

## Расчет трехфазных цепей

Рассмотрим конкретные соединения нагрузки.

Соединение звездой с нейтральным проводом (четырёхпроводная система).

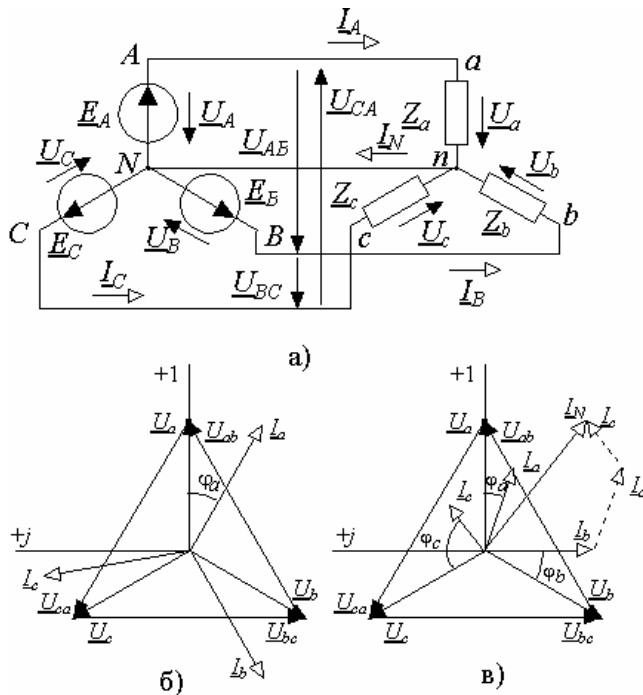


Рис 1.

Пусть фазы источника и нагрузки соединены звездой с нейтральным проводом (рис 1, а)). При таком соединении нагрузка подключена к фазам источника двумя проводами и, если пренебречь сопротивлением проводов, то  $\dot{U}_A = \dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_B = \dot{U}_b$  и  $\dot{U}_C = \dot{U}_c$ . Отсюда по закону Ома токи в фазах нагрузки равны

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_A}{Z_a}; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_B}{Z_b}; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_C}{Z_c} \quad (1)$$

Так как при соединении звездой фазы генератора соединены последовательно с фазами нагрузки, линейные токи одновременно являются и фазными токами как в фазах генератора, так и в фазах нагрузки:  $I_L = I_\phi$ . Ток в нейтральном проводе можно определить

по закону Кирхгофа для нейтральной точки нагрузки. Он равен векторной сумме фазных токов:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \quad (2)$$

Выражения 1 и 2 для четырехпроводной системы справедливы всегда. В случае симметричной нагрузки комплексные сопротивления нагрузки каждой фазы равны между собой  $Z_a = Z_b = Z_c = Z$ . (3)

Подставив в выражение (2) выражения для фазных токов (1) и учитывая (3) получим:

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{Z}, \text{ так как в симметричной системе э.д.с.}$$

$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$  следовательно  $\dot{I}_N = 0$ . Таким образом, в симметричной системе ток нейтрального провода равен нулю и сам провод может отсутствовать. В этом случае связанная трехфазная система будет передавать по трем проводам такую же мощность, как несвязанная по шести. На практике нейтральный провод в системах передачи электроэнергии сохраняют, т.к. его наличие позволяет получать у потребителя два значения напряжения - фазное и линейное (127/220 В, 220/380 В и т.д.). Однако сечение нейтрального провода обычно существенно меньше, чем у линейных проводов, т.к. по нему протекает только ток, создаваемый асимметрией системы.

Векторные диаграммы для симметричной и несимметричной нагрузки в системе с нейтральным проводом приведены на рис. 1 б) и в).

Построение векторных диаграмм в четырехпроводной системе начинают с построения фазных напряжений генератора, которые образуют симметричную систему напряжений.

При симметричной нагрузке токи во всех фазах одинаковы и смещены по отношению друг к другу на  $120^\circ$ . Их модули или действующие значения можно определить как  $I = \frac{U_\phi}{Z}$ , а ток в нейтральном проводе в этом случае равен нулю. Фазные токи строятся относительно фазных напряжений нагрузки, которые равны фазным напряжениям генератора.

