2. ГИДРОСТАТИКА

Гидростатика изучает законы равновесия капельных жидкостей.

Силы, действующие в жидкости, подразделяются на объемные (массовые) и поверхностные. Объемные силы пропорциональны объему жидкости (сила тяжести, сила инерции), а поверхностные – пропорциональны площади поверхности, на которую они действуют (сила давления на свободную поверхность жидкости в открытом или закрытом сосуде, сила вязкости).

2.1. ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Жидкость оказывает давление на дно и стенки сосуда, в котором она находится, и на поверхность любого погруженного в нее тела.

Рассмотрим некоторую элементарную площадку S внутри объема покоящейся жидкости (рис. 2.1). Независимо от положения площадки в данной точке объема жидкость будет давить на нее с некоторой силой, равной F и направленной по нормали к площадке, на которую она действует. Ее называют силой гидростатического давления. Отношение F/S представляет собой среднее гидростатическое давление, а предел этого отношения при $S\to 0$ носит название гидростатического давления в точке, или просто давления:

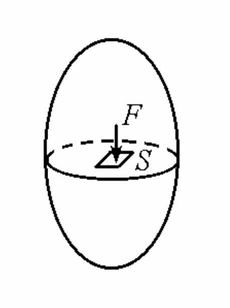

Рис. 2.1 Ограниченный объем жидкости

$$p = \lim_{S\to 0} F/S \,, \tag{2.1}$$

где p – гидростатическое давление, Н/м^2; F – сила гидростатического давления, Н; S – элементарная площадка, м^2.

Связь между различными единицами измерения давления представляется следующим образом:

- атмосфера физическая 1 атм = 760 мм рт.ст. = 10,33 м вод.ст. = 1,033 кгс/см^2 = = 101337 Н/м^2;
- атмосфера техническая 1 ат = 735,6 мм.рт.ст. = 10 м вод.ст. = = 1 кгс/см^2 = 98100 Н/м^2

- 1 мм.рт.ст = 133,3 Па (Н/м^2)

2.2. СВОЙСТВА ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Первое свойство: гидростатическое давление направлено всегда по внутренней нормали к площадке, на которую это давление действует (рис. 2.1). Иначе эту силу можно было бы разложить на нормальную и параллельную плоскости площадки составляющие, и параллельная составляющая вызвала бы перемещение слоев жидкости, что невозможно, так как по условию жидкость находится в покое.

Второе свойство: давление в любой точке жидкости одинаково по всем направлениям, поскольку в противном случае также происходило бы перемещение жидкости внутри занимаемого ею объема.

Третье свойство: гидростатическое давление в точке зависит от координат. В жидкости, находящейся только под действием сил тяжести, – от глубины её погружения в жидкость.

2.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ (УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА)

Выделим в жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx,dy,dz. Рассмотрим равновесие действующих на этот параллелепипед внешних сил. Составим уравнения проекций этих сил на координатные оси. Ограничимся подробным рассмотрением уравнения проекций на ось X.

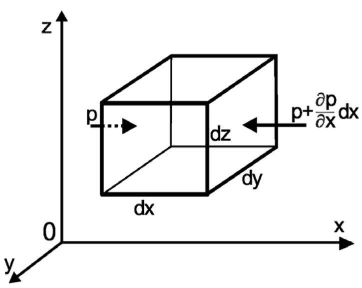

Рис. 2.2 Элементарный параллелепипед

Давление зависит от координат (см. свойства гидростатического давления, раздел 2.2), поэтому на параллельных гранях (рис. 2.2) параллелепипеда оно различно. При переходе от одной грани к другой параллельной изменилась только одна координата x (на величину dx), и давление изменилось от значения p до $p+\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)dx$, где $\frac{\partial p}{\partial x}$ - частный дифференциал давления, взятый по координате X. Таким образом, на левую грань действует сила

$dF_x = pdydz$, а на правую $dF_x^{/} = \left[p + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)dx\right]dydz$. Найдем проекцию массовых сил dG на ось X. Она равна произведению элементарной массы dm=ρdxdydz на проекцию ускорения X этих сил на ту же ось, т.е. $dG_x =$ =ρdxdydzX. Просуммировав и приравняв к нулю проекции всех сил, получим первое уравнение равновесия:

$$dF_x - dF_x^{/} + dG_x = pdydz - \left[p + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)dx\right]dydz + \rho dxdydzX = 0$$

Разделив на ρdxdydz (т.е. отнесли к единице массы), получим

$$-\left(\frac{1}{\rho}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) + X = 0 \text{ или } \frac{\partial p}{\partial x} = \rho X.$$

Аналогичные уравнения получим для проекций на оси Y и Z.

