МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности

Кафедра физики

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

Кемерово 2013

Лабораторная работа

Измерение скорости звука в воздухе

Цель работы: Определить экспериментально значение скорости звука в воздухе и сравнить его со значением вычисленным теоретически.

Оборудование. Лабораторная установка для определения скорости звука.

Краткая теория

Процесс распространения колебаний в пространстве называется *волной*. Рассмотрим структуру волны, возникающей вследствие колебательного процесса. Если, например, сделать ряд последовательных фотографий волны на поверхности воды, то заметим, что каждая из них представляет собой ту же самую волну, но горбы и впадины слегка смещены. Горбы и впадины представляют собой определенные фазы колебаний уровня. Значит, перемещается именно фаза колебаний: точка поверхности, соответствующая горбу волны, в следующий момент времени начинает опускаться, а соседняя точка достигает максимума (рис. 1).

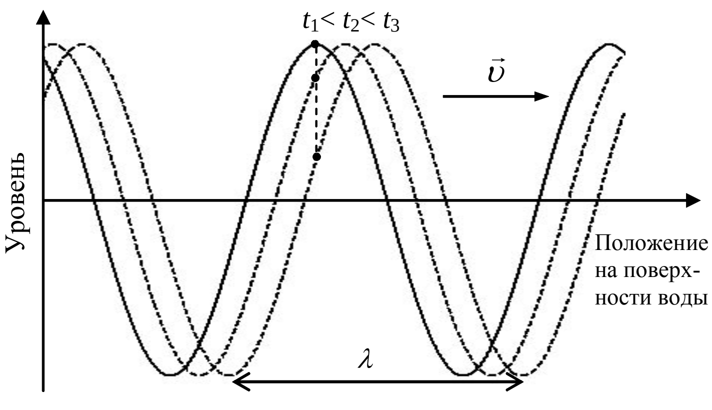

Рис. 1.

Создается иллюзия движения горба. Скорость, с которой перемещается фаза волны называется *фазовой скоростью*. Кроме нее различают *групповую скорость* волн – скорость переноса энергии.

Расстояние между точками волны, колеблющимися в одинаковой фазе (например, между соседними горбами или впадинами), называется *длиной волны*. Очевидно, что эта величина равна расстоянию, которое волна проходит за период колебаний

$$\lambda = \upsilon \cdot T \quad \text{или} \quad \upsilon = \lambda \nu, \qquad (1)$$

т.к. $T = \dfrac{1}{\nu}$ (ν – частота колебаний).

Граница, отделяющая колеблющиеся частицы от частиц, еще не начавших колебаться, носит название *фронта волны*. В однородной среде направление распространения *перпендикулярно* к фронту волны.

Волны могут различаться по тому, как колебания ориентированы относительно направления их распространения. Если колебания осуществляются вдоль направления распространения волны, то волны называются *продольными*. Если смещения колеблющихся точек осуществляются в направлении, перпендикулярном распространению волны, волны называются *поперечными*.

Гармонические волны

Такие волны возникают, если возмущение упругой среды является гармоническим колебанием. Интерес к гармоническим волнам обусловлен тем фактом, что любая сложная волна может быть представлена в виде комбинации конечного или бесконечного числа гармонических волн при помощи разложения в ряд или интеграл Фурье (Фурье-анализ).

Пусть источник волны в точке $x = 0$ возбуждает гармоническое деформационное колебание с амплитудой A (максимальное смещение колеблющихся точек от положения равновесия)

$$\xi(0, t) = A\cos\omega t.$$

Смещение точек вдоль обозначено греческой буквой «кси» ξ, которая является аналогом латинского «икса». В точку на расстоянии x это колебание придет через время $\tau = \dfrac{x}{\upsilon}$, где υ – скорость распространения волны. Фаза колебаний в точке x будет отставать от фазы колебаний в нулевой точке на величину, определяемую временем распространения $\xi(x, t) = A\cos\omega(t-\tau)$. Т.е.:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega(t - x/\upsilon)). \tag{2а}$$

Это и есть функция, описывающая гармоническую волну, распространяющуюся вдоль оси x (в положительном направлении). Функция, описывающая волну, может быть записана в более симметричной форме

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)), \tag{2б}$$

где $k = \omega/\upsilon$ – *волновое число*. С учетом (1)

$$k = \omega/\upsilon = 2\pi/\lambda. \tag{3}$$

Из (3) видно, что волновое число равно количеству длин волн, укладывающихся на 2π единицах длины.