В случае несимметричной нагрузки ток в нейтральном проводе равен векторной сумме фазных токов (рис.1,б).

Соединение звездой без нейтрального провода (трехпроводная система).

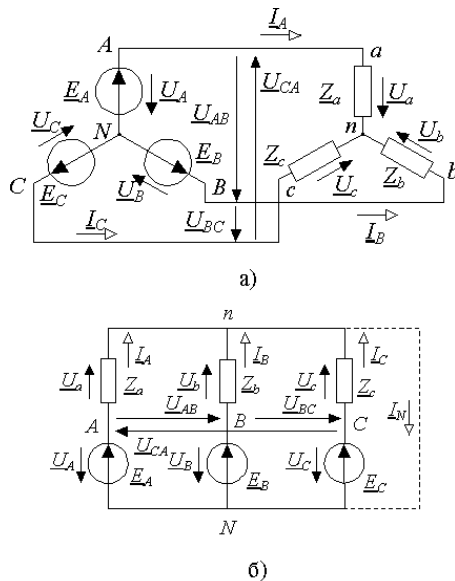


Рис 2.

В этом случае нейтральные точки генератора и нагрузки не соединены и следовательно между ними может возникнуть разность потенциалов. Его можно определить по методу двух узлов, перестроив для наглядности схему рис. 2 а). В традиционном для теории электрических цепей начертании она будет иметь вид рис. 2 б). Отсюда

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_A \cdot \dot{Y}_A + \dot{E}_B \cdot \dot{Y}_B + \dot{E}_C \cdot \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} \quad (4), \text{ где}$$

$Y_A = \frac{1}{Z_A}, Y_B = \frac{1}{Z_B}, Y_C = \frac{1}{Z_C}$  комплексные проводимости фаз.

С другой стороны по второму закону Кирхгофа для схемы (рис.2,б)  $\dot{U}_{nN} = \dot{U}_A - \dot{U}_a = \dot{U}_B - \dot{U}_b = \dot{U}_C - \dot{U}_c$  откуда можно рассчитать фазное напряжение нагрузки:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} \quad (5)$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}$$

В случае симметричной нагрузки  $\dot{Y}_A = \dot{Y}_B = \dot{Y}_C = \dot{Y}$ , тогда из уравнения(4)  $\dot{U}_{nN} = 0$  и фазные напряжения нагрузки равны фазным напряжениям генератора, уравнение (5). В случае симметричной нагрузки режим работы системы не отличается от режима в системе с нейтральным проводом.

В случае несимметричной нагрузки сначала определяется напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_{nN}$ , потом рассчитываются фазные напряжения нагрузки по уравнениям (5), а потом определяются фазные токи:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_a}, \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_b}, \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_c} \quad (6)$$

При отсутствии нейтрального провода  $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$ .

Построение векторных диаграмм для трехпроводной системы начинается с

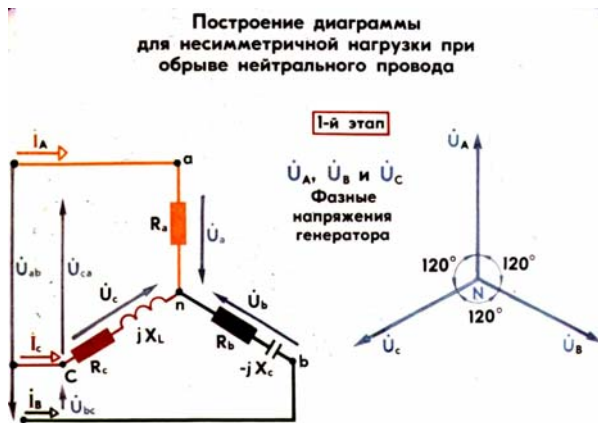


Рис 3.