Тогда

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho Y = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho Z = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2.2)$$

Это и есть дифференциальные уравнения равновесия идеальной жидкости, которые выражают в дифференциальной форме закон распределения давления. Они выведены Л. Эйлером в 1775 году.

Для дальнейшего исследования преобразуем систему дифференциальных уравнений (2.2). Умножив каждое из уравнений соответственно на dx, dy,dz и сложив систему уравнений, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Т.к. гидростатическое давление является функцией только координат точки $p = f(x, y, z)$, то левая часть уравнения представляет собой полный дифференциал давления dp. Следовательно, dp=ρ(Xdx+Ydy+Zdz). Т.к. ρ=const, то последнее уравнение может иметь смысл только в том случае, если выражение в скобках также является полным дифференциалом. Для этого необходимо, чтобы существовала такая функция U=f(x,y,z), частные производные которой по x, y, z были бы соответственно равны $\frac{\partial U}{\partial x} = X;\ \frac{\partial U}{\partial y} = Y;\ \frac{\partial U}{\partial z} = Z$. Такая функция называется потенциальной, а силы, которые этой функцией выражаются, силами, имеющими потенциал (например, силы тяжести).

$$dp = \rho\left(\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz\right) \text{ или } dp = \rho dU. \qquad (2.3)$$

2.4. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ

Рассмотрим наиболее важный для практики частный случай равновесия жидкости, находящейся под действием только сил тяжести. В этом случае проекции объемных (массовых) сил на оси будут равны:

$$X = \frac{\partial U}{\partial x} = 0;\ \ Y = \frac{\partial U}{\partial y} = 0;\ \ Z = \frac{\partial U}{\partial z} = -g.$$

Следовательно, дифференциальное уравнение (2.3) примет следующий вид:

$$dp = -\rho g dz \text{ или } \frac{dp}{\rho g} + dz = 0.$$

В результате интегрирования получим $z + \frac{p}{\rho g} = C$.

При пограничных условиях $z = z_0$ и $p = p_0$ имеем

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g}, \qquad (2.4)$$

где $\frac{p}{\rho g}$ – напор давления или пьезометрический напор, м; z – нивелирная высота или расстояние, которое отсчитывается от плоскости сравнения, м. Плоскость сравнения выбирается произвольно, но она должна быть горизонтальной.

Видоизменим уравнение (2.4). Допустим, что нужно найти давление в точке 1, погруженной на глубину h (рис. 2.3). Проведем плоскости сравнения 0-0, I-I и II-II соответственно через днище резервуара, точку 1 и свободную поверхность жидкости. При давлении на свободной поверхности p_0 формула (2.4) примет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} \text{ или } p_1 = p_0 + \rho g\left(z_0 - z_1\right).$$

Видно, что $z_0 - z_1 = h$, и окончательно получаем

$$p_1 = p_0 + \rho g h, \qquad (2.5)$$

где p_1 – абсолютное давление, Па; $p_о$ – давление на свободную поверхность, Па; ρ – плотность, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2; h – глубина погружения, м.

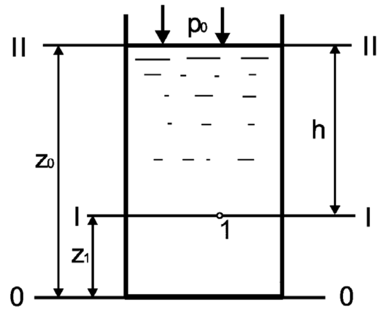

Рис. 2.3 Гидростатическое давление

Уравнение (2.5) является фундаментальным и называется **основным уравнением гидростатики** и показывает, что гидростатическое давление в любой точке покоящейся капельной жидкости изменяется в зависимости только от вертикальной координаты этой точки.

