



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО КЕМЕРОВСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
(УНИВЕРСИТЕТ)

Д.М. Бородулин, Е.А. Вагайцева

***ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ НЕПРЕРЫВНЫХ
ПРОЦЕССОВ. АППАРАТЫ ИДЕАЛЬНОГО
ВЫТЕСНЕНИЯ И СМЕШЕНИЯ***

Учебное пособие

Для магистров дневной и заочной форм обучающихся по
направлению подготовки
15.04.02 «Технологические машины и оборудование»
по программе «Процессы и аппараты пищевых производств»

Кемерово 2016

УДК 664:62 (075)

ББК 36.81-5я7

Б 83

Рецензенты:

С. В. Шахов, доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», профессор кафедры «Машины и аппараты пищевых производств»

Б. Н. Федоренко, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет пищевых производств», профессор кафедры «Технологическое оборудование пищевых предприятий»

Рекомендовано редакционно-издательским советом

*Кемеровского технологического института пищевой промышленности
(университета)*

Бородулин, Дмитрий Михайлович. Введение в теорию непрерывных процессов. Аппараты идеального вытеснения и смешивания. [Электронный ресурс]: для магистров дневной и заочной форм обучающихся по направлению подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование» по программе «Процессы и аппараты пищевых производств»/ Бородулин Д. М., Вагайцева Е.А., Электрон, дан. и прогр. — Кемерово: КемТИПП (университет), 2016 — 1 электрон, опт. диск (CD-R); — Систем, требования: ПК 486; Windows 95, Microsoft Word7.0, Adobe Reader — Загл. с экрана.

ISBN 978-5-89289-988-8

В данном учебном пособии приведены описания и технологические расчеты оборудования, осуществляющих непрерывные процессы, при применении двух основных типов аппаратов: вытеснения и смешения.

ISBN 978-5-89289-988-8

УДК 664:62 (075)

ББК 36.81-5я7

*Охраняется законом об авторском
праве, не может быть использовано
любым незаконным способом
без письменного договора*

© Бородулин Д.М., Вагайцева Е.А., 2016

СОДЕРЖАНИЕ

<u>ВВЕДЕНИЕ</u>	4
<u>1. АППАРАТЫ ВЫТЕСНЕНИЯ</u>	5
1.1. <u>Расчет объема аппарата идеального вытеснения</u>	8
1.2. <u>Отклонение от модели идеального вытеснения</u>	9
1.2.1. <u>Поперечные градиенты температур</u>	10
1.2.2. <u>Градиенты скорости</u>	11
1.2.3. <u>Поперечная и продольная диффузия</u>	13
<u>2. АППАРАТЫ СМЕШЕНИЯ</u>	15
2.1. <u>Определение объема аппарата</u>	22
2.1.1. <u>Расчет одноступенчатого аппарата смешения</u>	24
2.1.2. <u>Расчет двухступенчатого аппарата смешения</u>	25
2.1.3. <u>Расчет аппарата вытеснения</u>	25
<u>3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНО-ДЕЙСТВУЮЩИХ АППАРАТОВ</u>	27
3.1. <u>Методы ввода индикатора</u>	32
3.2. <u>Аналитическое выражение функций распределения времени пребывания (модели неидельных систем)</u>	33
3.2.1. <u>Ячеечная модель</u>	33
3.2.2. <u>Диффузионная модель</u>	37

ВВЕДЕНИЕ

В данном учебном пособии приведены описания и технологические расчеты оборудования, осуществляющих непрерывные процессы. Для осуществления которых применяют два основных типа аппаратов: вытеснения и смешения.

В непрерывнодействующем аппарате вытеснения последующий объем веществ практически полностью вытесняет предыдущий. Такой режим течения называют «поршневым» или «пробочным». К этому типу в первую очередь относятся трубчатые аппараты, которые характеризуются тем, что длина аппарата значительно больше его диаметра. Аппараты вытеснения используют для проведения большинства гомогенных газовых и некоторых жидкофазных реакций. При проведении гетерогенных газовых реакций внутри аппарата размещаются частицы катализатора, через слой которых и проходит газовая фаза.

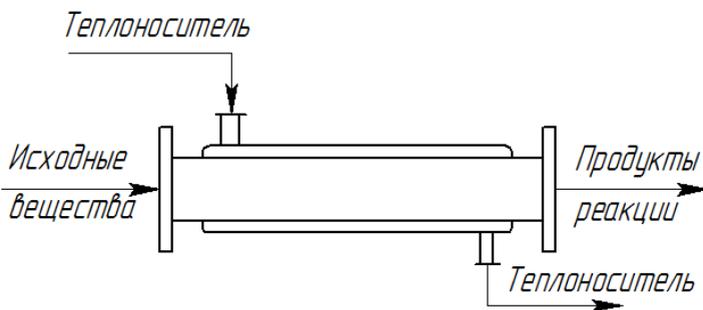
В непрерывнодействующем аппарате смешивания должно быть обеспечено достаточно хорошее перемешивание реагентов, чтобы между подводящими и отводящими штуцерами не образовался сквозной поток, так как в этом случае значительная часть объема аппарата становится по существу застойной зоной. Следовательно, важнейшей характеристикой аппарата смешения является перемешивание веществ во всем его объеме.

Вследствие этого концентрация реагирующих веществ становится фактически постоянной во всем объеме аппарата и имеет такое же значение на выходе из него. Это приводит к ступенчатому изменению концентрации от начальной до конечной. В результате ступенчатого изменения концентрации средняя скорость реакции, а, следовательно, и производительность единицы объема аппарата смешения будет меньше, по сравнению с аппаратом вытеснения (при одинаковых концентрациях реагентов на входе). Поэтому для того, чтобы обеспечить одну и ту же производительность, объем аппарата смешения должен быть больше объема аппарата вытеснения или периодического действия.

