3.18. ПОТЕРИ НАПОРА В МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ

Как уже указывалось, помимо потерь напора по длине потока могут возникать и так называемые местные потери напора. Причиной последних, например, в трубопроводах, являются разного рода конструктивные вставки (вход и выход трубы из резервуара, тройники, колена, сужения и расширения трубопровода, задвижки, вентили и др.), необходимость которых вызывается условиями монтажа и эксплуатации трубопровода.

Местные сопротивления вызывают изменение скорости движения жидкости по величине, направлению или величине и направлению одновременно.

В практических расчетах местные потери определяются по формуле Вейсбаха, выражающей потери пропорционально скоростному напору:

$$h_{М} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \tag{3.43}$$

где v – средняя скорость движения жидкости в сечении потока за местным сопротивлением; ζ – безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом местного сопротивления. Значение ζ устанавливают как правило опытным путем.

Исследованию местных сопротивлений посвящено большое число работ, в основном экспериментальных. Установлено, что ζ зависит не только от вида самого местного сопротивления, но и от характера режима движения жидкости, т.е. от критерия Рейнольдса Re. Однако вопрос о местных сопротивлениях при ламинарном режиме исследован еще недостаточно полно. Более обстоятельно исследованы явления в местных сопротивлениях при турбулентном режиме. Установлено, что в этом случае изменение ζ в зависимости от Re незначительны. В практических расчетах их считают зависимым только от характера и конструктивного оформления местного сопротивления.

Значения коэффициентов местного сопротивления приводятся в специальной литературе.

3.19. СЛОЖЕНИЕ ПОТЕРЬ НАПОРА

Во многих случаях при движении жидкости в различных гидравлических системах имеют место одновременно потери напора на трение по длине и местные потери. Полная потеря напора в подобных случаях определяется как арифметическая сумма потерь всех видов, т.е.:

$$h = h_{ДЛ} + h_{М} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum_{i=1}^{n} \zeta_i \frac{v^2}{2g} = \left(\lambda \frac{L}{d} + \sum_{i=1}^{n} \zeta_i \right) \frac{v^2}{2g} = \zeta_C \frac{v^2}{2g} \qquad (3.44)$$

Выражение, стоящее в скобках, называют коэффициентом сопротивления системы ζ_C.

Данный принцип сложения потерь напора справедлив только для случая, когда расстояние между отдельными местными сопротивлениями достаточно велико. В противном случае проводят специальные исследования по изучению явления интерференции (взаимное влияние) местных сопротивлений.

3.20. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ И НАСАДКИ

Истечение жидкости из отверстия – одна из основных задач гидравлики. Задача об истечении сводится к определению скорости истечения и расхода вытекающей жидкости. Наиболее просто и точно эта задача решается в случае, когда напор одинаков по всему поперечному сечению отверстия.

Рассмотрим случай истечения жидкости из горизонтального отверстия в дне сосуда (рис. 3.16). Пусть давление на свободной поверхности – p_1, давление среды, в которую происходит истечение – p_2 (в общем случае эти давления отличны от атмосферного давления). Уровень жидкости в сосуде поддерживается постоянным, следовательно, движение установившееся. Для идеальной жидкости составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2. Площади сечений обозначим F и f. Плоскость сравнения 0–0 проведем через сечение 2–2.

$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

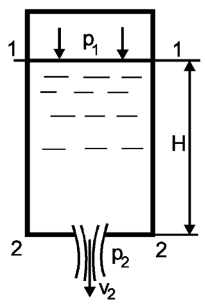

Рис. 3.16 Истечение жидкости через отверстие в дне сосуда при постоянном напоре

Из уравнения постоянства расхода $Q = v_1 F = v_2 f$, $v_1 = v_2\, f/F$, тогда

$$H + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}\left(\frac{f}{F}\right)^2 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Отсюда найдем теоретическую скорость истечения:

$$v_T = v_2 = \sqrt{\frac{2g\left(H + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g}\right)}{1 - \left(\frac{f}{F}\right)^2}}. \qquad (3.45)$$

Практически F>>f и отношением f/F можно пренебречь. В частном случае, когда $p_1 = p_2 = p_{ATM}$ (т.е. сосуд открыт и истечение происходит в атмосферу) получим формулу Торричелли:

$$v_T = \sqrt{2\,g\,H}. \qquad (3.46)$$

Зная скорость истечения, определим теоретический расход жидкости:

$$Q_T = v_T f. \qquad (3.47)$$

При истечении реальной жидкости будут возникать потери напора в самом отверстии, т.е. потери напора могут быть отнесены к категории местных потерь. Т.к. они обусловлены торможением скорости вследствие трения жидкости о стенку и образованием пограничного слоя на поверхности струи, что приводит к неравномерности распределения скоростей. Поэтому действительная скорость истечения:

$$v_Д = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}\sqrt{2g\,H}, \qquad (3.48)$$

где ζ – коэффициент местного сопротивления при истечении жидкости через отверстие.

Таким образом, действительная скорость истечения будет меньше теоретической, т.к. некоторая часть энергии затрачивается на преодоление гидравлического сопротивления.