Величина p_1 в (2.5) называется абсолютным $p_{абс}$ гидростатическим давлением в точке 1. Оно равно абсолютному давлению на свободной поверхности $p_о$ плюс гидростатическое (или весовое) давление $\rho g h$, обусловленное весом самой жидкости.

Разность между абсолютным и атмосферным давлением называется **избыточным** (манометрическим) давлением.

$$p_{изб} = p_{абс} - p_{ат} \qquad (2.6)$$

Если давление меньше атмосферного, то недостаток давления до атмосферного называют давлением **вакуума**.

$$p_{вак} = p_{ат} - p_{абс} \qquad (2.7)$$

2.5. ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Все приборы для измерения давления и вакуума можно разделить на три группы: *пьезометры, манометры, вакуумметры*.

Пьезометры – это стеклянные трубки диаметром не менее 5 мм с измерительной шкалой (рис. 2.4, 2.5). Один конец пьезометра соединяется с той областью, в которой необходимо измерить давление. При измерении давления, жидкость в пьезометре поднимается на определённую высоту h_p , называемой пьезометрической высотой. Измерив её величину, давление определяют по формуле $p=\rho g h_p$. Т.к. в трубке пьезометра находится та же жидкость, что и в сосуде, пьезометр измеряет давление в метрах столба исследуемой жидкости. Это является достоинством прибора. Недостаток его в том, что для измерения давлений превышающих 30…40 кПа (0,3…0,4 ат) требуется установка трубок очень большой высоты.

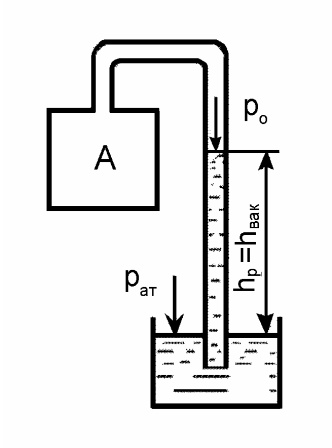

Рис. 2.4. Схема измерения вакуума

Схема измерения вакуума $p_{вак}$ показана на рис. 2.4. Один конец пьезометра помещают в область вакуума (сосуд А), а другой – в открытый сосуд В, заполненный жидкостью. Т.к. в области А вакуум $p_o<p_{атм}$, жидкость под действием атмосферного давления из сосуда В поднимается в трубку на высоту $h_{вак}$.

Если к отверстию А закрытого сосуда (рис. 2.5) с находящейся в нем жидкостью под дав-

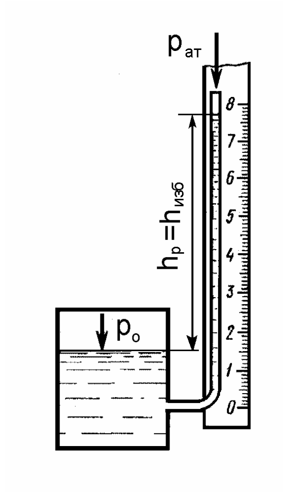

Рис. 2.5. Схема измерения избыточного давления

лением $p_o > p_{атм}$ присоединить открытую сверху стеклянную трубку, то жидкость в трубке поднимется на высоту h_p.

Манометры бывают двух систем – *жидкостные и механические*.

К жидкостным манометрам относятся ртутно-чашечные манометры, ртутные дифманометры с U-образными трубками для измерения разности давлений в двух точках и микроманометры. Ртутные манометры, предназначенные для измерения давлений до 0,3…0,4 МПа, а микроманометры (наклонные пьезометры, заполняемые спиртом или водой) – для измерения очень малых давлений.

Механические манометры подразделяются на пружинные и мембранные. Первые служат для измерения давлений от 0,3 до 1000 МПа, вторые – для давлений от 0,02 до 3 МПа.

Пример 2.1. Определить абсолютное давление $p_{абс} = P_o$ (Па) в сосуде А (рис. 2.4) и величину вакуума $p_{вак}$ если пьезометр показывает h=300 мм вод. ст. = 0,3 м вод. ст, а атмосферное давление $p_{ат}$ равно 740 мм рт. ст. Плотность воды принять ρ=1000 кг/м^3.