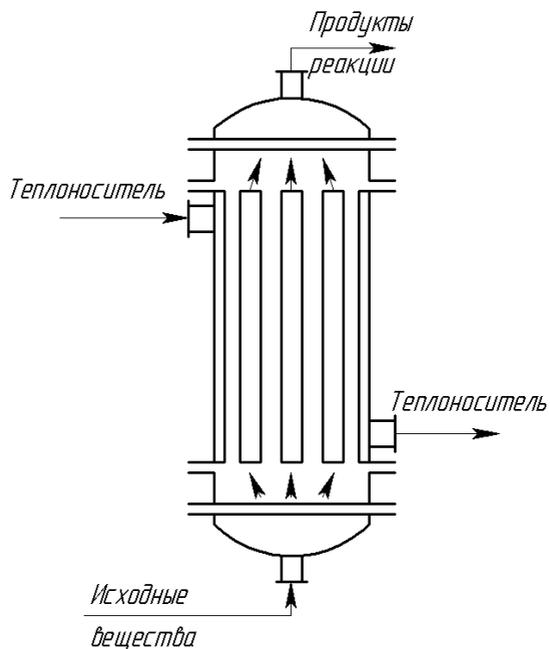
1. АППАРАТЫ ВЫТЕСНЕНИЯ

В непрерывнодействующем аппарате вытеснения последующий объем веществ практически полностью вытесняет предыдущий. Такой режим течения называют «поршневым» или «пробочным». К этому типу в первую очередь относятся трубчатые аппараты, которые характеризуются тем, что длина аппарата значительно больше его диаметра ([рисунок 1 а, б](#)). Аппараты вытеснения используют для проведения большинства гомогенных газовых и некоторых жидкофазных реакций. При проведении гетерогенных газовых реакций внутри аппарата размещаются частицы катализатора, через слой которых и проходит газовая фаза.

Для всех аппаратов вытеснения характерным является изменение концентрации реагирующих веществ по его длине. Технологический процесс в аппаратах может протекать с отводом тепла через стенку 2 или без него 1 ([рисунок 2](#)). Наряду с аксиальными перепадами температур, могут иметь место и радиальные. Величина последних зависит от термического сопротивления реагирующей среды и катализатора. Например, при проведении реакции окисления двуокиси серы были проведены замеры температур в поперечном сечении катализатора. При этом температуру на внутренней стенке аппарата поддерживали (с помощью рубашки) равной 197° С.



а



б

Рис. 1 Аппараты вытеснения: а- однотрубный, б- многотрубный.

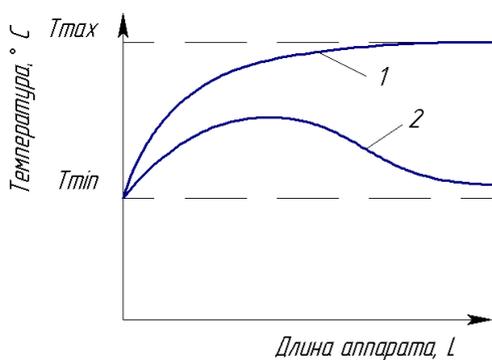


Рис.2 Изменение температуры по длине аппарата.

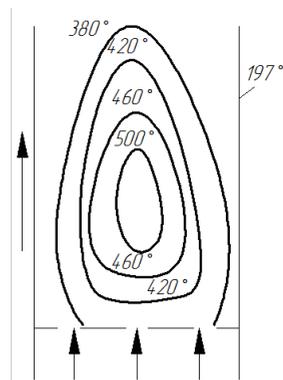


Рис. 3 Радиальные профили температур.

На [рисунке 3](#) изображены профили температур в поперечном сечении. Очевидно, что наличие таких больших перепадов температур окажет существенное влияние на скорость процесса и может создать благоприятные условия для протекания побочных реакций.

В настоящее время параметры вытеснения рассчитывают на основе модели идеального вытеснения, при которой подразумевается, что поток вещества, протекающий через аппарат, характеризуется двумя свойствами:

1. в каждой точке любого поперечного сечения аппарата скорость потока и его свойства (концентрация, температура, давление) одинаковы;
2. величина диффузии мала по сравнению со скоростью потока.

Таким образом, все элементы объема находятся внутри реакционной зоны одинаковое время, в течение которого, по мере прохождения аппарата, они претерпевают одну и ту же последовательность изменений концентрации, температуры и давления. При этом диффузией молекул реагирующих веществ из одного элемента объема в другой можно пренебречь. Следовательно, степень превращения внутри любого элемента объема будет одинаковой и, очевидно, их можно рассматривать как миниатюрные аппараты периодического действия, перемещающиеся вдоль системы. Отсюда следует, что аппараты идеального вытеснения и периодического действия в целом можно характеризовать одними и теми же параметрами.

На [рисунке 4](#) изображено изменение концентраций реагентов по длине аппарата идеального вытеснения от начальной (C_H) до конечной (C_K). Движущая сила, представляющая собой разность между текущей C и равновесной C_p концентрациями заштрихована.

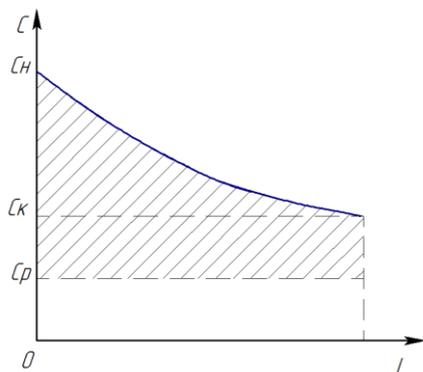


Рис. 4 Характер изменения концентрации веществ в аппарате идеального вытеснения.

