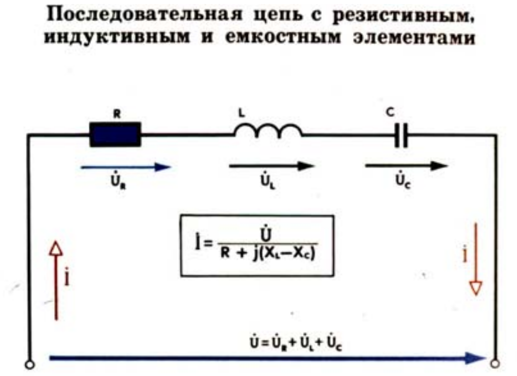
Рассмотрим цепь синусоидального переменного тока при последовательном соединении R L и C. (Рис.8.1)



Ранее, при рассмотрении идеализированных элементов мы доказали, что напряжения на элементах цепи в комплексном изображении будут соответственно равны:

$$\dot U_R = \dot I \cdot R,\quad \dot U_L = j\omega L \cdot \dot I$$

и $$\dot U_C = -\frac{j}{\omega C} \cdot \dot I$$

Рис. 8.1.

Согласно второму закону Кирхгофа напряжение, приложенное к цепи, равно сумме напряжений на элементах:

$$\dot U = \dot U_R + \dot U_L + \dot U_C = \dot I \cdot \left(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right) = \dot I \cdot \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] \quad (7.1)$$

В скобках получено комплексное сопротивление последовательной цепи типа $R + jX$, где X реактивное сопротивление цепи $X = j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$. Комплексное сопротивление обозначают $\underline{Z}$, подчеркнутой снизу, так как это не вектор.

$$\underline{Z} = R + J(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = Ze^{j\varphi} \qquad (7.2)$$

где Z модуль комплексного сопротивления; φ – его аргумент.

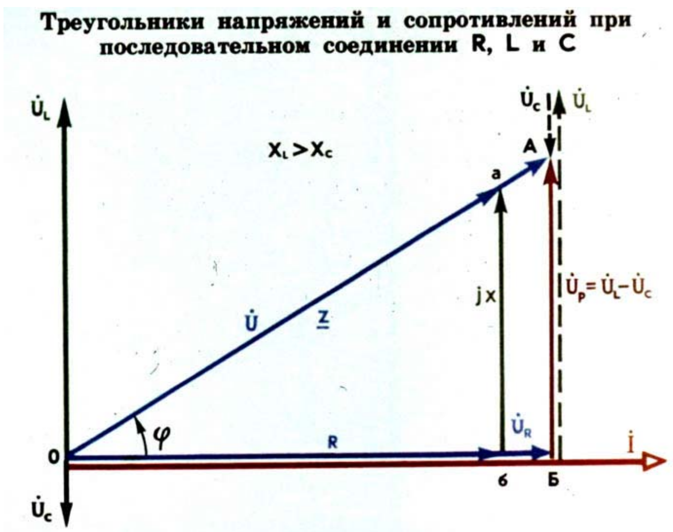


Рис.8.2.

На рис. 8.2 приведены векторные диаграммы. Построение векторных диаграмм для последовательной цепи всегда целесообразно начинать с вектора тока $\dot I$, так как ток во всех участках цепи один и тот же, причем конец вектора одного напряжения по порядку следования тока в цепи является началом вектора следующего напряжения. Получаемая сумма векторов равна приложенному напряжению.

В общем случае векторная диаграмма строится при обходе участка цепи в некотором заданном направлении последовательно от элемента к элементу. По векторной диаграмме очень удобно опре делять напряжения между отдельными точками цепи измерением в масштабе длины отрезка и угла этого отрезка относительно оси действительных чисел.

На рис. 8.2 $x_L > x_C$. В этом случае говорят, что сопротивление цепи активно–индуктивное. Напряжение при $x_L > x_C$ на всей цепи по фазе опережает ток. Угол опережения φ лежит в пределах от 0 до 90^0. Когда $x_C > x_L$, сопротивление цепи активно–емкостное, и напряжение отстает от тока. В этом случае область расположения угла φ от 0 до (-90^0).

На рис.8.2 треугольник ОБА- треугольник напряжений, при делении каждой стороны этого треугольника на I, получим подобный ему треугольник сопротивлений Оба.