Волновое уравнение

Найдем уравнение, которому подчиняется функция (2). Для этого продифференцируем ее дважды по времени и по координате:

$$\frac{\partial\xi(x,t)}{\partial t} = -A\omega\sin(\omega t - kx); \quad \frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2} = -A\omega^2\cos(\omega t - kx).$$

$$\frac{\partial\xi(x,t)}{\partial x} = Ak\sin(\omega t - kx); \quad \frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial x^2} = -Ak^2\cos(\omega t - kx).$$

Или $\dfrac{1}{\omega^2}\dfrac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2} = \dfrac{1}{k^2}\dfrac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial x^2}$. Учитывая, что в соответствии с (3) $\dfrac{k^2}{\omega^2} = \dfrac{1}{\upsilon^2}$, окончательно получим следующее дифференциальное *волновое уравнение*:

$$\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2}. \tag{4}$$

Скорость упругой волны

Для нахождения скорости распространения волны в упругой среде рассмотрим простейший случай передачи деформации через упругий стержень. В течение короткого промежутка времени Δt ударом молотка сообщим стержню некоторый импульс (рис. 2). За это время точки торца стержня сместятся на некоторое расстояние Δl. Возникшая деформация будет перемещаться от точки к точке, и по стержню побежит волна сжатия. К концу промежутка Δt сжатие охватит участок стержня длиной l.

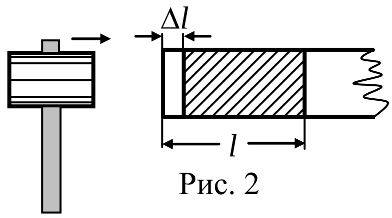

Рис. 2

Отношение $\dfrac{l}{\Delta t} = \upsilon$ представляет собой скорость распространения волны сжатия по стержню.

К концу промежутка Δt все частицы участка стержня длины l будут двигаться со скоростью $u = \dfrac{\Delta l}{\Delta t}$, вправо. Поскольку вначале этого промежутка частицы были неподвижны, то приращение импульса стержня будет равно mu, где m – масса участка l. Если площадь поперечного сечения стержня S, плотность материала ρ, то $m = \rho Sl$. По второму закону Ньютона приращение импульса тела равно импульсу внешней силы $F\Delta t$, поэтому:

$$F\Delta t = \rho Slu. \tag{5}$$

Сила F, сжимающая стержень, связана с деформацией Δl сжатого участка l законом Гука

$$F = ES\frac{\Delta l}{l}, \tag{6}$$

где E — модуль Юнга. Исключив из уравнений (5) и (6) силу F и преобразовав, получим:

$$\frac{E}{\rho} = \left(\frac{l}{\Delta t}\right)^2 = \upsilon^2.$$

Отсюда скорость распространения волны сжатия в упругом стержне равна

$$\upsilon = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{7}$$

Для стали $E \approx 1{,}96 \cdot 10^{11}$ $\dfrac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$, плотность $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, поэтому υ = 5000 м/с.

В случае деформации сдвига в упругой среде возникают поперечные волны, скорость которых

$$\upsilon = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \tag{8}$$

где G – модуль сдвига.

Скорость звука в газе

В жидкости и газе при деформации сдвига не возникает упругих сил. Если сдвинуть, один слой относительно другого, то они не стремятся вернуться в исходное состояние. Поэтому *в жидкостях и газах могут распространяться только продольные волны* – волны расширения и сжатия. Скорость этих волн в жидкости равна

$$\upsilon=\sqrt{\frac{K}{\rho}}. \tag{9}$$

где K – модуль сжатия и ρ — плотность среды.

