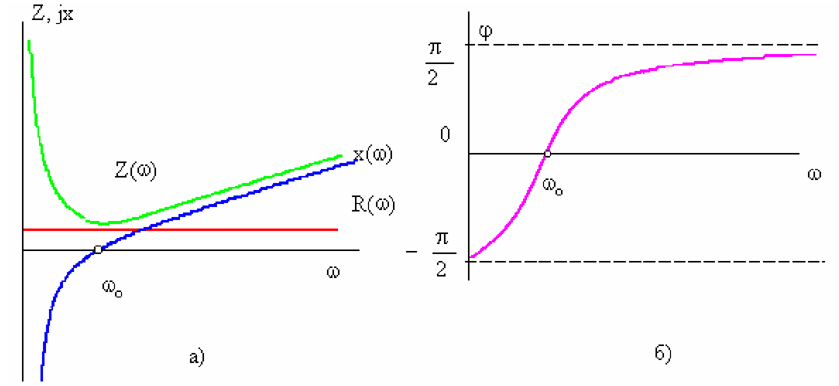
Частотные характеристики цепи с последовательными элементами R, L, C.

Зависимости полного и реактивного сопротивлений цепи и угла сдвига φ между током и напряжением от частоты приведены на рис. 11.1. В данной цепи активное сопротивление не зависит от частоты. Реактивное сопротивление (рис.11.2)

$X = \omega L - \dfrac{1}{\omega C}$ и подставляя $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ получим

$$X = \frac{L}{\omega}\left(\omega^2 - \omega_0^2\right) \qquad (11.1)$$

Из выражения 11.1 следует, что реактивное сопротивление цепи при трех характерных значениях частоты принимает предельные значения, равные нулю, либо бесконечности.



Частотные характеристики последовательной RLC цепи:
(а) величины сопротивлений; (б) аргумент полного сопротивления.

Рис.11.1.

Аргумент функции, при котором она принимает бесконечное значение, называют полюсом функции, а аргумент, при котором функция принимает нулевое значение, называют нулем этой функции. В данном случае имеем функцию $X(\omega)$ и, следовательно, ее полюсами будут частоты, при которых эта функция равна бесконечности, т.е. $\omega = 0$ и $\omega = \infty$, а нулем будут частота $\omega = \omega_0$ (рис.11.1,а). Характерное свойство функции $X(\omega)$ заключается в том, что при всех частотах $\dfrac{dX}{d\omega} > 0$. Таким образом, с увеличением частоты величина X, понимаемая алгебраически всегда растет.

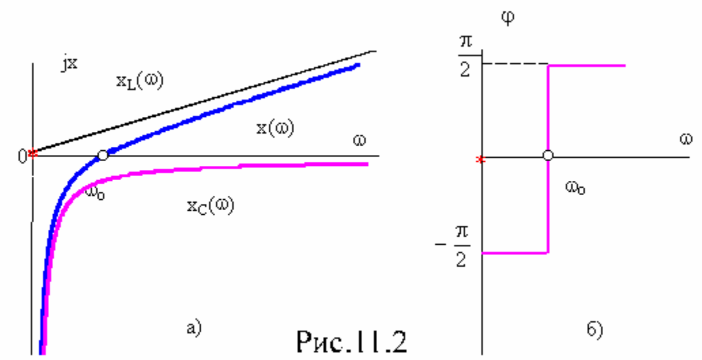
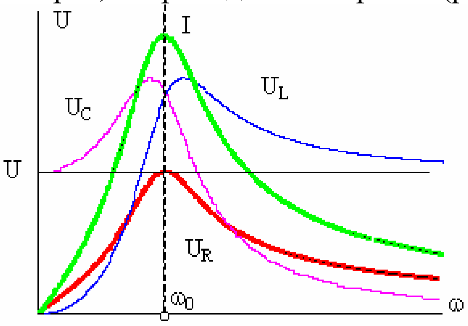


Рис.11.2

Частотные характеристики сопротивлений индуктивности, емкости и их последовательного соединения:
а) величина сопротивления, б) фаза

Обратим особое внимание на то обстоятельство, что в момент резонанса происходит изменение характера реактивного сопротивления (рис 11.1,б и 11.2,б). Если при $\omega < \omega_0$ реактивное сопротивление имело емкостный характер (X<0, φ<0), то при $\omega > \omega_o$ оно принимает индуктивный характер (X>0, φ>0). В частном случае, если R=0, при частоте $\omega = \omega_0$ происходит скачкообразное изменение угла φ от $-\dfrac{\pi}{2}$ *до* $+\dfrac{\pi}{2}$, т.е. происходит, как иногда говорят, “опрокидывание фазы” (рис11.1,б).



Амплитудно–частотные характеристики тока и напряжений на элементах схемы

Рис.11.3.

Частотная характеристика $I(\omega)$ при постоянных U,R,L и C выражается формулой:

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

и изображается кривой, представленной на рис. 11.3. На рисунке также приведены частотные характеристики $U_C(\omega) = I(\omega) \cdot \dfrac{1}{\omega C}$ и $U_L = I(\omega) \cdot \omega L$. При $\omega = 0$ ток I=0, так как конденсатор не пропускает постоянный ток и, соответственно все приложенное напряжение приходится на зажимы конденсатора ($U_C = U$). При $\omega = \infty$ имеем $I = 0$, так как сопротивление катушки бесконечно и, соответственно, все напряжение падает на зажимы катушки ($U_L = U$). При резонансной частоте имеем $U_L = U_C$ и, так как напряжения на катушке и конденсаторе взаимно компенсируются, то все напряжение падает на участок с сопротивлением R ($U_R = I \cdot R = U$).

При наличии в контуре сопротивления R наибольшие значения частичных напряжений будут соответствовать частоте, несколько отличной от частоты резонанса. В частности напряжение на емкости

$$U_C = I \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}}$$

Максимум функции соответствует минимуму подкоренного выражения. Поэтому, чтобы найти максимум искомой функции нужно взять первую производную от подкоренного выражения по φ и приравнять ее нулю.

$$2\omega R^2 C^2 + 4\omega^3 L^2 C^2 - 4\omega LC = 0.$$

Отсюда находим искомую частоту

$$\omega_C = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} = \sqrt{\omega_0{}^2 - \frac{R^2}{2L^2}} \qquad (11.2)$$

Следовательно, напряжение на емкости будет иметь наибольшее значение при угловой частоте ω_C, меньшей, чем угловая частота резонанса ω_0 (рис.11.3). Подобным же образом можно получить выражение для частоты, при которой на индуктивности максимальное напряжение

$$\omega_L = \omega_0\sqrt{\frac{1}{1 - \dfrac{R^2 C}{2L}}} = \omega_0\sqrt{\frac{1}{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}} \qquad (11.3)$$

Чем больше добротность контура $Q = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}$, тем ближе вершины характеристик U_C, I, и U_L и тем острее эти характеристики.