Обмотки электрических машин и аппаратов, а также индуктивные катушки, используемые в различных устройствах радиоэлектроники, характеризуются параметром индуктивность L. Любая катушка наряду с L обладает также определенным активным сопротивлением r.

Рассмотрим катушку с индуктивностью L, активным сопротивлением которой можно пренебречь ($r = 0$), т. е. идеальную катушку (рис. 6.1 а).

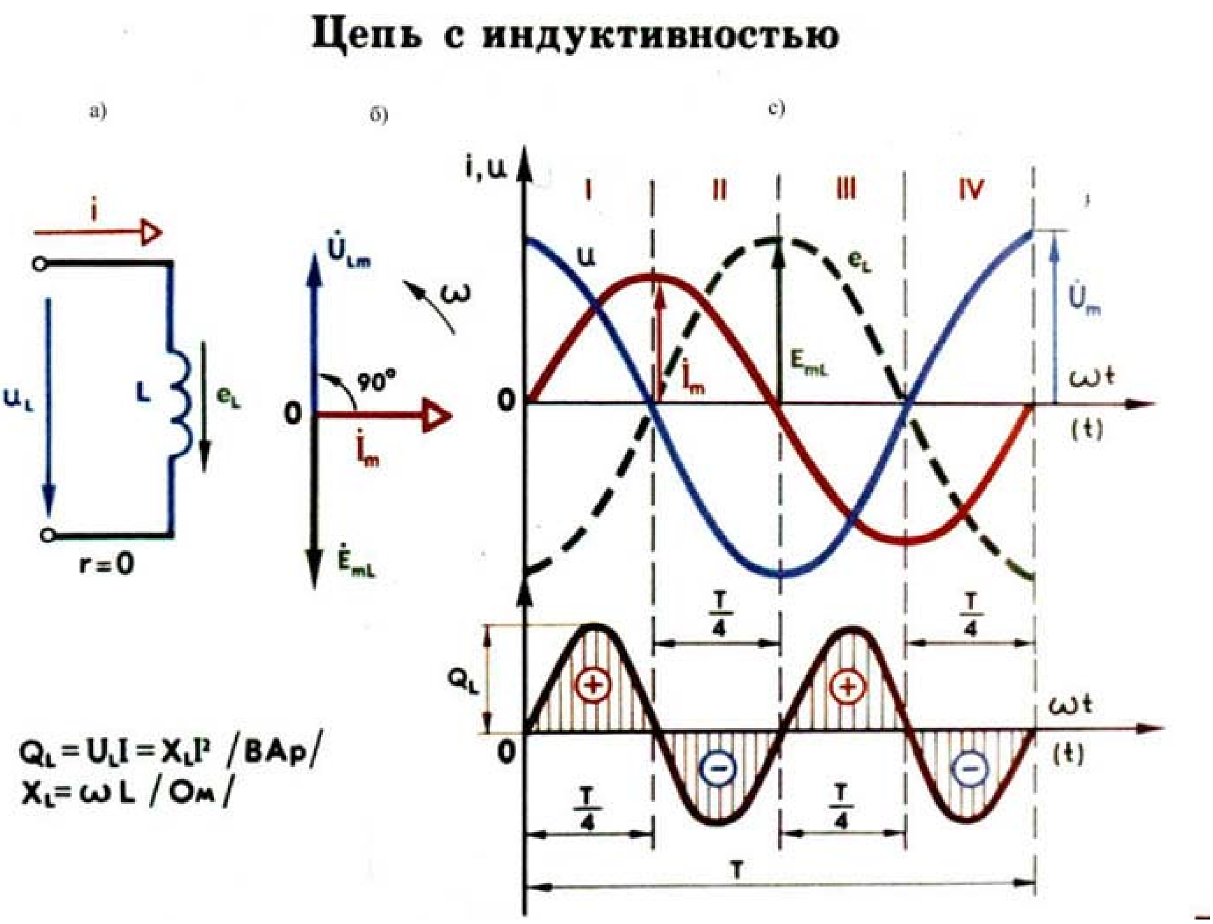

Рис 6.1

Пусть через нее проходит синусоидальный ток

$$i = I_m \sin \omega t \qquad (6.1)$$

Этот ток создает в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L\frac{di}{dt} = -L\omega I_m \cos\omega t = L\omega I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (6.2)$$