Треугольник сопротивлений это прямоугольный треугольник, гипотенуза этого треугольника равна модулю полного сопротивления цепи, прилежащий катет- активное сопротивление, а противолежащий катет реактивное сопротивление цепи.

Из треугольника следует:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \varphi = arctg\,\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

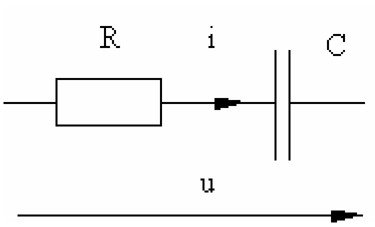
Угол φ ***между гипотенузой*** $\underline{Z}$ ***и катетом*** R ***равен углу между током и напряжением на сопротивлении***. Действительно:

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot Ze^{j\varphi}$$

Правая часть уравнения свидетельствует, что вектор напряжения равен произведению IZ и сдвинут относительно вектора $\dot{I}$ на угол φ.

При последовательном соединении нескольких элементов модуль полного сопротивления цепи $$Z = \sqrt{\left(\sum R\right)^2 + \left(\sum \omega L - \sum \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (7.3)$$

Пример:



К последовательной RC цепи синусоидального тока приложено напряжение $u=U_m\sin(\omega t+\psi)$. Определить мгновенное значение тока i. Построить векторную диаграмму напряжений и треугольник сопротивлений.

U m, B	ψ, °	R, Ом	X_C, Ом
180	90	35	20

Решение:

Выразим напряжение в комплексной форме.

$\dot{U}_m = 180e^{j90}$, полное сопротивление цепи $\underline{Z} = 35 - j20 \approx 40e^{-j30}$

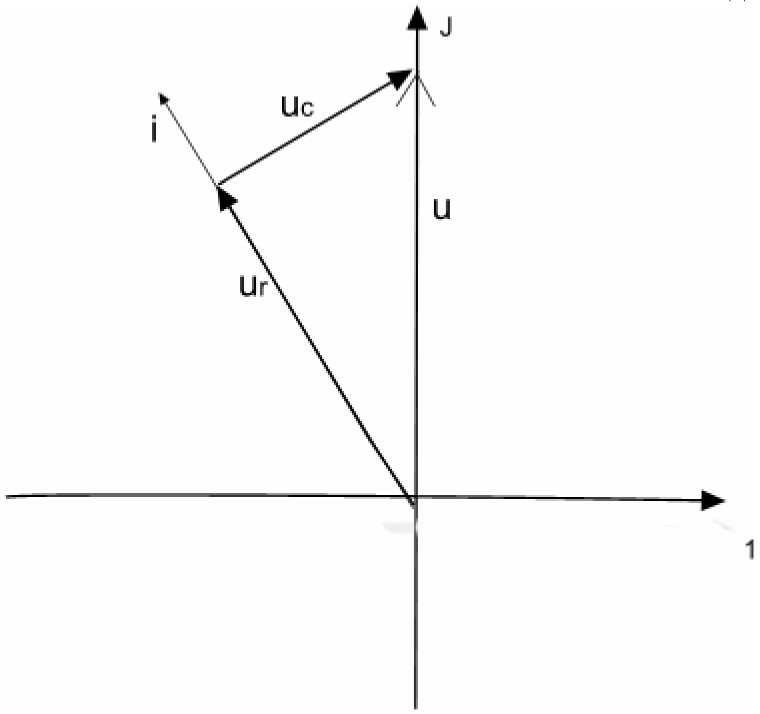
По закону Ома $\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{180e^{j90}}{40e^{-j30}} = 4{,}5e^{j120}$

Запишем мгновенное значение тока $i = 4{,}5\sin(\omega t + 120^0)$

Определим комплекс действующего напряжения на активном сопротивлении

$$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} \cdot R = 3{,}2e^{j120} \cdot 35 = 112e^{j120}$$

Комплекс действующего напряжения на емкости, учитывая, что $-j20 = 20e^{-j90}$, получим $\dot{U}_C = 3{,}2e^{j120} \cdot 20e^{-j90} = 64e^{j30}$, теперь можно строить векторную диаграмму напряжений на комплексной плоскости в масштабе и соблюдая углы.



Векторная диаграмма напряжений для предложенного примера.