1.1. Расчет объема аппарата идеального вытеснения

Выделим из общего объема аппарата идеального вытеснения

V_a – элементарный объем dV_a (рисунок 5). Примем, что C и $C+dC$ – концентрации реагентов на границах этого элементарного объема. В соответствии с моделью идеального вытеснения эти концентрации, скорость реакции " r " и массовая скорость потока W_M одинаковы по всему поперечному сечению.

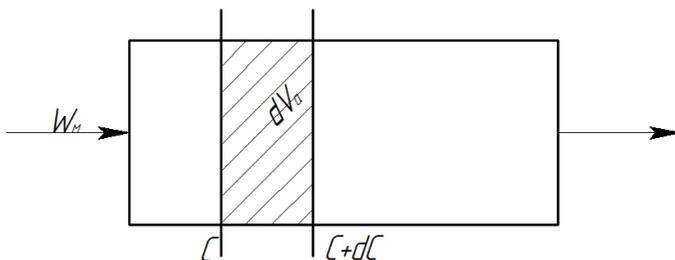


Рис. 5 К выводу объема V_a аппарата идеального вытеснения.

Тогда уравнение материального баланса запишется следующим образом:

$$W_M \times (C + dC) = W_M \times l \times r \times dVa \quad (1)$$

или

$$W_M \times dC = r \times dVa \quad (2)$$

Интегрируя уравнение (2), получим выражение для определения объема аппарата:

$$Va = W_M \int_{C_H}^{C_K} \frac{dC}{r} \quad (3)$$

Допустим, что протекает гомогенная реакция между реагентами A и B , тогда объем аппарата идеального вытеснения будет равен:

$$Va = W_M \int_{C_H}^{C_K} \frac{dC}{K \times A^\alpha \times B^\beta} \quad (4)$$

При решении выражения (4) наибольшую сложность представляет собой определение константы скорости " K ", которая очень сильно зависит от температуры. Решение уравнения (4) не вызывает затруднений в следующих двух случаях:

1. аппарат идеального вытеснения изотермический, т.е. температура постоянна по его длине;
2. аппарат идеального вытеснения адиабатический, т.е. отсутствует подвод (отвод) тепла через стенку.

1.2. Отклонение от модели идеального вытеснения

При попытке реализации режима идеального вытеснения в промышленном аппарате мы сталкиваемся с различного типа нарушениями однородности в его поперечном сечении, вызванными наличием градиентов температуры и скорости, нормальных к направлению потока, а также диффузией из одного элемента в другой.

1.2.1. Поперечные градиенты температур

Если продольные градиенты температур не противоречат допущению о режиме идеального вытеснения, то наличие поперечных градиентов делает его непригодным.

Поперечные градиенты температур появляются, например, в случае проведения экзотермической реакции в аппарате вытеснения (с отводом тепла через стенку), так как температура в центре будет больше, чем у стенки ([рисунок 6а](#)). В адиабатическом реакторе вытеснения они возникают под влиянием градиента скорости ([рисунок 6б](#)). В этом случае элементы объема, движущиеся в центре, будут иметь меньшую температуру. Поэтому профиль температур в поперечном сечении аппарата, при совместном действии указанных факторов, имеет сложную форму ([рисунок 6в](#)).

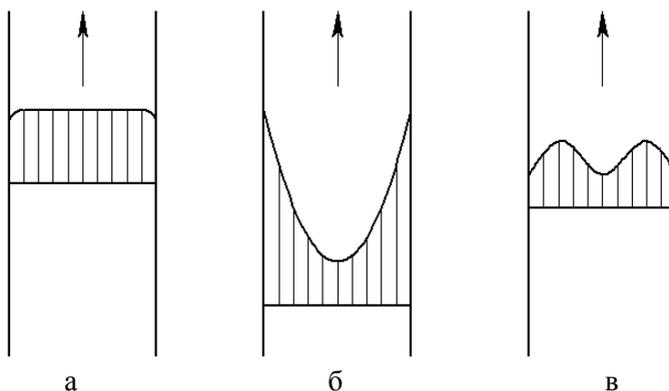


Рис. 6 Поперечные градиенты температур.

Наличие значительных по величине поперечных градиентов температур противоречит физической сущности модели идеального вытеснения вследствие большой чувствительности скорости реакции к изменениям температуры. Так при проведении реакции окисления двуокиси серы, в аппарате вытеснения (с отводом тепла через стенку) температура ([рисунок 3](#)) в центре аппарата 500°C . Энергия

активизации для этой реакции составляет 20 ккал/г- моль. Вычислим для этих условий отношение констант скорости в центре и у стенки аппарата.

$$\frac{e^{-20000/773R}}{e^{-20000/470R}} = 4028. \quad (5)$$

Таким образом, наличие большого перепада температур по поперечному сечению вносит особенно большие погрешности в расчет аппаратов с неподвижным слоем катализатора. Для уменьшения поперечных температурных градиентов принимают и чисто конструктивные меры (уменьшают диаметр аппарата или размещают внутри слоя катализаторов теплообменные устройства).

1.2.2. Градиенты скорости

При прохождении потока вещества внутри аппарата вытеснения (без насадки) его скорость у стенки будет всегда меньше, чем в центре. Следовательно, элементы объема, движущиеся около стенки аппарата, будут находиться в нем дольше и реакция в них пройдет глубже. Таким образом, на выходе из реакционной зоны элементы объема будут иметь каждый различную степень превращения, т.е. получается как бы "спектр концентраций".

