Резонанс при параллельном соединении участков g, L, C.

Условием резонанса при параллельном соединении активного, индуктивного и емкостного сопротивлений (рис.12.1) является также отсутствие сдвига фаз между током и напряжением на зажимах цепи.

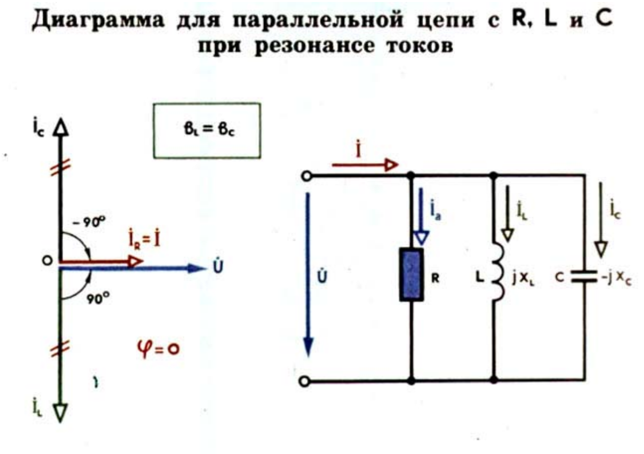


Рис. 12.1.

Поскольку $\underline{Y} = g + jb = Ye^{j\varphi}$, где

$$Y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2},$$

$$\varphi = arctg\frac{b_C - b_L}{g},$$

то условие $\varphi = 0$ означает, что

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0, \qquad \omega^2 LC = 1.$$

Таким образом, взаимная компенсация реактивных проводимостей, при которой наступает резонанс в данной цепи, имеет место, если, либо частота, либо индуктивность, либо емкость подобраны согласно соотношениям:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \qquad L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}; \qquad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Следовательно, резонанса при параллельном соединении можно добиться изменением либо частоты, либо индуктивности, либо емкости. Частоту ω_0 называют *резонансной частотой.*

При резонансе реактивная проводимость равна нулю и полная проводимость достигает своего минимального значения. Поэтому ток в общей ветви $\dot{I} = \dot{U}\underline{Y}$ при неизменном напряжении оказывается наименьшим в отличии от резонанса при последовательном соединении, когда ток, наоборот, имел максимальное значение. Векторная диаграмма рассматриваемой цепи приведена на рис.12.1.

Так как вектор тока в общей ветви оказывается геометрической суммой векторов трех токов, два из которых I_L и I_C находятся в противофазе, то при резонансе возможны случаи, когда токи в индуктивной катушке и в конденсаторе могут превосходить и иногда намного, суммарный ток в цепи. Поэтому резонанс при параллельном соединении называют *резонансом токов.*

Превышение токов в реактивных элементах цепи над суммарным током цепи имеет место при условии

$$g < \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}} = \gamma.$$

Величина $\sqrt{\frac{C}{L}}$, имеющая размерность проводимости и обозначенная нами через γ, носит название *волновой проводимостью контура.*

Отношение

$$Q = \frac{I_{L0}}{I_0} = \frac{I_{C0}}{I_0}$$

определяет кратность превышения тока в реактивной катушке и конденсаторе над суммарным током при резонансе. Величина Q является *добротностью контура*. Как и ранее величина обратная добротности, носит название *затухания контура.*

При резонансе токов реактивный ток замыкается в кольце, образуемом индуктивностью и емкостью, а провода, соединяющие колебательный контур с источником электрической энергии, и самый источник полностью разгружаются от реактивного тока.

В случае идеального контура при g=0 полная проводимость Y =0, а полное сопротивление Z=∞, таким образом, идеальный резонанс токов эквивалентен размыканию цепи.

Энергетические процессы при резонансе токов аналогичны энергетическим процессам при резонансе напряжений. Энергия полей переходит из конденсатора в катушку и обратно, не обмениваясь с источником, питающим сеть. Источник же энергии только покрывает потери энергии в ветви с g.

Условие $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ нельзя применить к схеме, в которой в параллельные ветви последовательно с реактивными приемниками включены активные сопротивления, так как значение этих сопротивлений влияет на эквивалентные значения индуктивности и емкости. Действительно согласно (9.4)

$$b_L = \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2} \text{ и } b_C = \frac{\dfrac{1}{\omega C}}{R_C^2 + \left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2},$$

следовательно, условие резонанса токов для такой цепи будет:

$$\frac{\omega C}{(\omega C R_c)^2 + 1} = \frac{\omega L}{R_L^2 + (\omega L)^2},$$

т.е. в условия резонанса входят кроме реактивных и активные параметры.

