

Действующие и средние значения периодических ЭДС, токов и напряжений.

Механическая сила взаимодействия двух проводников с одинаковыми токами и тепловое действие тока пропорциональны квадрату мгновенных значений тока. Если ток изменяется во времени, то тепловое или механическое действие определяется средним значением квадратов токов за полный цикл изменения, т.е. средним квадратичным значением тока. Поэтому для периодических переменных токов, ЭДС и напряжений введено понятие о действующих значениях, являющихся средними квадратичными значениями этих величин. Действующий переменный ток, имеющий определенное значение, производит такое же механическое и тепловое действие, как и постоянный ток того же значения.

Обозначаются действующие значения заглавными буквами: E, U, I .

Количество теплоты, выделяемой постоянным током в резистивном элементе с активным сопротивлением за промежуток времени T , равный периоду переменного тока составляет

$$Q = 0,24 I^2 r T$$

Количество теплоты, выделяемой переменным током в том же элементе за время dt ,

$$dQ = 0,24 i^2 r dt$$

Количество теплоты, выделяемой за период,

$$Q = 0,24 \int_0^T i^2 r dt$$

Приравнявая количество теплоты, получим

$$I^2 T = \int_0^T i^2 dt,$$

откуда

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (4.1)$$

Аналогично для ЭДС и напряжений имеем

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (4.2)$$

Выражения 4.1 и 4.2 определяют в общем виде действующие периодические токи ЭДС и напряжения при любом законе их изменения и при любой продолжительности.

Среднее за период значение мощности, характеризующее выделение тепла в цепи с сопротивлением r , имеет выражение:

$$\frac{1}{T} \int_0^T i^2 r dt = r \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = r I^2$$

Следовательно, вводя понятие о действующем значении периодического тока как среднего квадратичного значения его за полный период, мы получаем выражение через него средней мощности такое же по виду, как и для постоянного тока.

Определим связь действующего значения I синусоидального тока с его амплитудой I_m . Для синусоидального переменного тока $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ имеем

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt}, \text{ учитывая, что } \sin^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} \text{ получим}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\frac{I_m^2}{2} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi_i) dt \right]},$$

второй интеграл равен нулю (интеграл от периодической функции за период), и для действующего значения синусоидального тока имеем

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \quad (4.3)$$

Аналогично получаем выражения для действующих синусоидальных эдс и напряжений

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \text{ и } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (4.3a)$$

Почти все приборы, применяемые в электроизмерительной технике для измерения периодических напряжений и токов, регистрируют значения действующих напряжений и токов. Для этой цели шкалы этих приборов градуируются в соответствии с этими значениями.

В технике переменных токов пользуются также понятием *среднего значения* тока (напряжения, э. д. с.). Под средним значением периодических функций в общем случае понимают их среднеарифметические значения за период.

Однако среднее значение синусоидальной функции за период равно нулю. Поэтому за средние значения синусоидального тока, напряжения и э. д. с. принято принимать их среднеарифметические значения за положительный полупериод. Если ток $i = I_m \sin \omega t$, тогда среднее значение тока

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t) dt = \frac{2}{T\omega} I_m \cos(\omega t) \Big|_0^{T/2},$$

подставив $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и учитывая, что $T/2 = \pi$ получим

$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m.$$

Аналогично получим средние значения эдс и напряжения:

$$E_{cp} = \frac{2}{\pi} E_m; \quad U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_m.$$

Пример. Определить амплитуду, угловую частоту, начальную фазу и действующее значение синусоидально изменяющейся величины $i = 141 \sin(\omega t + \pi/6)$.

Решение. Запишем каноническую форму изменяющейся функции

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi)$$

Амплитудное значение I_m – коэффициент при синусе, $I_m = 141$. Угловая частота – коэффициент при переменной t : $\omega = 314$ рад/с, циклическая частота f связана с угловой как $\omega = 2\pi f$, откуда

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \cdot 3,14} = 50 \text{ Гц}$$

Начальная фаза равна аргументу функции при $t=0$, т.е. $\psi = \pi/6$. Действующее значение

$$I = \frac{I_n}{\sqrt{2}} = 100 \text{ A}$$