Модуль сжатия представляет собой коэффициент пропорциональности между давлением и относительным изменением объема. При бесконечно малом изменении объема соответствующее изменение давления равно:

$$dP=-K\frac{dV}{V}. \tag{10}$$

Знак «минус» показывает, что увеличение давления соответствует уменьшению объема. Как следует из (10)

$$K=-V\frac{dP}{dV}. \tag{11}$$

Впервые задачу о скорости волн в газе решил Ньютон, но он ошибочно полагал, что сжатие происходит при постоянной температуре. На самом деле сжатие происходит настолько быстро, что теплообмен между сжимаемой областью и остальным газом не успевает произойти. Такой процесс называется адиабатным. Он подчиняется уравнению

$$PV^{\gamma}=\text{const} \quad \text{или} \quad P=\frac{\text{const}}{V^{\gamma}}, \tag{12}$$

где γ – *показатель адиабаты*. Для воздуха при комнатной температуре $\gamma\approx 1{,}4$. Из (12) получим, что $\frac{dP}{dV}=-\gamma\frac{\text{const}}{V^{\gamma+1}}$ или после подстановки в (11)

$$K=\gamma\frac{\text{const}}{V^{\gamma}} \tag{13}$$

Если считать газ идеальным, то он подчиняется уравнению Менделеева-Клапейрона $PV=\frac{m}{\mu}RT$. Тогда $\rho=\frac{P\mu}{RT}$. Подставив сюда выражение (12), получим:

$$\rho=\frac{\mu\cdot\text{const}}{RT\cdot V^{\gamma}} \tag{14}$$

Подставляя (13) и (14) в (9) найдем, что скорость волн в идеальном газе определяется следующим соотношением:

$$\upsilon_{\text{г}}=\sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}. \tag{15}$$

Описание установки

Схема установки для определения скорости звука приведена на рис. 3.

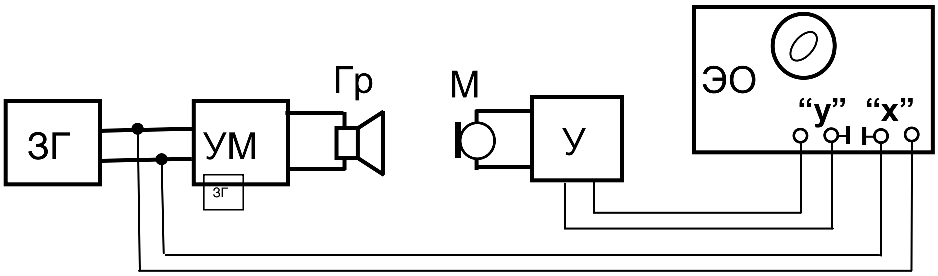

Рис. 3

Установка состоит из следующих устройств:

ЗГ – звуковой генератор. Частота генерации определяется положением переключателя «Установка частоты»;

УМ – усилитель мощности электрических колебаний, к выходу которого подключен громкоговоритель (Гр), преобразующий электрические колебания в звуковые;

У – усилитель, служащий для усиления сигнала микрофона (М).

ЭО – электронный осциллограф, служащий для регистрации разности фаз между колебаниями, излучаемыми громкоговорителем и улавливыемыми микрофоном.

Синусоидальный электрический сигнал от звукового генератора подается на вход «*X*» электронного осциллографа и далее на горизонтально отклоняющие пластины электронного осциллографа. Одновременно сигнал от звукового генератора подается и на усилитель мощности с выхода которого сигнал поступает на громкоговоритель. Громкоговоритель является источником звуковых волн. Звуковая волна, пройдя некоторое расстояние l, достигает микрофона. При этом она изменит фазу колебаний относительно сигнала генератора на $\Delta\varphi = 2\pi\dfrac{l}{\lambda}$, где l – расстояние между громкоговорителем и микрофоном. Микрофон преобразует звуковые колебания в электрические, которые после усиления подаются на вход «*Y*» и далее на вертикально отклоняющие пластины ЭО. Осциллограф служит для регистрации разности фаз колебаний $\Delta\varphi$, поступающих от ЗГ и микрофона.

На экране электронно-лучевой трубки ЭО происходит сложений взаимно перпендикулярных колебаний. При разности фаз колебаний $\Delta\varphi = n\pi$, где n = 0,1,2,3… будут наблюдаться прямые линии. При других разностях фаз – эллипсы.