Учитывая, что свободный конец трубки помещён в открытую ёмкость и уровень жидкости в пьезометре выше, чем в ёмкости, следовательно, в сосуде А – вакуум (жидкость втягивается).

Атмосферное давление $p_{ат}$ уравновешено давлением p_o в сосуде А и гидростатическим столбом жидкости в пьезометре ρgh, т.е. $p_{ат} = p_o + \rho gh$.

Тогда давление на свободную поверхность

$$p_{абс} = p_o = p_{ат} - \rho gh = 740 \cdot 133{,}3 - 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}3 = 98642 \text{ Па.}$$

Вакуум определим по формуле (2.4):

$$p_{вак} = p_{ат} - p_{абс} = \rho gh = 2943 \text{ Па.}$$

2.6. ЗАКОН ПАСКАЛЯ. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЕСС

Согласно основному уравнению гидростатики (2.5) можно сделать вывод, что всякое увеличение внешнего давления p_0 увеличивает на такую же величину полное гидростатическое давление в любой точке жидкости.

Давление в точках А и В (рис. 2.6) будут соответственно равны: $p_A = p_0 + \rho g h_A$; $p_B = p_0 + \rho g h_B$. Изменив давление p_0 на величину Δp, получим $p_A = p_0 + \Delta p + \rho g h_A$; $p_B = p_0 + \Delta p + \rho g h_B$. Очевидно, что давление в точках А и В изменилось на одну и ту же величину. Таким образом, *внешнее давление*, оказанное на свободную поверхность замкнутого объема несжимаемой жидкости, *передается* жидкостью *одинаково* всем ее точкам по всем направлениям. Это **закон Паскаля**.

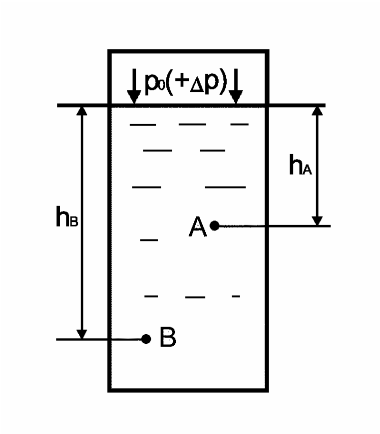

Рис. 2.6 Гидростатическое давление в точках А и В

На этом законе основан принцип работы гидравлических машин. Рассмотрим одну из них.

Гидравлический пресс – это машина, которая используется для получения больших усилий при прессовании, штамповке, испытании материалов и т.п. Пресс состоит из двух сообщающихся цилиндров с поршнями малого d и большого D диаметров (рис. 2.7). Первый поршень (скалка) соединен с рычагом, дающим дополнительный выигрыш в силе. Если к рычагу приложена сила F_o, то на малый поршень передается сила:

$$F_1 = F_0 \frac{a}{b}.$$

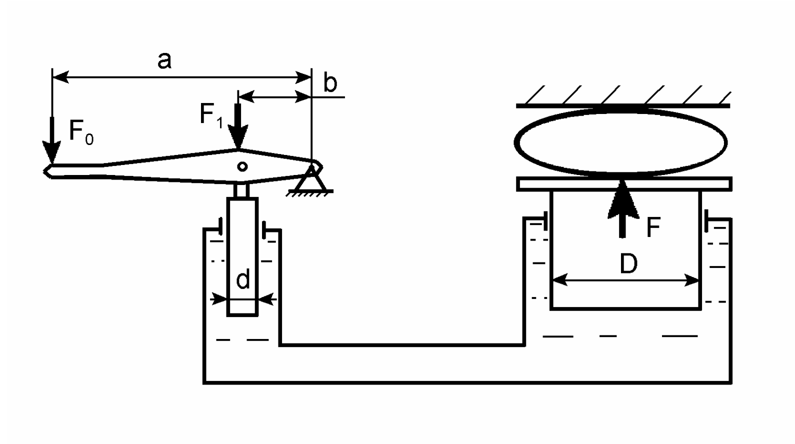

Рис. 2.7. Схема гидравлического пресса

Следовательно, в жидкости под поршнем давление увеличивается на величину:

$$\Delta p = \frac{F_1}{s} = \frac{F_0 \dfrac{a}{b}}{s},$$

где s – площадь поперечного сечения малого поршня.

