Цепь переменного тока при параллельном соединении R, L, и C приведена на рисунке 9.1.

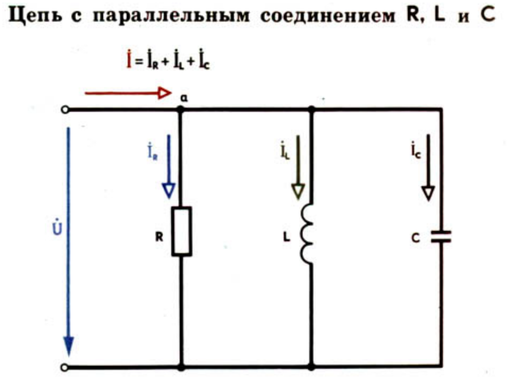

Рис 9.1.

Комплексы токов в цепи равны:

$$\dot I_R = \frac{\dot U}{R} = U \cdot g$$

где $g = \dfrac{1}{R}$ - активная проводимость,

$$\dot I_L = \frac{\dot U}{j\omega L} = \dot U \cdot b_L$$ где

$$b_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{-j}{\omega L}$$ -индуктивная проводимость,

$$\dot I_C = \frac{\dot U}{\dfrac{-j}{\omega C}} = \dot U \cdot b_C$$

где $b_C = \dfrac{1}{\dfrac{-j}{\omega C}} = j\omega C$ - емкостная проводимость.

По первому закону Киргхофа

$$\dot I = \dot I_R + \dot I_L + \dot I_C = \dot U \cdot \left[g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] = \dot U \cdot \left[g + j(b_C - b_L) \right] = \dot U \cdot (g + jb).$$

Введем понятие комплексной, или полной проводимости цепи

$$\underline{Y} = g + jb$$

$b = b_C - b_L$ реактивная проводимость,

модуль полной проводимости $Y = \sqrt{g^2 + (b_C - b_L)^2}$

$$\varphi = arctg \frac{\pm b}{g} \qquad (9.1)$$

Окончательно закон Ома для параллельной цепи имеет вид

$$\dot I = \dot U \cdot \underline{Y} = \dot U \cdot Ye^{j\varphi} \qquad (9.2)$$

На рисунке 9.2. приведена векторная диаграмма (ОВА) и треугольник проводимостей(ова) для вышеописанной цепи.

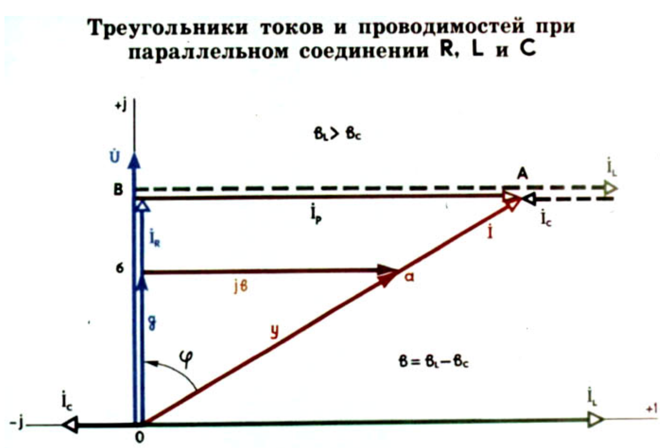

Рис.9.2.

Между полным сопротивлением ветви и полной проводимостью этой же ветви существует связь:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)\cdot(R - jX)} = \frac{R - jX}{Z^2}$$

откуда $g = \dfrac{R}{Z^2}$ $\qquad jb = -j\dfrac{X}{Z^2} \qquad (9.3)$

При активно–индуктивном характере полного сопротивления реактивная проводимость получается отрицательной, при активно–емкостном – положительной.

Обратные преобразования дают:

$$R = \frac{g}{g^2 + b^2} = \frac{g}{Y^2} \qquad jX = \frac{-jb}{g^2 + b^2} = -j\frac{b}{Y^2} \qquad (9.4)$$

Пример: Заданы параметры цепи (рис.9.3). R1=10 Ом, R2=8 Ом, X_C=6 Ом. U=127 В.

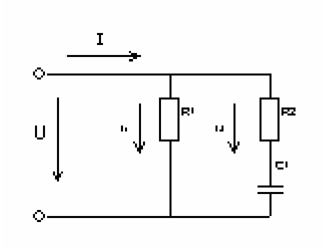

Рис 9.3

Найти токи в ветвях и общий ток. Построить векторную диаграмму.