<u>Случай 1</u>. Пусть на входы *X* и *Y* подаются сигналы:

$$x = a\sin\omega t, \quad y = \pm b\sin\omega t, \tag{16}$$

т.е. разность фаз между сигналами. $\Delta\varphi$ = 0. Чтобы получить траекторию луча необходимо исключить время из уравнений (16). Разделим первое уравнение на второе и выразим *y*. $y = \pm\frac{b}{a}x$. Мы получили уравнение прямой, проходящей через начало координат.

<u>Случай 2</u>. Пусть на входы *X* и *Y* подаются сигналы:

$$x = a\sin\omega t,\ y = b\cos\omega t. \qquad (17)$$

Т.к. по формулам привидения $\cos\omega t = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)$, то разность фаз между сигналами будет $\frac{\pi}{2}$. Найдем вид траектории луча на экране осциллографа. Выразим из уравнений (17) синус и косинус, возведем их в квадрат и сложив, получим: $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$. Это уравнение эллипса. Если *a* = *b*= *R*, то эллипс превращается в окружность радиуса *R*: $x^2 + y^2 = R^2$.

Таким образом, вид траектории луча на экране осциллографа зависит от разности фаз сигналов, подаваемых на входы *X* и *Y*. Разность фаз сигналов зависит от расстояния между источником и приемником звука: если расстояние изменяется на целое число длин волн, Фаза принимаемого сигнала $\Delta\varphi$ изменяется на целое число 2π, и картинка на экране повторяется.

Зная частоту звука, излучаемого громкоговорителем, можно вычислить скорость по формуле $\upsilon = \lambda\nu$.

Экспериментальная часть

1. Подготовьте таблицу.

Установка частоты	ν, кГц	x_1, см	x_2, см	n	$\lambda = \frac{x_2 - x_1}{n}$, м	$\upsilon = \lambda\nu$, м/с	$\Delta\upsilon$, м/с	$\upsilon = \upsilon_{ср} \pm \Delta\upsilon_{ср}$
1	19			1				
				2				
				3				
2	17,1			1				
				2				
				3				
3	15,3			1				
				2				
				3				
4	12,6			1				
				2				
				3				
Средние значения								

2. Включите установку для определения скорости звука и осциллограф.

3. Дайте погреться приборам 5 минут.

4. Установите переключатель «Установка частоты» в положение 1. Генератор будет выдавать частоту 19 кГц.

5. Передвигая по скамье микрофон, установите его так, чтобы на экране осциллографа была прямая линия. Запишите координату положения микрофона x_1 в таблицу.

6. Отодвигая микрофон от громкоговорителя, следите за изменением картины на экране осциллографа. Остановите микрофон в положении, когда на экране будет такая же прямая, как и при координате x_1. При этом фаза принимаемого сигнала изменится на 2π, а смещение рейтера с микрофоном на $l = \lambda$. Для уменьшения погрешности измерений можно переместить рейтер с микрофоном на несколько длин волн, например на n = 1,2,3. Координату нового положения микрофона x_2 занести в таблицу.

7. Установить переключатель «Установка частоты» в положения 2,3,4, при этом будут генерироваться частоты 17,1 кГц, 15,3 кГц, 12,6 кГц, проделать задания пунктов 5 и 6. Результаты измерений занести в таблицу.

8. Вычислите значения длин волн (по формуле $\lambda = \frac{x_2 - x_1}{n}$) и скорости звука (по формуле $\upsilon = \lambda\nu$) при различных частотах и занести в таблицу.

9. Оценить погрешность измерения скорости звука.

9. Сравните экспериментально найденное значение υ с теоретическим значением, вычисленным по формуле (15), где γ=1,4; R=8,31 Дж/(моль·К); μ=0,029 кг/моль (молярная масса воздуха). Значение температуры T в лаборатории уточните у преподавателя. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Что такое волны? Как возникают упругие волны?
2. Что такое гармоническая волна? Длина волны? Волновое число?
3. Какие волны называются продольными? Поперечными?
4. Запишете связь между скоростью волны, ее длиной и частотой.
5. Запишите волновое уравнение и его решение.
6. Чем определяется скорость звука в упругой среде?
7. Запишите формулу для определения скорости звука в газе.
8. Объясните методику измерения длины волны в данной работе.
9. Опишите порядок обработки экспериментальных данных для оценки погрешности.