Изменение давления передается во все точки занятого жидкостью пространства, а значит, и под большой поршень. Пренебрегая практически незначительной поправкой на разность высотных положений нижней поверхности поршней, получаем силу давления на большой поршень:

$$F = \Delta pS = F_0 \frac{a}{b} \frac{S}{s}$$

где S – площадь поперечного сечения большого поршня.

Отношение S/s называют передаточным числом. Для цилиндров $S/s = (D/d)^2$.

Учитывая потери энергии на трение в движущихся частях введением коэффициента полезного действия η, получаем расчетную формулу:

$$F = \Delta pS = F_0 \frac{a}{b} \left(\frac{D}{d}\right)^2 \eta \,. \qquad (2.8)$$

Обычно η = 0,80…0,85. В современных гидравлических прессах развиваются усилия до 5 МН.

2.7. СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ СТЕНКИ

Используем основное уравнение гидростатики (2.5, см. стр. 15) для нахождения полной силы давления жидкости на плоскую стенку, наклоненную к горизонту под углом α (рис.2.8). Рассмотрим участок стенки, ограниченный произвольным контуром и имеющий площадь, равную S. Ось x направим по линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью жидкости, а ось y – перпендикулярно к этой линии в плоскости стенки. Выделим бесконечно малую площадку dS и выразим элементарную *силу* давления dF, приложенную к этой площадке.

$$dF = pdS = (p_0 + \rho gh)dS = p_0 dS + \rho ghdS,$$

где h – глубина расположения площадки dS.

Для определения полной силы F проинтегрируем полученное выражение по всей площади S.

$$F = p_0 \int_S dS + \rho g \int_S h dS = p_0 S + \rho g \sin\alpha \int_S y dS,$$

где y – координата площадки dS; h=ysinα (рис. 2.8).

Интеграл $\int_S y dS$ представляет собой статический момент площади S относительно оси x и равен произведению этой площади на координату ее центра тяжести (точка C), т.е. $\int_S y dS = y_C S$.

Следовательно,

$$F = p_0 S + \rho g \sin\alpha y_C S = p_0 S + \rho g h_C S,$$

где h_C – глубина расположения центра тяжести площади S

или

$$F = (p_0 + \rho g h_C) S = p_C S. \qquad (2.9)$$

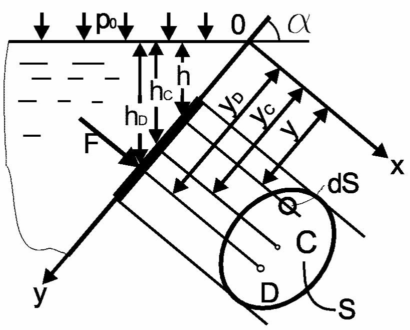

Рис. 2.8 Плоская стенка, наклоненная к горизонту

Таким образом, полная ***сила*** давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление в центре тяжести этой площади.

В случае, когда p_o является атмосферным и действует также с другой стороны стенки, сила F равна лишь силе давления от веса жидкости.

$$F = \rho g h_C = p_{изб} S \quad (2.10)$$

Рассмотрим вопрос о точках приложения этих сил, называемых центрами давлений. Т.к. внешнее давление передается всем точкам площади одинаково, то и его равнодействующая будет приложена в центре тяжести площади. Для нахождения точки приложения силы гидростатического давления D от веса жидкости применим теорему механики: момент равнодействующей силы относительно оси x равен сумме моментов составляющих сил:

$$Fy_D = \int\limits_S y dF ,$$

где y_D – координата точки приложения силы F.

$$y_D = \frac{\int\limits_S y dF}{F} = \frac{\rho g \sin\alpha \int\limits_S y^2 dS}{\rho g \sin\alpha y_C S} = \frac{I_X}{y_C S},$$

где $I_X = \int\limits_S y^2 dS$ – момент инерции площади S относительно оси x.