Для потока жидкости, протекающей через цилиндрический аппарат (без насадки), характерны два режима:

1. Ламинарный, для которого справедливо параболическое распределение скоростей в поперечном сечении ([рисунок 7](#)).

$$W_i = W_{max} \left(\frac{R^2 - r_i^2}{R^2} \right), \quad (6)$$

где r_i^2 – текущий радиус;

W_{max} – скорость потока в центре;

W_i – скорость потока на расстоянии r_i от центра.

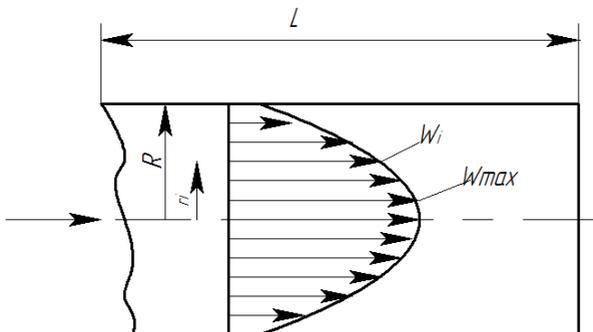


Рис. 7 Профиль скоростей при ламинарном режиме потока.

Причем средняя скорость потока $\bar{W} = 0,5 \times Wmax$, а среднее время $\bar{\tau} = 2 \times \tau_0$. Здесь τ_0 - время прохождения элементарным объемом реакционной зоны при условии, что он движется по оси аппарата. В таблице 1 показано, какой процент объема жидкости V находится в аппарате время от τ_0 до τ .

Таблица 1.

τ_i/τ_0	1,25	1,5	2	5	10
$V, \%$	36	55	75	96	99

Как видно из этой таблицы, 1% объема жидкости находится в аппарате в 10 раз больше, чем τ_0 .

- Турбулентный, который аппроксимируется кривой почти прямоугольной формы ([рисунок 8](#)):

$$W_i = Wmax \left(\frac{R-r_i}{r_i} \right)^{1/m} \quad (7)$$

Показатель степени "m" имеет различные значения:

- $m=5$ - трубы шероховатые;
- $m=7$ - трубы гладкие, $Re=2000 \div 100000$;
- $m=8$ - трубы гладкие, $Re > 100000$.

Наиболее распространен случай, когда $m=7$.

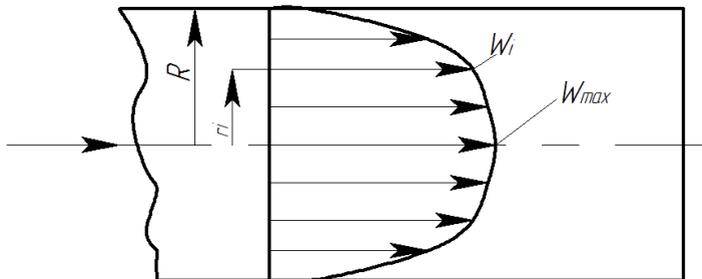


Рис. 8 Профиль скоростей при турбулентном режиме потока.

При турбулентном режиме разница между средней скоростью \bar{W} и скоростью по оси аппарата W_{max} гораздо меньше, чем при ламинарном режиме:

$$\bar{W} = 0,82 \times W_{max}; \quad \bar{\tau} = 1,22 \times \tau_0. \quad (8)$$

Поэтому, если в аппарате будут выдержаны турбулентный режим и отношение длины аппарата к диаметру большее 10, то влияние градиентов скорости, как правило, можно пренебречь.

В аппарате с насадкой гидродинамическая обстановка совсем другая, так как в любой точке на поверхности насадки скорость жидкости (газа) падает до нуля. Этот эффект торможения приводит к значительному выравниванию средних скоростей по поперечному сечению аппарата.

1.2.3. Поперечная и продольная диффузия

Под термином диффузия понимают перенос вещества под влиянием градиента концентрации, независимо от механизма этого переноса. При этом скорость переноса пропорциональна величине градиента концентрации с коэффициентом пропорциональности $D_{эф}$.

1. Поперечная диффузия, т.е. диффузия нормальная к направлению потока, в общем случае выравнивает концентрацию по поперечному сечению и, следовательно, приближает режим потока к идеальному.

При ламинарном режиме действует обычная молекулярная диффузия и конвекция, вызванная неравномерным распределением температур. Для жидкостей этим влиянием можно пренебречь. Для газов влияние диффузии существенно, но и в этом случае она как бы компенсирует распределение скоростей и, следовательно, оказывает положительное воздействие.

При турбулентном режиме появляется турбулентная диффузия, но ее радиальная составляющая также снижает влияние эффектов, препятствующих использованию модели идеального вытеснения.

2. Продольная диффузия вызывает увеличение градиента скорости и, таким образом, способствует отклонению режима потока от идеального. Однако, если длина аппарата существенно больше его диаметра, то влияние продольной диффузии незначительно. В первом приближении для простых реакций при $Re > 10^4$ и диаметра $D \geq 500$ ммё влиянием можно пренебречь.

В случае сложной реакции (например, последовательной $A \rightarrow B \rightarrow C$, где B - целевой продукт) отрицательное действие продольной диффузии проявляется гораздо заметнее, так как время пребывания отдельных элементарных объемов всё больше отличается от расчетного. В результате этого заметно снижается величина максимального выхода по целевому продукту.

Из рассмотрения всех вышеуказанных факторов можно сделать вывод, что при условии минимальных температурных градиентов в поперечном сечении аппарата ошибки в расчете на основе модели идеального вытеснения будут невелики.