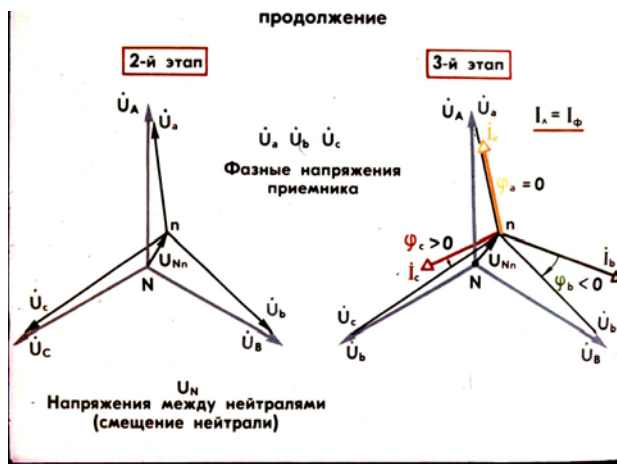
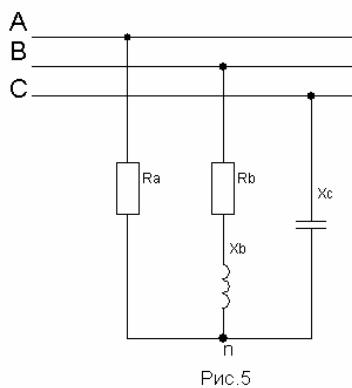


Рис 4.

провод никогда не включают предохранители. Таким образом, роль нулевого провода сводится к сохранению симметрии напряжений на нагрузке.

Рассмотрим пример расчета трехфазной системы при соединении нагрузки звездой без нейтрального провода. Схема представлена на рис.5



$$U_{\text{л}} = 220 \text{ В.}$$

$$R_a = 10 \text{ Ом, } R_b = 6 \text{ Ом, } X_b = 8 \text{ Ом, } X_c = 10 \text{ Ом.}$$

Определить фазные токи.

Расчет будем проводить символическим методом.

Определим фазные напряжения генератора.

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}. \quad \dot{U}_A = 127e^{j0^\circ}, \quad \dot{U}_B = 127e^{-j120^\circ},$$

$$\dot{U}_C = 127e^{j120^\circ}.$$

Определим комплексные сопротивления нагрузки.

$$Z_a = 10 + j0 = 10e^{j0^\circ} \text{ Ом,}$$

$$Z_b = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ Ом,}$$

$$Z_c = 0 - j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Определим комплексные проводимости нагрузки.

$$Y_a = \frac{1}{Z_a} = 0,1e^{j0^\circ} \text{ Сим},$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = 0,1e^{-j53^\circ} = 0,06 - j0,08 \text{ Сим},$$

$$Y_c = \frac{1}{Z_c} = 0,1e^{j90^\circ} = 0 + j0,1 \text{ Сим}.$$

Находим напряжение смещения нейтрали

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \frac{\dot{U}_A \cdot Y_a + \dot{U}_B \cdot Y_b + \dot{U}_C \cdot Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = \frac{127e^{j0^\circ} \cdot 0,1e^{j0^\circ} + 127e^{-j120^\circ} \cdot 0,1e^{-j53^\circ} + 127e^{j120^\circ} \cdot 0,1e^{j90^\circ}}{0,1 + 0,06 - j0,08 + j0,1} = \\ &= \frac{12,7 - 12,6 - j1,52 - 11 - j6,35}{0,16 + j0,02} = -73,17 - j40,6 = 83,4e^{-j151,3^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Рассчитываем фазные напряжения нагрузки.

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 127 + 73,17 + j40,6 = 200,17 + j40,6 = 204,14e^{j11^\circ} \text{ В}.$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = -63,5 - j110 + 73,17 + j40,6 = 9,67 - j70 = 70,6e^{-j82^\circ} \text{ В}.$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = -63,5 + j110 + 73,17 + j40,6 = 9,67 + j150 = 150,3e^{j86^\circ} \text{ В}.$$

Из расчетов видно, что напряжения на нагрузки несимметричны, вместо 127 В в фазе А 214 В.

Рассчитываем фазные токи.