Отметим, что резонанс токов в отличии от резонанса напряжений- явление, безопасное для электрической установки. Большие токи в ветвях при резонансе токов возникают лишь в случае, если созданы большие реактивные проводимости ветвей- установлены большие батареи конденсаторов, мощные реактивные катушки.

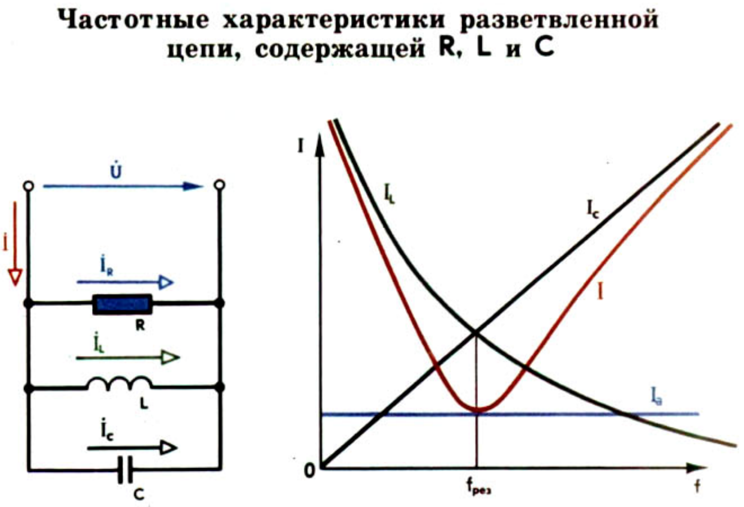
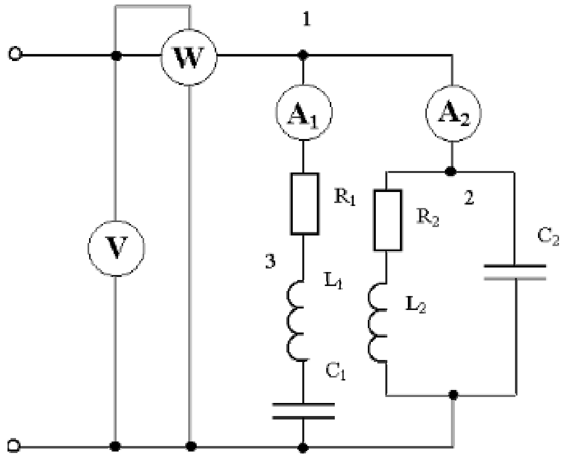


Рис.12.2.

На рис.12.2 показаны частотные характеристики разветвленной цепи, содержащей R,L и C. Емкостной ток I_C возрастает линейно, пропорционально частоте, индуктивный ток I_L обратно пропорционален частоте, активный ток от частоты не зависит. Точка пересечения характеристик I_C и I_L определяет условия резонанса.

Пример:



1. Для электрической цепи переменного тока определить показания вольтметра V и ваттметра W, емкость конденсатора C2 при резонансе токов в параллельном колебательном контуре, если на участке 1-2 электрической цепи амперметр A2 показывает ток I A, а частота питающей сети f Гц. Построить векторную диаграмму токов и напряжений для всей цепи.
2. Определить активное R, реактивное X и полное Z сопротивления цепи, а также коэффициенты мощности cosφ, полную S, активную P и реактивную Q мощности ветвей и всей электрической цепи. Построить треугольники мощностей для ветвей и всей цепи.
3. Определить, при какой частоте питающего напряжения ток в ветви 1 - 3 будет максимален и найти его значение при условии, что напряжение на входе цепи будет иметь значение, определенное в п. 1.

R1, Ом	R2, Ом	X_L1, Ом	X_L2, Ом	X_C1, Ом	I2, А	f, Гц
5	4	6	4	10	8	50

Решение:

Пункт первый

1. Найдем модуль полного сопротивления Z_2.

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L2}^2} = \sqrt{16+16} = 5{,}65 \text{ Ом}.$$

2. Найдем модуль полного сопротивления Z_1.

