элементов

Элемент	Символ	$\mu\times10^{-3}$, кг/моль	Z	Элемент	Символ	$\mu\times10^{-3}$, кг/моль	Z
Азот	***N***	14	7	Кислород	***O***	16	8
Алюминий	***Al***	27	13	Медь	***Cu***	64	29
Аргон	***Ar***	40	18	Натрий	***Na***	23	11
Водород	***H***	1	1	Неон	***Ne***	20	10
Гелий	***He***	4	2	Ртуть	***Hg***	201	80
Железо	***Fe***	56	26	Углерод	***C***	12	6
Калий	***K***	39	19	Хлор	***Cl***	35	17
Кальций	***Ca***	40	20	Литий	***Li***	6	3

7. Нормальные условия:

давление 10^5 Па**,** температура 0^0С.

8. Десятичные приставки

Наименование	Обозначение	множитель	Наименование	Обозначение	множитель
мега	М	10^6	милли	м	10^{-3}
кило	к	10^3	микро	мк	10^{-6}
гекто	г	10^2	нано	н	10^{-9}
деци	д	10^{-1}	пико	п	10^{-12}
санти	с	10^{-2}	фемто	ф	10^{-15}

ОГЛАВЛЕНИЕ