2. АППАРАТЫ СМЕШЕНИЯ

В аппарате данного типа ([рисунок 9](#)) должно быть обеспечено достаточно хорошее перемешивание реагентов, чтобы между подводящими и отводящими штуцерами не образовался сквозной поток, так как в этом случае значительная часть объема аппарата становится по существу застойной зоной. Следовательно, важнейшей характеристикой аппарата смешения является перемешивание.

Вследствие перемешивания концентрация реагирующих веществ становится фактически постоянной во всем объеме аппарата и имеет такое же значение на выходе из него. Это приводит к ступенчатому изменению концентрации от начальной до конечной. В результате ступенчатого изменения концентрации средняя скорость реакции, а следовательно, и производительность единицы объема аппарата смешения будет меньше, по сравнению с аппаратом вытеснения (при одинаковых концентрациях реагентов на входе).

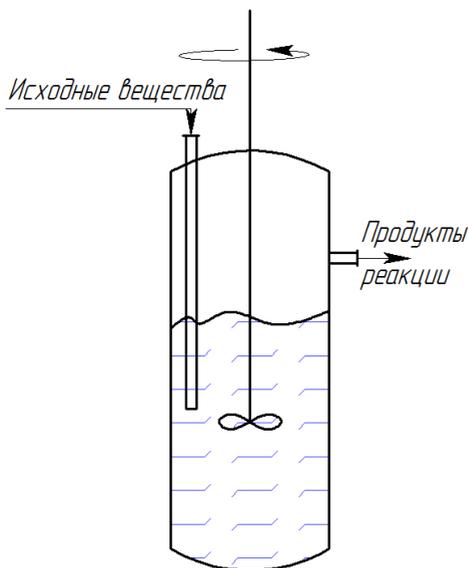
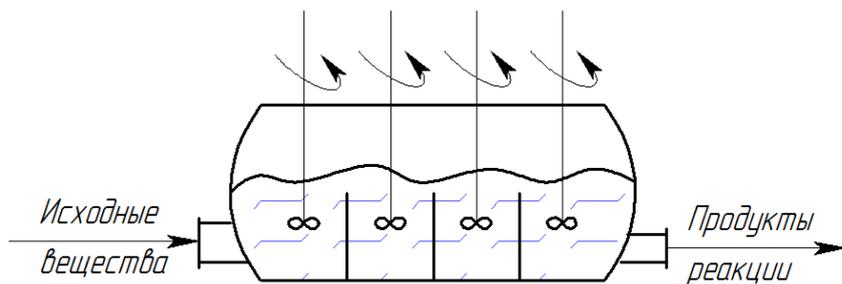


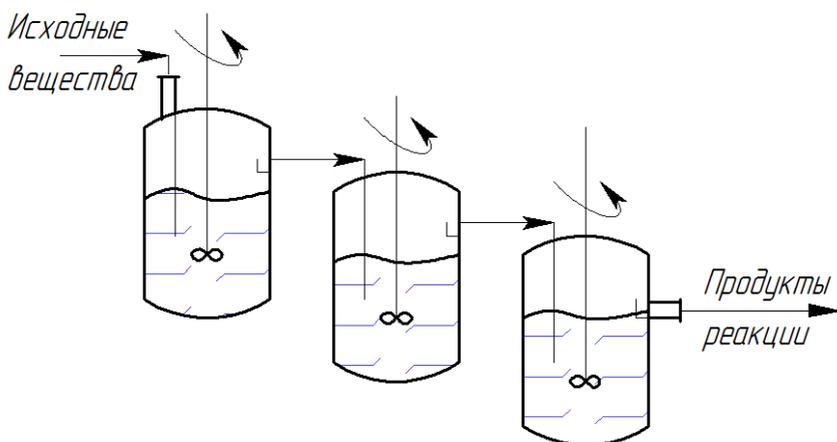
Рис. 9 Аппарат смешения.

Поэтому для того, чтобы обеспечить одну и ту же производительность, объем аппарата смешения должен быть больше объема аппарата вытеснения или периодического действия. Здесь нужно заметить, что стоимость аппаратов смешения меньше, чем вытеснения, и поэтому необходимое увеличение объема мало сказывается на стоимости выпускаемой продукции, особенно если реакция протекает при атмосферном давлении, а для изготовления аппарата используются низкоуглеродистые нелегированные стали.

Для любой молекулы, попавшей в аппарат смешения, существует вероятность того, что она проскочит к выходу почти напрямую, находясь, таким образом, внутри аппарата время значительно меньше заданного. Поэтому необходимый объем достигается, как правило, за счет установки нескольких аппаратов смешения, соединенных последовательно ([рисунок 10 а, б](#)).



а



б

Рис. 10 Аппараты смешения: а- многосекционный, б- батарейный.

Важным преимуществом аппаратов смешения является легкость регулирования температуры реагирующей среды. Это объясняется тем, что исходные вещества сразу попадают в достаточно большой объем частично прореагировавшей среды, в которой вследствие перемешивания не создается зон с местным перегревом. Кроме того, большую поверхность теплообмена мы можем получить за счет наличия ступеней в аппаратах смешения и размещения внутри них змеевиков теплообменных устройств.

Другим преимуществом аппарата смешения по сравнению с аппаратом вытеснения (это особенно важно при проведении реакций, протекающих с отложением твердого вещества на боковой поверхности аппарата) является большая доступность его узлов, что значительно облегчает процесс очистки. Поэтому аппараты смешения часто применяют в пищевой промышленности, а также там, где перемешивание особенно необходимо, например, при диспергировании твердой, жидкой и газообразной фаз в жидкости.