Отношение действительной скорости истечения к теоретической называется коэффициентом скорости φ.

$$\varphi = \frac{v_Д}{v_Т} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$$

Струя жидкости при истечении претерпевает значительные изменения. Частицы жидкости в плоскости отверстия движутся не по параллельным траекториям, что обусловливает уменьшение площади поперечного сечения струи при выходе из отверстия. Например, при истечении из отверстия в тонкой стенке с острыми кромками струя жидкости испытывает сжатие, и площадь ее сечения на некотором расстоянии от отверстия оказывается меньше площади отверстия. При этом в случае истечения через некруглые отверстия наблюдается также изменение формы струи (явление инверсии струи). В случае круглого отверстия струя со всех сторон подвергается одинаковому сжатию и в сжатом сечении также имеет форму круга или эллипса. Указанное явление характеризует коэффициент сжатия ε, который является отношением площади сжатого сечения струи $f_{СЖ}$ к площади сечения отверстия f.

$$\varepsilon = \frac{f_{СЖ}}{f}$$

Поэтому уравнение Бернулли следует составлять для сжатого сечения, находящегося на некотором расстоянии от отверстия, где траектории струек можно считать параллельными, а давление постоянным по всему сечению.

С учетом того, что $v_Д = \varphi v_Т$ и $f_{СЖ} = \varepsilon f$, определим $Q_Д = \varepsilon\varphi f v_Т = \mu f v_Т = \mu Q_Т$ или, с учетом (3.47),

$$Q_Д = \mu f \sqrt{2g H}\,, \tag{3.49}$$

где $\mu = \varepsilon\,\varphi = Q_Д / Q_Т$ – коэффициент расхода; показывает насколько действительный расход при истечении жидкости из отверстия уменьшается по сравнению с теоретическим в идеальном случае.

Обычно коэффициенты μ, ε определяются опытным путем, а φ – путем вычислений. Средние значения коэффициентов при истечении воды через донное отверстие в тонкой стенке: μ=0,62; ε=0,64; φ=0,97.

Сжатие струи оказывается различным в зависимости от расположения отверстия, из которого происходит истечение жидкости, относительно боковых стенок сосуда. Сжатие называют совершенным, если отверстие находится на значительном расстоянии от стенок, и стенки не оказывают влияния на характер истечения. Опытами установлено, что совершенное сжатие наблюдается, когда расстояние от стенок до отверстия не меньше утроенной длины соответствующего размера отверстия. Если установленные условия не соблюдаются, – сжатие называется несовершенным. Отверстием с полным сжатием, вытекающей из него струи жидкости, называется такое отверстие, в котором струя испытывает сжатие со всех сторон. Отверстием с неполным сжатием струи называется такое отверстие, когда вытекающая из него струя не имеет сжатия с одной или нескольких сторон.

3.21. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ НАПОРЕ

Задача об истечении жидкости при переменном напоре обычно сводится к определению времени опорожнения или наполнения резервуара в зависимости от начального наполнения, формы, размеров сосуда и отверстия.

В этом случае имеет место неустановившееся движение жидкости, что делает неприемлемым обычное уравнение Бернулли. Поэтому полное время истечения разделяют на бесконечно малые промежутки, в течение каждого из которых напор считают постоянным, а движение установившимся, т.е. независимым от времени.

Рассмотрим простейший пример истечения жидкости в атмосферу через донное отверстие из открытого вертикального цилиндрического сосуда, одинакового по всей высоте поперечного сечения (рис. 3.17). Элементарный объем жидкости dV, прошедшей через отверстие площадью f за бесконечно малый промежуток времени dt определится следующим образом $dV = Qdt = \mu f \sqrt{2gH}\,dt$, где H – глубина жидкости в сосуде для некоторого положения ее уровня, который можно приближенно считать постоянным. В действительности, однако, за это же время уровень жидкости в сосуде с по-

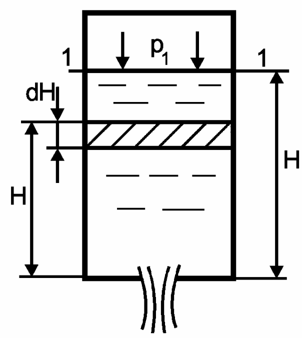

Рис. 3.17 Истечение жидкости через отверстие в дне сосуда при переменном напоре

перечным сечением F опустится на dH и объем жидкости в нем изменится на величину dW=–FdH. Вследствие неразрывности движения dV=dW, или

$$\mu f\sqrt{2gH}\,dt = -F\,dH, \text{откуда } dt = \frac{-F\,dH}{\mu f\sqrt{2gH}} \qquad (3.50)$$

Знак "–" указывает, что высота H уменьшается и, следовательно, dH будет отрицательным.

Полное время t опорожнения определится в результате интегрирования выражения (3.50).

$$\int_0^t dt = -\int_{H_H}^0 \frac{F\,dH}{\mu f\sqrt{2gH}},$$

где H_H – глубина жидкости до начала истечения.

