Резонанс в последовательной цепи (резонанс напряжений).

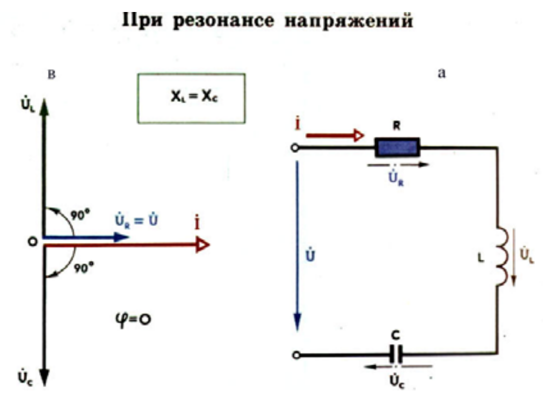


Рис.10.1.

В последовательной цепи (рис.10.1,а) комплексное сопротивление $\underline{Z}$ равно:

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

В резонансном режиме входное сопротивление чисто активное, т.е.

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 \qquad (10.1)$$

откуда условие резонанса:

$$X_L = X_C \text{ или } \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ или } \omega_0^2 LC = 1 \quad (10.2)$$

Из (10.2) очевидно, что резонанса можно добиться изменением частоты, индуктивности или емкости. Резонансная частота получается из (10.2)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (10.3).$$

В режиме резонанса полное сопротивление цепи наименьшее возможное, а ток наибольший возможный:

$$I = \frac{U}{R}$$

и не зависит от значений индуктивного и емкостного сопротивлений. Напряжения на элементах равны:

$$U_R = I \cdot R = U; \quad U_L = I \cdot \omega_0 L; \; U_C = I \cdot \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Как видно из последних двух уравнений с учетом (10.1), напряжения на индуктивности и емкости равны между собой, а значения их определяются сопротивлениями индуктивности и емкости и могут быть во много раз больше напряжения, приложенного к цепи. Поэтому резонанс в последовательной цепи называется резонансом напряжений.

Превышение напряжений на реактивных элементах может быть при условии:

$$R < \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \text{ с учетом 10.3 получим } R < \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho. \quad (10.4)$$

Величина ρ носит название *волнового сопротивления* последовательного контура и имеет размерность сопротивления.

Отношение

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{I\omega_0 L}{IR} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho}{R} \qquad (10.5)$$

определяет кратность превышения напряжения на зажимах индуктивного и емкостного сопротивлений над напряжением на зажимах все цепи. Величину Q, определяющую резонансные свойства контура, называют *добротностью контура.* Принято также резонансные свойства характеризовать величиной $d = \frac{1}{Q}$, носящей название *затухание контура.*

Ранее при исследовании простейших цепей переменного тока были получены выражения для мгновенной мощности на зажимах индуктивности и конденсатора:

$p_L = U_L I \sin 2\omega t$ и $p_C = -U_C I \sin 2\omega t$. При резонансе, когда $U_L = U_C$, эти мощности в любой момент времени равны и противоположны по знаку. Это значит, что происходит обмен энергией между магнитным полем катушки и электрическим полем конденсатора, причем обмен энергией между полями цепи и источником не происходит, т.к. $p_L = p_C = const$. Энергия переходит из конденсатора в катушку в течении четверти периода, когда напряжение на конденсаторе по абсолютной величине убывает, а ток по абсолютному значению возрастает. В течении следующей четверти периода, когда напряжение на конденсаторе по абсолютному значению растет, а ток по абсолютному значению убывает, энергия переходит обратно из катушки в конденсатор. Источник энергии, питающий цепь, только покрывает расход энергии в участке с сопротивлением R.

Векторная диаграмма при последовательном резонансе (напряжений) при начальной фазе приложенного напряжения, равной нулю, приведена на рис. 10.1,в.

В силовых цепях в большинстве случаев резонанс напряжений- явление нежелательное, связанное с неожиданным возникновением перенапряжений, на индуктивных и емкостных элементах. Но в слаботочных цепях, проволочной телефонии, радиотехнике и т.п. явление резонанса напряжений широко используется для настройки цепи на определенноую частоту.

Пример: Определить напряжение на индуктивности U_L при резонансе, если u = 100sinωt В, R = 20 Ом, L = 20 мГн, C = 50 мкФ.

Решение:

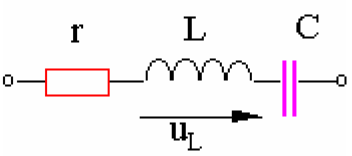
Определим резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{20 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} = 1000 \text{ рад/с}$$

Сопротивления индуктивности и емкости равны:

$$X_L = X_C = \omega L = 1000 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом.}$$

Добротность контура:



$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{20}{20} = 1$$

т.е. величина напряжения на индуктивности равна входному напряжению. Кроме этого, напряжение на индуктивности по фазе опережает ток на $\frac{\pi}{2}$, а фазы тока и приложенного напряжения при резонансе совпадают по направлению. Следовательно напряжение на индуктивности при резонансе

$$U_L = 100 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \text{ В.}$$