Учитывая, что $I_X = I_{Xo} + y^2 S$ (где I_{Xo} – момент инерции площади S относительно центральной оси, проходящей через центр тяжести и параллельной оси x), получим

$$y_D = y_C + \frac{I_{Xo}}{y_C S}. \qquad (2.11)$$

Т.е. сила гидростатического давления приложена ниже центра тяжести фигуры на величину $e = \frac{I_{Xo}}{y_C S}$, называемую эксцентриситетом давления (рис. 2.8, точки C и D).

Пример 2.2. Рассмотрим задачу (рис. 2.9) по определению силы гидростатического давления, действующей на плоский затвор высотой H = 6 м и шириной B = 2 м, который поддерживает жидкость в канале глубиной равной H.

Величина силы

$$F = S\rho g h_C = BH\rho g \frac{H}{2} = \frac{\rho g B H^2}{2} = 353160\,H .$$

Глубина погружения центра давления

$$h_D = h_C + \frac{I_{Xo}}{h_C S} = \frac{H}{2} + \frac{BH^3/12}{\frac{h}{2}BH} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3}H = 4\text{ м}.$$

Момент инерции I_{xo} (м^4) относительно центральной оси для прямоугольника

$$I_{Xo} = \frac{BH^3}{12}.$$

Таким образом, эксцентриситет давления

$$e = h_D - h_C = \frac{2}{3}H - \frac{H}{2} = \frac{H}{6} = 1\text{ м}.$$

Иными словами, результирующая сила гидростатического давления, действующая на плоский затвор величиной около 0,353 МН, приложена ***не*** в центре тяжести (точка C), а в центре давления (точка D), который смещен вниз на e = 1 м относительно центра тяжести.

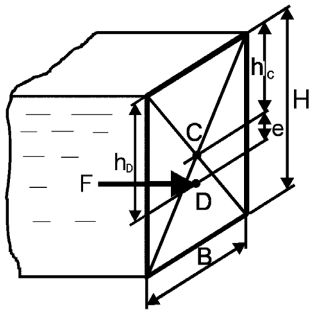

Рис. 2.9 Плоский затвор

2.8. СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Нахождение силы давления жидкости на криволинейные поверхности состоит в определении составляющих силы давления по нескольким направлениям с последующим геометрическим сложением этих сил.

Рассмотрим цилиндрическую поверхность AB, подверженную действию гидростатического давления (рис. 2.10). Выделим на этой поверхности бесконечно малую площадку dS, центр тяжести которой погружен на глубину h. На эту площадку *нормально* к цилиндрической поверхности будет действовать сила избыточного давления $dF = \rho ghdS$, которую можно разложить на горизонтальную $dF_Г$ и вертикальную $dF_В$ составляющие. Предположим, что равнодействующая элементарная сила наклонена к горизонту под углом α. Тогда выражения для составляющих запишутся: $dF_Г = dF\cos\alpha$; $dF_В = dF\sin\alpha$. Подставив значение силы dF в выражение горизонтальной составляющей, получим $dF_Г = \rho ghdS\cos\alpha$. Из рис. 2.10 видно, что $dS\cos\alpha = dS_В$ (это проекция элементарной площадки dS на вертикальную плоскость), следовательно, $dF_Г = \rho ghdS_В$. Тогда горизонтальная составляющая полной силы избыточного гидростатического давления $F_Г = \int\limits_{S_В} \rho ghdS_В$. Интеграл $\int\limits_{S_В} hdS_В$ является статическим моментом всей площади вертикальной проекции цилиндрической поверхности $S_В$ относительно свободной поверхности жидкости, и этот статический момент равен произведению площади вертикальной проекции цилиндрической поверхности $S_В$ на глубину погружения центра ее тяжести h_C, т.е. $\int\limits_{S_В} hdS_В = S_В h_C$.