Меняя пределы интегрирования и принимая μ=const, получим

$$t = \frac{F}{\mu f\sqrt{2g}}\int_0^{H_H}\frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{2F\sqrt{H_H}}{\mu f\sqrt{2g}}. \qquad (3.51)$$

Если нужно определить время, необходимое для понижения уровня жидкости в сосуде на некоторую величину от H_1 до H_2, исходят из того же уравнения (3.51), интегрируя его в пределах от H_1 до H_2

$$t = \frac{2F\left(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}\right)}{\mu f\sqrt{2g}}. \qquad (3.52)$$

3.22. ИСТЕЧЕНИЕ ЧЕРЕЗ НАСАДКИ

Ранее были рассмотрены случаи истечения жидкости из отверстия в тонкой стенке (если толщина стенки δ<0,2d). При значительной толщине стенки характер явлений существенно меняется вследствие влияния, оказываемого на струю толстой стенкой (или короткой трубкой такого же диаметра, что и отверстие). Такие трубки длиной L= (3...5)d, нашедшие широкое применение, называют насадками.

Наиболее распространены следующие типы насадок (рис. 3.18): цилиндрический внешний (1), цилиндрический внутренний (2), конический сходящийся (3), конический расходящийся (4) и коноидальный (5), имеющий форму сжатой струи.

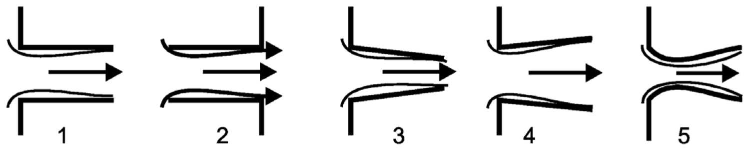

Рис. 3.18 Истечение жидкости через насадки

Рассмотрим истечение жидкости через внешний цилиндрический насадок (рис. 3.19), представляющий собой короткую цилиндрическую трубку длиной L=(3...4)d, приставленную к отверстию в стенке сосуда. Струя жидкости после выхода из сосуда и входа в такой насадок подвергается некоторому сжатию, затем постепенно расширяется и заполняет всё поперечное сечение насадка. Сжатие происходит только внутри насадка, выходное же сечение насадка работает полностью, поэтому коэффициент сжатия, отнесенный к выходному сечению, ε=1. Многочисленными опытами установлено значение коэффициента расхода: μ=0,82. Сопоставляя это значение со значением μ=0,62 при истечении из отверстия в тонкой стенке, получим: $\frac{\mu_{НАС}}{\mu_{ОТВ}}=\frac{0{,}82}{0{,}62}\approx\frac{4}{3}$, т.е. расход увеличился примерно на 30 %. Т.к. в этом случае ε=1, то коэффициент скорости $\varphi=\mu$=0,82. Таким образом, внешний насадок, увеличивая расход жидкости, значительно снижает скорость истечения. Это объясняется тем, что в месте сжатого сечения струи образуется кольцевая зона ***a***, заполненная жидкостью, находящейся в вихреоб-

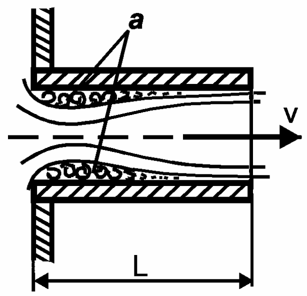

Рис. 3.19 Истечение жидкости через внешний цилиндрический насадок

разном движении. Наличие вихревой области в сочетании с явлениями сжатия и последующего расширения струи является основной причиной увеличения потерь напора и, следовательно, уменьшения скорости истечения.

Если истечение происходит в атмосферу, то вследствие сжатия струи в начале насадка, давление в вихревой области оказывается меньше атмосферного и в ней создается разрежение (вакуум). Решая уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2, можно определить величину вакуума в сжатом сечении: $\frac{p_{вак}}{\rho g} \approx 0{,}75\,H$ (при истечении воды в атмосферу через цилиндрический насадок).

При истечении воды предельное значение вакуума равно 10,33 м вод. ст., что соответствует наибольшему возможному напору H=13,7 м. При больших напорах в насадке возможен разрыв струи, и насадок перестает работать полным сечением. Наличием вакуума в насадке можно объяснить увеличение расхода при истечении через насадок по сравнению с истечением из отверстия в тонкой стенке. Благодаря вакууму, насадок работает, как насос, дополнительно подсасывая жидкость, поэтому расход жидкости возрастает. Аналогичные явления, т.е. сжатие струи на входе и образование вакуума, происходят и при истечении через другие типы насадок.

Контрольные вопросы: 1. Какие отверстия считаются малыми? 2. Почему поперечное сечение струи в сжатом сечении меньше поперечного сечения отверстия? 3. Какие могут быть случаи сжатия струи? 4. Как связаны между собой коэффициенты скорости φ, расхода μ, сжатия ε и местного сопротивления ζ? 5. Что называется насадком? Чем отличается насадок от трубопровода? 6. Почему коэффициенты φ скорости и расхода μ насадка не равны единице?