Наиболее подходящей аппроксимацией при расчете параметров аппарата смешения является модель идеального перемешивания. При хорошем перемешивании жидкости достаточно малой вязкости отклонения от этой модели незначительны, по сравнению с моделью идеального вытеснения.

Модель идеального перемешивания предусматривает мгновенное и идеальное смешение исходных веществ, поступающих в аппарат, с его содержимым. Концентрация вещества во всем объеме аппарата постоянна и равна концентрации на выходе.

Для аппаратов смешения характерны два важных фактора:

1. байпасирование (проскок);
2. ступенчатое изменение концентрации.

Для более наглядного представления свойств аппаратов идеального смешения и сравнения их с аппаратами идеального вытеснения и периодического действия рассмотрим следующий пример. Предположим, что в качестве исходных реагентов используются вещества *A* и *B*, концентрация каждого из которых на выходе в аппарат равна 20%. Сразу после смешения равных объемов этих веществ в аппарате идеального вытеснения или аппарата периодического действия концентрация каждого реагента будет составлять 10% (рисунок 11а). Процесс будем проводить до тех пор,

пока концентрация не снизится на 1% , т.е. до степени превращения 90% . Движущая сила процесса для аппарата идеального вытеснения и аппарата периодического действия пропорциональна площади $ОГКЛ$.

Теперь проанализируем течение этой же реакции в одноступенчатом аппарате идеального перемешивания. В этом случае, для получения степени превращения 90% , необходимо поддерживать (согласно модели идеального перемешивания) концентрацию по всему объему аппарата равной 1% , причем такая же концентрация будет в потоке на выходе из аппарата.

Движущая сила процесса для аппарата идеального перемешивания пропорциональна площади $ОИКЛ$ ([рисунок 11а](#)).

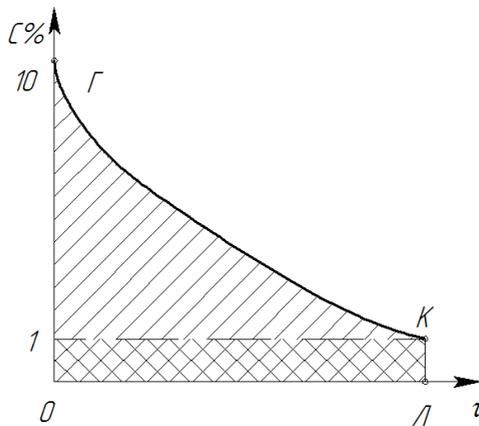


Рис. 11а К определению движущей силы аппарата идеального вытеснения периодического действия.

Из данного рисунка видно, что в первом случае движущая сила значительно больше по величине. Это объясняется тем, что концентрация, установившаяся в аппарате идеального перемешивания, равна конечной концентрации в аппарате идеального вытеснения или периодического действия. Так как в аппарате идеального перемешивания меньшая движущая сила, а следовательно, и скорость процесса (по сравнению с аппаратом идеального вытеснения), то для обеспечения равной производительности

необходимо увеличить его объем. Это может быть достигнуто за счет использования нескольких последовательно соединенных ячеек идеального смешения, в результате также увеличивается движущая сила процесса ([рисунок 116](#)), на величину пропорциональную площади $C_3C_1ДЕИH$.

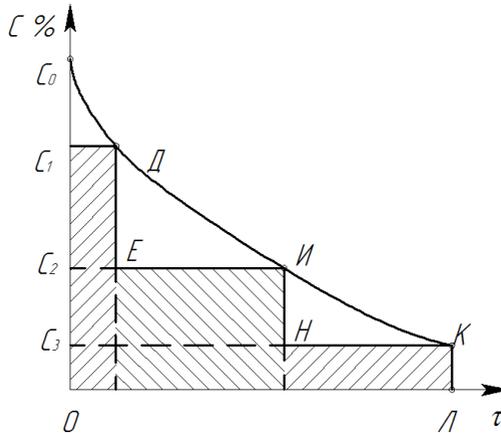


Рис. 116 К определению движущей силы одноступенчатого аппарата идеального перемешивания.

Из данного рисунка видно, что движущая сила одноступенчатого аппарата идеального перемешивания равна $C_1 - C_p$, а для аппарата идеального вытеснения $\frac{C_0 + C_1}{2} - C_p$ (в данном случае $C_p = 0$).

$$\text{Во всех случаях} \quad C_1 - C_p < \frac{C_0 + C_1}{2} - C_p \quad (9)$$

Чем больше число ячеек, из которых состоит аппарат идеального перемешивания, тем меньше его движущая сила отличается от движущей силы аппарата идеального вытеснения.

Для дальнейшего анализа работы непрерывно-действующих аппаратов введем понятие о коэффициенте полезного действия:

$$\chi = \frac{\tau_n}{\tau_H} \leq 1. \quad (10)$$

где τ_n - время пребывания частиц в реакционной зоне аппарата периодического действия;

τ_H - время пребывания частиц в реакционной зоне непрерывнодействующего аппарата.

Соотношение (10) действительно при условии достижения одинаковой степени превращения исходного вещества.

Коэффициент полезного действия χ зависит от степени превращения η , порядка реакции n или числа ячеек идеального перемешивания m ([рисунок 12 а, б](#)).