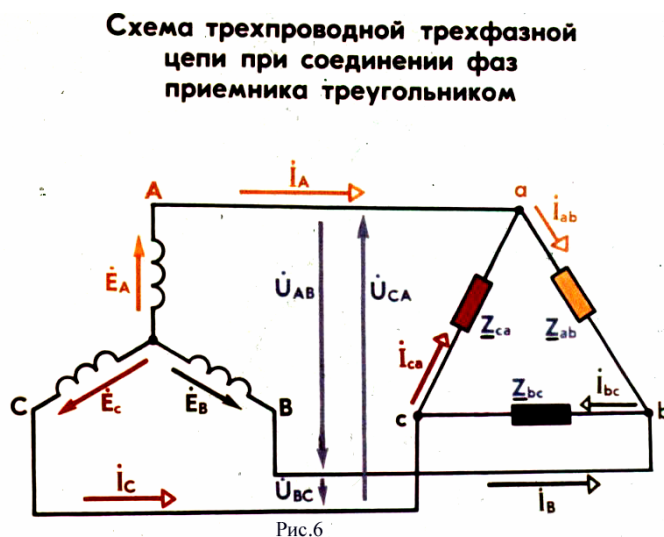
$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{Z_a} = \frac{204,14e^{j11^\circ}}{10} = 20,4e^{j11^\circ} = 20,4 + j4 \text{ А}.$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{Z_b} = \frac{70,6e^{-j82^\circ}}{6 + j8} = 7,06e^{-j135^\circ} = -5 - j5 \text{ А}.$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{Z_c} = \frac{150,3e^{j86^\circ}}{-j10} = 15,03e^{j176^\circ} = -15 + j1 \text{ А}.$$

Проверка

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 20,4 + j4 - 5 - j5 - 15 + j1 \approx 0$$



В трехфазных цепях нагрузка и источник могут быть соединены по-разному. В частности нагрузка, соединенная треугольником, может быть подключена к сети, в которой источник питания соединен звездой (рис. 6).

При этом фазы нагрузки оказываются подключенными на линейные напряжения.

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}$$

Фазные токи находятся по закону Ома.

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} \quad \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} \quad \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}},$$

а линейные токи по первому закону Кирхгофа для узлов треугольника

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} \quad (7)$$

Векторы фазных токов нагрузки на диаграммах для большей наглядности принято строить относительно соответствующих фазных напряжений. На рис. 7,8,9 показано построение векторных диаграмм. Диаграммы построены для случая симметричной нагрузки. Как и следовало ожидать, векторы фазных и линейных токов образуют симметричные трехфазные системы.

Как видно из векторной диаграммы (Рис.9), в случае симметричной нагрузки линейный ток больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз. Вектора фазных токов в узле треугольника образуют равнобедренный треугольник с углом в основании  $30^\circ$ . в этом случае, основание треугольника больше стороны в  $\sqrt{3}$  раз. Аналогично, как было доказано для линейных напряжений генератора. В случае симметричных напряжений генератора, линейное напряжение больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз.

На рис. 10) построена векторная диаграмма для случая разных типов нагрузки в фазах. В фазе *ab* нагрузка чисто резистивная, а в фазах *bc* и *ca* активно-индуктивная и активно-емкостная. В соответствии с характером нагрузки, вектор  $\dot{I}_{ab}$