Решение:

Комплексные сопротивления в ветвях:

$\underline{Z}_1 = R_1 = 10e^{j0^0}$ Ом, $\underline{Z}_2 = 8 - j6 = 10e^{-j36^0 52'}$ Ом.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{127e^{j0^0}}{10e^{j0^0}} = 12{,}7e^{j0^0} = 12{,}7 + j0 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{127e^{j0^0}}{10e^{-j36^0 52'}} = 12{,}7e^{j36^0 52'} = 10{,}16 + j7{,}62 \text{ А.}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 12{,}7 + 10{,}16 + j7{,}62 = 22{,}86 + j7{,}62 = 24{,}1e^{j18^0 26'} \text{ А.}$$

Решим эту задачу через проводимости.

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1{}^2} = 0{,}1, \quad g_2 = \frac{R_2}{Z_2{}^2} = 0{,}08, \quad jb = -j\frac{-6}{100} = j0{,}06.$$

$$\underline{Y}_1 = g_1 = 0{,}1e^{j0^0}, \quad \underline{Y}_2 = g_2 + jb = 0{,}08 + j0{,}06 = 0{,}1e^{36^0 52'}.$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \cdot \underline{Y}_1 = 127 \cdot 0{,}1e^{j0^0} = 12.7e^{j0^0} = 12{,}7 + j0 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U} \cdot \underline{Y}_2 = 127 \cdot 0{,}1e^{j36^0 52'} = 12{,}7e^{j36^0 52'} = 10{,}16 + j7{,}62 \text{ А.}$$

Общая проводимость $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = 0{,}1 + 0{,}08 + j0{,}06 = 0{,}18 + j0{,}06 = 0{,}19e^{j18^0 26'}$

$$\dot{I} = \dot{U} \cdot \underline{Y} = 127 \cdot 0{,}19e^{j18^0 26'} = 24{,}1e^{18^0 26'} = 22{,}86 + j7{,}62 \text{ А.}$$

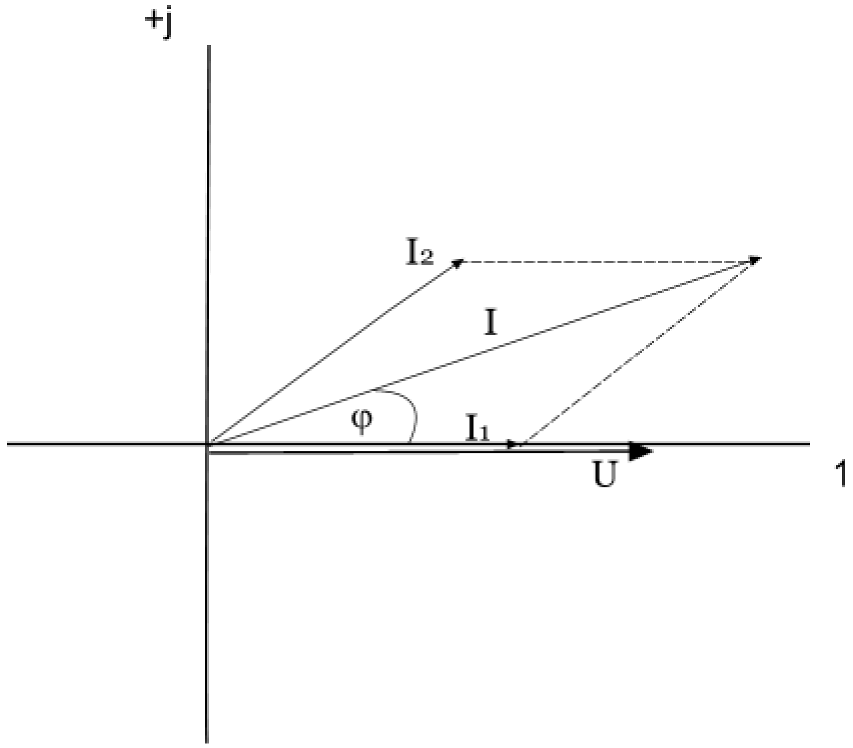

Рис 9.3

На рис.9.3 приведена векторная диаграмма токов на комплексной плоскости.

Так как $\psi_U = 0^0$ то $\varphi = -18^0 26'$, ток опережает напряжение.