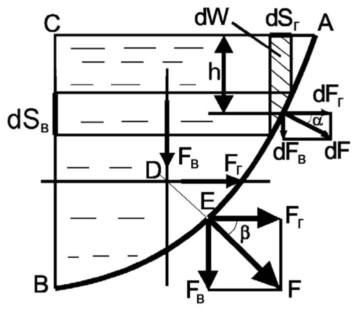

Рис. 2.10 Схема приложения сил на цилиндрическую (криволинейную) поверхность

Таким образом,

$$F_Г = S_В \rho g h_C, \qquad (2.12),$$

т.е. горизонтальная составляющая избыточного гидростатического давления, действующего на цилиндрическую поверхность, равна силе гидростатического давления, под воздействием которого находится вертикальная стенка, равная по площади вертикальной проекции рассматриваемой цилиндрической поверхности.

Определим вертикальную составляющую элементарной силы гидростатического давления.

$$dF_В = dF\sin\alpha = \rho ghdS\sin\alpha .$$

Величина $dS\sin\alpha$ является площадью $dS_Г$ проекции элементарной площадки dS на горизонтальную плоскость. Очевидно, что выражение $hdS_Г$ представляет собой объем dW призмы (на рис. 2.10 заштрихована). Произведение $\rho ghdS_Г$ является весом жидкости в этом бесконечно малом объеме, т.е. $dG = \rho gdW$. Вертикальная составляющая полной силы избыточного гидростатического давления

$$F_B = \int_{S_B} dF_B = \rho g \int_{S_B} dW = \rho gW . \quad (2.13)$$

Объем W, являющийся суммой элементарных объемов dW, называется телом давления. Тело давления - это объем, заключенный между криволинейной поверхностью AB, ее проекцией на свободную поверхность жидкости AC и вертикальной плоскостью проецирования. Вертикальная составляющая полной силы избыточного гидростатического давления на цилиндрическую поверхность равна весу жидкости в объеме тела давления.

Полная сила F избыточного гидростатического давления определяется силой $F = \sqrt{F_Г^2 + F_B^2}$; а ее направление – углом $\beta = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{F_B}{F_Г}\right)$.

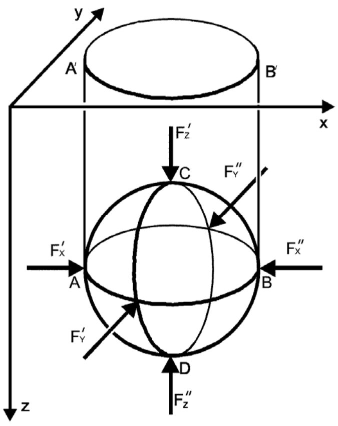

Рис. 2.11 Схема действия сил на сферическое тело

Вектор полной силы давления F должен проходить через точку пересечения ее горизонтальной и вертикальной составляющих под углом β. Линия действия силы F_B проходит через центр тяжести тела давления, а линия действия силы $F_Г$ проходит через центр давления вертикальной проекции криволинейной поверхности стенки. Из точки пересечения линий действия F_B и $F_Г$ (точка Д) проводится линия действия равнодействующей силы F под углом β. Центр приложения полной силы давления на криволинейную поверхность будет на самой стенке (точка Е).

2.9. ЗАКОН АРХИМЕДА

Допустим, что в жидкость погружено тело сферической формы (рис. 2.11). Со стороны жидкости на тело действуют силы $F_Z^/; F_Z^{//}; F_X^/; F_X^{//}; F_Y^/; F_Y^{//}$.

Силы, лежащие в горизонтальной плоскости, равны по величине и противоположны по направлению, т.е. $F_X^/ = F_X^{//}$ и $F_Y^/ = F_Y^{//}$. Поэтому их можно исключить из дальнейшего рассмотрения. Проведем линии $AA^/$ и $BB^/$, а тело разделим на две части плоскостью АВ. На. верхнюю часть тела жидкость воздействует с силой $F_Z^/ = \rho g W_{AA^/B^/BCA}$, а на нижнюю $F_Z^{//} = \rho g W_{AA^/B^/BDA}$. Результирующая сила

$$R = F_Z^/ - F_Z^{//}.$$

Отсюда

$$R = \rho g \left(W_{AA^/B^/BCA} - W_{AA^/B^/BDA} \right) = -\rho g W_{ACBDA} \qquad (2.14)$$

Эта формула выражает закон Архимеда. Согласно ему – сила, с которой жидкость выталкивает погруженное в нее тело, равна весу жидкости в объеме погруженного тела (весу вытесненной им жидкости).