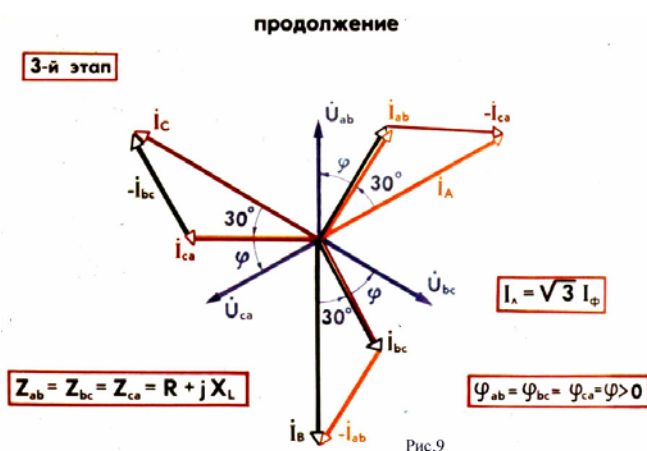
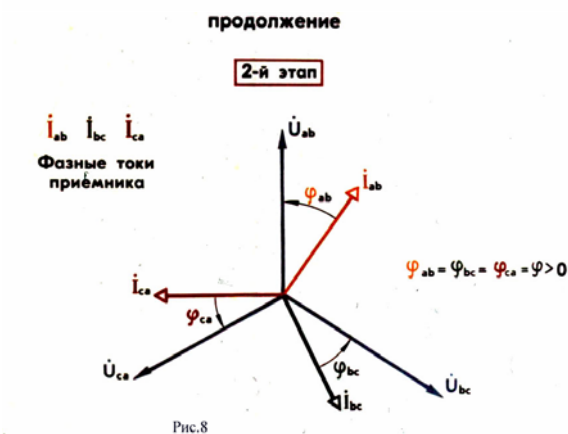
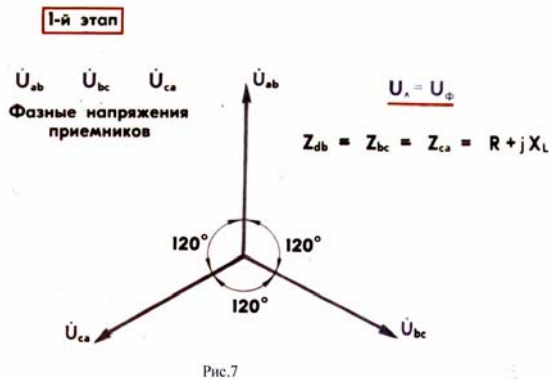
совпадает по направлению с вектором  $\dot{U}_{ab}$ ;

вектор  $\dot{I}_{bc}$  отстает, а вектор  $\dot{I}_{ca}$  опережает соответствующие векторы напряжений. После построения векторов фазных токов можно по выражениям (7) построить векторы линейных токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$ . Следует обратить внимание, что векторная сумма как фазных, так и линейных токов при соединении нагрузки треугольником всегда равна нулю.

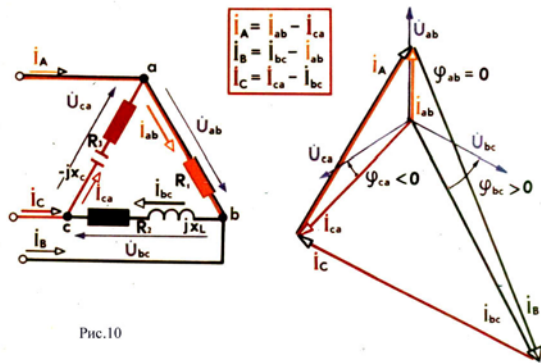
Если пренебречь сопротивлением линейных проводов, то напряжения фаз

приемника будут равны напряжениям источника.

В этом случае фазы приемника независимы друг от друга, т. е. изменение сопротивления в какой-либо одной фазе приемника вызывает изменение тока этой фазы и



Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении приемников треугольником (несимметричная нагрузка)



токов в двух линейных проводах, соединенных с этой фазой, но никак не отражается на токах других фаз. Если же сопротивления линейных проводов не равны нулю, то из-за падения напряжения в них при соединении треугольником не обеспечивается независимость фаз. Например, изменение сопротивления фазы  $ab$  вызовет изменение фазного тока  $I_{ab}$ , а следовательно, и линейных токов  $I_A$  и  $I_B$ . При этом происходит падение напряжения в линейных проводах  $A$  и  $B$ , что при неизменных линейных напряжениях на зажимах генератора вызывает изменение напряжений на всех трех фазах приемника, так как потенциалы узлов  $a$  и  $b$

изменяются, вследствие чего изменяются также токи  $I_{bc}$  и  $I_{ca}$  в тех фазах, сопротивление которых оставалось неизменным. Следует отметить: при расчетах трехфазных цепей считают, что генераторы имеют симметричную систему напряжений.

Несимметрия нагрузки практически не влияет на систему напряжений фаз генератора в том случае, если мощность нагрузки весьма мала по сравнению с мощностью генераторов (или сети электроснабжения), т. е. тогда, когда рассматривается система с источником бесконечно большой мощности.