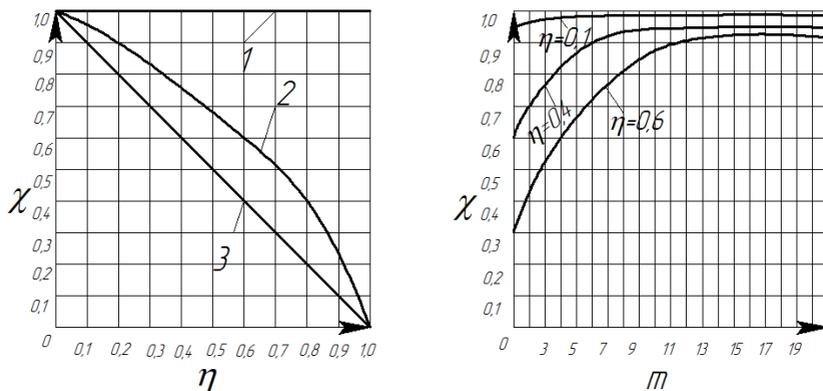


Рис. 12а, б. Зависимость к.п.д. непрерывнодействующих аппаратов от порядка реакции, степени превращения и числа ячеек идеального перемешивания: 1- для реакций нулевого порядка; 2- для реакций первого порядка; 3- для реакций второго порядка.

Из рисунка 12а видно, что реакции нулевого порядка к.п.д. не зависит от степени превращения и равен единице. При увеличении порядка реакции (кривые 2 и 3) и степени превращения к.п.д. уменьшается.

Влияние числа ячеек на к.п.д. многосекционного аппарата показано на рисунке 12б. Из графика видно, что к.п.д. возрастает с увеличением числа ячеек и с уменьшением степени превращения.

При выборе числа ячеек аппарата идеального смешения следует учитывать то обстоятельство, что при $m > 6 \div 7$ к.п.д.увеличивается незначительно, а затраты ([рисунок 13](#)) заметно возрастают.

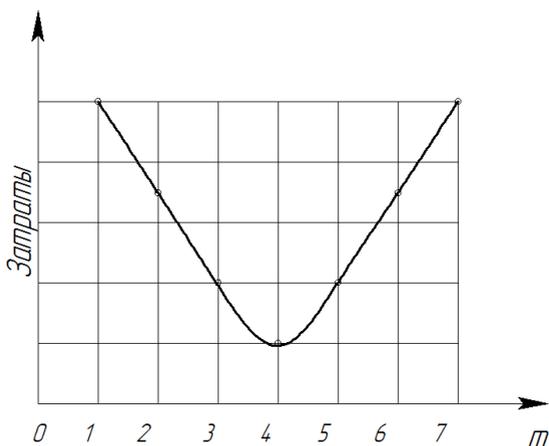


Рис. 13.

На практике обычно берут аппарат идеального перемешивания, состоящий из 3-4 ячеек.

К.п.д. химического аппарата имеет известный аппаратурный смысл – чем ниже его величина, тем больший объем аппарата (или большее число аппаратов) необходим для качественного ведения процесса.

Для аппарата идеального перемешивания действительно следующее соотношение:

$$C_k = C_0 \times e^{\frac{v}{Va}} \quad (11)$$

где V – объем жидкости, проходящей через аппарат в единицу времени;

V_a – объем жидкости в аппарате;

C_k – конечная концентрация жидкости в аппарате;

C_0 – начальная концентрация жидкости в аппарате.

Если через аппарат пропустим объем воды, равный объему жидкости, находящейся в аппарате $V=V_a$, то:

$$C_k = C_0 \times e^{-1} = 0,368 \times C_0. \quad (12)$$

Следовательно, в результате проделанной нами операции в аппарате останется 0,368 объема "старой" жидкости, а вытиснится только 0,632 её объема. Таким образом, на выходе из аппарата идеального перемешивания получается спектр времен пребывания (табл.2).

Таблица 2.

τ_i/τ_p	0,1	0,5	1,0	3,0	5,0	10,0
$F, \%$	90,5	60,6	36,8	5,0	0,65	0,045

где $\tau_p = \frac{V_a}{V}$ - расчетное время пребывания;

τ_i - текущее время;

F – доля "старой" жидкости в %, оставшейся в аппарате.

Из таблицы 2 следует, что для практически полного вымывания объема "старой" жидкости необходимо 10 объемов новой.

2.1. Определение объема аппарата

Для определения объема аппарата примем модель идеального перемешивания. Положим, что в аппарате протекает жидкофазная необратимая реакция второго порядка.



Тогда скорость реакции определится выражением:

$$r = K_1 \times a_1 \times b_1, \quad (14)$$

где K_1 - константа скорости;

$a_1: b_1$ - мгновенные концентрации вещества A и B соответственно, а индексы обозначают номера аппаратов.

Введем следующие обозначения:

V_1 – объем жидкости в аппарате;

V – объем жидкости, проходящей через аппарат в единицу времени;

$f_a = V \times a_0: f_b = V \times b_0$ – молярные скорости подвода реагентов;

$a_0: b_0$ - концентрации вещества A и B в общем потоке, поступающим в аппарат;

η – степень превращения.

Тогда, при условии стационарного режима, составим уравнение материального баланса для первого аппарата:

$$\left. \begin{aligned} V \times a_0 &= V \times a_1 + V_1 \times K_1 \times a_1 \times b_1 \\ V \times b_0 &= V \times b_1 + V_1 \times K_1 \times a_1 \times b_1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В уравнениях (13) последние слагаемые, очевидно, представляют собой количество вещества A и B , расходуемого в ходе реакции за единицу времени.