2.10. ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОКОЙ ЖИДКОСТИ

Относительным покоем называется такое состояние жидкости, при котором отдельные ее частицы, находясь в подвижном сосуде, не смещаются одна относительно другой, а вся масса жидкости движется как твердое тело (т.е. жидкость неподвижна относительно стенок этого сосуда).

Поверхность равного давления – это поверхность, проведенная в покоящейся жидкости таким образом, что давление во всех ее точках будет одинаковым. Т.е. $p = const$ и $dp = 0$, а т.к. $\rho \neq 0$, то из выражения (2.3) получим дифференциальное уравнение поверхности равного давления:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 . \qquad (2.15)$$

Рассмотрим часто встречающийся на практике случай относительного покоя жидкости во вращающихся сосудах, например, в сепараторах и центрифугах, и определим форму поверхности равного давления. При вращении сосуда (рис. 2.12), находящаяся в нем жидкость вращается вместе с ним с той же, как и сосуд, угловой скоростью ω. И жидкость будет находиться под действием сил давления, тяжести и центробежной силы, действующей нормально к оси вращения. В результате одновременного действия на жидкость указанных сил, свободная поверхность, бывшая до вращения горизонтальной плоскостью на высоте h от дна сосуда, представится поверхностью вращения. На частицу жидкости действуют объемные силы тяжести G=mg и силы инерции $F_И=m\omega^2 r$, где r – расстояние частицы от оси вращения. Проекции ускорений этих сил на оси координат будут равны: $X=\omega^2 x$; $Y=\omega^2 y$; $Z=-g$, что приводит к следующему дифференциальному уравнению поверхности равного давления: $\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz = 0$.

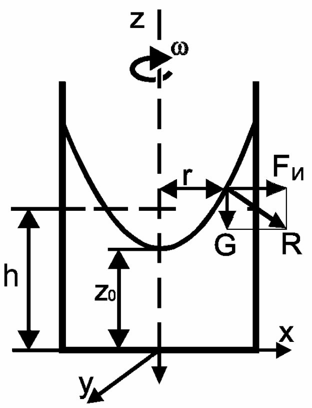

Рис. 2.12 Относительный покой жидкости во вращающемся сосуде

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - gz = \text{const} \text{ или } \frac{\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) - gz = \frac{\omega^2 r^2}{2} - gz = \text{const}.$$

Поверхность равного давления, описываемая данным уравнением, представляет собой параболоид вращения относительно оси z, который в сечении вертикальными плоскостями дает параболы, а горизонтальными – окружности.

Распределение давления в жидкости может быть получено из основного уравнения равновесия (2.3, см. стр. 14). Для данного случая $dp = \rho\left(\omega^2 xdx + \omega^2 ydy - gdz\right)$, после интегрирования получаем

$$p = \frac{\rho\omega^2}{2}\left(x^2 + y^2\right) - \rho gz + C = \rho\frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho gz + C.$$

Если давление в некоторой точке на оси вращения (x=0; y=0; $z=z_0$) обозначить p_o и составить для нее уравнение, аналогичное предыдущему, т.е.

$p_o = -\rho g z_o + C$, можно определить постоянную интегрирования $C = p_o + \rho g z_o$.

Тогда

$$p = p_o + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g (z_o - z).$$

Отсюда видно, что при вращении сосуда давление в жидкости оказывается больше обычного гидростатического давления в неподвижном сосуде и будет тем больше, чем больше радиус и угловая скорость.

Контрольные вопросы: 1. Что называют гидростатическим давлением? Какими свойствами обладает гидростатическое давление? 2. В каких единицах измеряется гидростатическое давление? 3. Что называется абсолютным давлением, избыточным, вакуумом? 4. Как определить абсолютное давление в сосуде? 5. Какова наибольшая величина вакуума и чем она ограничивается? 6. Какие приборы используют для измерения давления? 7. В чем заключается разница между напором и давлением?