Из формулы 6.2 следует, что ЭДС самоиндукции отстает от тока на угол $\frac{\pi}{2}$ рис 6.1.б

$E_m = I_m \omega L$, а действующее значение

$$E = I\omega L \qquad (6.3)$$

По второму закон Кирхгофа напряжение на индуктивности

$$u_L = -e_L = \omega L I_m \cos\omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (6.4)$$

Из выражения 6.4 следует, что напряжение на индуктивности изменяется по синусоидальному закону. Напряжение на индуктивности опережает ток на угол 90^0

(рис.6.1.б). Обозначив $U_m = \omega L I_m$ получим

$$I_m = \frac{U_m}{(\omega L)} \qquad (6.5)$$

Т.к индуктивность имеет размерность В*с/А, а угловая скорость- размерность с., то выражение ωL имеет размерность В/А т.е. Ом. Следовательно, ωL имеет смысл сопротивления, а выражение 6.5 смысл закона Ома для идеальной катушки индуктивности. Обозначим $\omega L = X_L$. X_L называют индуктивным сопротивлением. В отличие от активного сопротивления индуктивное сопротивление называют еще реактивным сопротивлением индуктивности. Это сопротивление учитывает реакцию электрической цепи на изменение магнитного потока в индуктивности. Разделив левую и правую часть уравнения (6.5) получим закон Ома для действующих значений

$$I = \frac{U}{X_L} \qquad (6.6)$$

$X_L = \omega L = 2\pi f L$ следовательно, индуктивное сопротивление пропорционально частоте переменного тока. Для постоянного тока индуктивное сопротивление равно нулю.

Мгновенная мощность, выделяема на индуктивном элементе,

$$p_L = u_L \cdot i = I_m \cdot U_m \sin \omega t \cdot \cos \omega t = \frac{I_m \cdot U_m}{2} \sin(2\omega t) = I \cdot U \sin(2\omega t) \qquad (6.7)$$

откуда следует, что мгновенная мощность в цепи с индуктивностью изменяется, как и ток, синусоидально, причем с частотой в два раза большей, чем частота тока (рис.6.1,с). Из рис. 6.1,с также видно, что за первую четверть периода, когда мощность положительна и ток возрастает от 0 до I_m, электрическая энергия поступает из электрической сети в индуктивный элемент, где она затрачивается на создание магнитного поля, причем ее затраты максимальны к концу первой четверти периода $W_L = \frac{L \cdot I_m^2}{2}$ т. е. когда ток станет максимальным. Во вторую четверть периода ток убывает от I_m до нуля, напряжение и мощность отрицательны, а энергия магнитного поля, накопленная в индуктивном элементе, полностью выделяется в электрическую сеть. Во втором полупериоде картина повторяется. Следовательно, среднее значение мощности (активная мощность) цепи с идеальной катушкой за период равна нулю:

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T I \cdot U \cdot \sin(2\omega t) dt = 0$$

Итак, в цепи с индуктивным элементом непрерывно происходит обмен энергией между сетью (источником) и магнитным полем индуктивного элемента. Этот процесс протекает без потерь энергии на нагревание проводников электрической цепи, т. е. в цепи идет незатухающий колебательный процесс обмена энергией. Амплитуду колебания мощности в цепи с идеальной катушкой принято называть реактивной индуктивной мощностью:

$$Q_L = U_L I = I^2 X_L .$$

Представим мгновенное значение синусоидального тока комплексной величиной:

$\dot{I} = I_m e^{j\omega t}$ тогда комплекс напряжения на индуктивности

$$\dot{U}_{Lm} = L \frac{d}{dt} (I_m e^{j\omega t}) = j\omega L I_m e^{j\omega t} \qquad (6.8)$$

Комплексное индуктивное сопротивление $j\omega L = jX_L = X_L e^{j90}$ (6.9)

Для действующих значений тока и напряжения получаем:

$\dot{U}_L = j\omega L I e^{j\omega t}$ и переходя к неподвижным векторам получаем закон Ома в символической форме

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_L}{j\omega L} = \frac{\dot{U}_L}{jX_L} \tag{6.10}$$