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L2} - X_{C1})^2} = \sqrt{25+16} = 6{,}4 \text{ Ом}.$$

3. Найдем емкость. Из условия резонанса имеем

$$b_{C2} = b_{L2} \qquad \omega C = \frac{X_{L2}}{R_2^2 + X_{L2}^2} = \frac{4}{32} = 0{,}125 \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 314$$

$$C_2 = \frac{0{,}125}{314} \cdot 10^6 = 398 \text{ Мкф}.$$

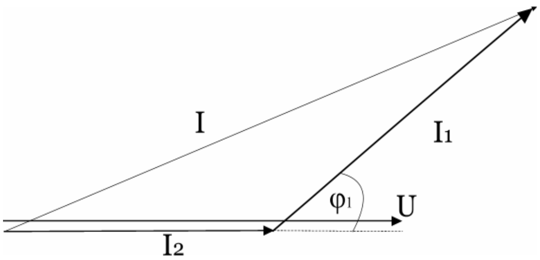
4. Найдем активную проводимость второй ветви

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{4}{32} = 0{,}125$$

5. Так как в цепях 2 и 3 резонанс токов, следовательно Y_2=g_2 =0,125, и Z_2= 1/Y_2 =8 Ом.
6. Напряжение на входе цепи
$$V = I_2 \cdot Z_2 = 8 \cdot 8 = 64 \text{ В.}$$
6. Ток в первой ветви
$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{64}{6{,}4} = 10 \text{ А.}$$

7. Ваттметр измеряет активную мощность. В нашей цепи активная мощность выделяется на активных сопротивлениях R_1 и эквивалентном сопротивлении Z_2.
$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot Z_2 = 1012 \text{ Вт.}$$
8. Для построения векторных диаграмм определим фазу токов относительно общего напряжения. В о второй цепи по условию задачи резонанс, следовательно, ток I_2 совпадает по фазе с напряжением. В первой цепи ток носит активно-емкостный характер, так как X_{C1}>X_{L1}
$$\varphi_1 = arctg\frac{X_{L1} - X_{C1}}{R_1} = arctg\frac{-4}{5} = -39^0.$$

Так как цепи параллельные векторную диаграмму удобно строить относительно вектора напряжения.



Векторная диаграмма токов и напряжений.

Пункт второй.

Искать эквивалентные сопротивления будем в символической форме.

Определим сопротивление в третьей ветви. Проводимость ветви 0,125, следовательно $\underline{Z}_3 = -j8$. Найдем эквивалентное сопротивление ветвей второй и третей.

$$\underline{Z}_{эк} = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad Z_2 = 4 + j4 = 5{,}65e^{j45^0}, \quad Z_3 = -j8 = 8e^{-j90^0}$$

$$Z_{эк} = \frac{5{,}65e^{j45^0} \cdot 8e^{-j90^0}}{4 + j4 - j8} = \frac{5{,}65e^{j45^0} \cdot 8e^{-j90^0}}{5{,}65e^{-j45^0}} = 8e^{j0^0}$$

$$Z_{цепи} = \frac{Z_1 \cdot Z_{эк}}{Z_1 + Z_{эк}} = \frac{6{,}4e^{-j39^0} \cdot 8e^{j0^0}}{5 - j4 + 8} = \frac{6{,}4e^{-j39^0} \cdot 8e^{j0^0}}{13{,}6e^{-j17^010'}} = 3{,}77e^{-j21^050'} = 3{,}5 - j1{,}38$$

Полное сопротивление цепи Z=3,77 Ом.

Активное сопротивление R=3,5 Ом.

Реактивное сопротивление X=-1,38 Ом. Знак минус указывает на емкостной характер реактивного сопротивления.

Из треугольника сопротивлений имеем $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{3.5}{3{,}77} = 0{,}93$

Найдем общий ток $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{\underset{-\,цепи}{Z}} = \dfrac{64e^{j0^0}}{3{,}77e^{-j21^0 50'}} = 17e^{j21^0 50'} = 15{,}8 + j6{,}25$ А.

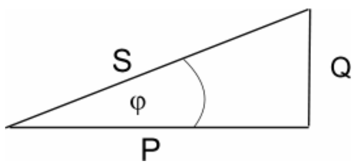
Мощность равна произведению комплекса напряжения на сопряженный комплекс тока

$\dot{S} = \dot{U} \cdot \hat{I} = 64e^{j0^0} \cdot 17e^{-j21^0 50'} = 1088e^{-j21^0 50'} = 1012 - j400$

Полная мощность S=1088 ВА

Активная мощность P=1012 Вт

Реактивная мощность Q=-400 ВАР



Треугольник мощностей для рассчитанного случая в масштабе.

Пункт третий.

Максимальный ток в ветви 1-3 будет при резонансной частоте для этой цепи.

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ $\quad L_1 = \dfrac{X_{L1}}{\omega} = \dfrac{6}{314} = 0{,}0191$ Гн. $\quad C_1 = \dfrac{1}{\omega X_{C1}} = \dfrac{1}{314 \cdot 10} = 3{,}185 \cdot 10^{-4}$ Ф

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{0{,}0191 \cdot 3{,}185 \cdot 10^{-4}}} = 405$ Гц.

При резонансе напряжений $I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{64}{5} = 12{,}8$ А.