По аналогии запишем уравнение материального баланса для второго аппарата, при условии, что он последовательно соединен с первым:

$$\left. \begin{aligned} V \times a_1 &= V \times a_2 + V_2 \times K_2 \times a_2 \times b_2 \\ V \times b_1 &= V \times b_2 + V_2 \times K_2 \times a_2 \times b_2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

С целью упрощения дальнейших выкладок, примем что объем аппаратов и температуры в них равны и они работают при одинаковых молярных расходах реагентов A и B

Тогда:

$$f_a = f_b; a_1 = b_1; a_2 = b_2; V_1 = V_2 = 1/2 V_a; K_1 = K_2 = K. \quad (17)$$

В результате количество уравнений, подлежащих решению, уменьшается в два раза.

Непревращенная доля реагента A равна отношению количества выводимого вещества A , к вводимому в аппарат, т.е. для первого аппарата:

$$\frac{V \times a_1}{V \times a_0} = \frac{a_1}{a_0}, \quad (18)$$

для n -го аппарата соответственно a_n/a_0 . Тогда степень превращения вещества A в n -ом аппарате:

$$\eta = 1 - \frac{a_n}{a_0}, \quad (19)$$

или

$$a_n = a_0 \times (1 - \eta). \quad (20)$$

2.1.1. Расчет одноступенчатого аппарата смешения

Уравнение материального баланса с учетом выражений (17) примет вид:

$$V \times a_0 = V \times a_1 + V_1 \times K \times a_1^2, \quad (21)$$

где V_1 - объем жидкости в аппарате, а V - производственный объем.

Если число аппаратов $n=1$, то $a_n = a_1$. Тогда, подставляя в выражение (21) вместо a_1 зависимость (20), получим степень превращения:

$$\eta = \frac{V_a \times K}{V} \times a_0 \times (1 - \eta)^2. \quad (22)$$

2.1.2. Расчет двухступенчатого аппарата смешения

Если число аппаратов $n=2$, то подставляя зависимости (17) в уравнения (15) и (16) получим:

$$V \times a_0 = V \times a_1 + \frac{V_a}{2} \times K \times a_1^2, \quad (23)$$

$$V \times a_1 = V \times a_2 + \frac{V_a}{2} \times K \times a_2^2.$$

Последовательно исключая a_1 и a_2 из уравнений (23), с учетом зависимости (20), получим Ии η :

$$V \times a_0 = V \times a_2 + \frac{V_a}{2} \times K \times a_2^2 + \frac{V_a}{2} \times K \times \left(a_2 + \frac{V_a \times K \times a_2^2}{2 \times V} \right). \quad (24)$$

и

$$\eta = \frac{V_a \times K}{2 \times V} \times a_0 \times (1 - 2)^2 + \frac{V_a \times K}{2 \times V} \times a_0 \times (1 - 2)^2 \times \left[1 + \frac{V_a \times K}{2 \times V} \times a_0 \times (1 - 2) \right]^2. \quad (25)$$

Аналогичным образом может быть получено решение для случая трехступенчатого реактора смешения.

2.1.3. Расчет аппарата вытеснения

Определим объем аппарата вытеснения (в предположении модели идеального вытеснения) для тех же условий, с тем, чтобы в дальнейшем можно было провести сравнение объемов всех рассмотренных аппаратов.

Скорость реакции второго порядка, с учетом зависимости (17), запишется следующим образом:

$$\frac{d \times x}{d \times \tau} = K \times (a_0 - x)^2, \quad (26)$$

где x – концентрация реагента A в момент времени τ .

Учитывая выражение (19) и интегрируя уравнение (26), получаем следующую зависимость для степени превращения за время τ :

$$\eta = \frac{a_0 \times K \times \tau}{1 + a_0 \times K \times \tau}, \quad (27)$$

или с учетом того, что $\tau = V_a/V$, преобразуем (27) к виду:

$$\eta = \frac{V_a \times K \times a_0}{V} \times \frac{V}{V + V_a \times K \times a_0} = \frac{V_a \times K \times a_0}{V + V_a \times K \times a_0}. \quad (28)$$

Если значения K и a_2 одинаковы для рассматриваемых типов аппаратов, то их относительные значения объемов не зависят от этих параметров. В таблице 3 приведены относительные значения объемов для степени превращения $\eta = 0,99$.

Таблица 3.

№ п/п	Тип аппарата	Относительный объем
1	Аппарата идеального вытеснения уравнение (28)	1,0
2	Одноступенчатый аппарат идеального смешения уравнение (22)	100
3	Двухступенчатый аппарат идеального смешения уравнение (25)	7,9
4	Трехступенчатый аппарат идеального смешения	3,8

Данные таблицы 3 наглядно подтверждают высказанное ранее положение, что вследствие меньшей движущей силы аппаратов идеального смешения, обеспечение равной производительности достигается за счет увеличения их объема или увеличения числа ступеней (ячеек) перемешивания.

Следует отметить, что при более низких значениях степеней превращения и порядка реакции большие различия в объеме, необходимые для компенсации проскока, станут значительно меньше.

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕПРЕРЫВНО ДЕЙСТВУЮЩИХ АППАРАТОВ

Почти во всех применяемых в пищевой промышленности аппаратах характер движения жидких, газообразных и твердых веществ в той или иной степени отличается от режима идеального вытеснения или идеального перемешивания. Сложность задачи расчета таких аппаратов обуславливается многообразием возможных схем и режимов потоков материала в них. Наиболее естественный путь решения этой задачи заключается в нахождении аналитических выражений, описывающих поле скоростей движущихся частиц в реакционном объеме. С помощью этих выражений можно рассчитать время пребывания каждого элементарного объема в реакционной зоне и степень превращения всего потока. Например, при ламинарном потоке жидкости в аппарате без насадки длиной L (рисунок 7) распределение скоростей выражается, как мы уже знаем, уравнением Пуазейля (6).

Так как время пребывания различных элементарных объемов в реакционной зоне неодинаково,

$$\tau_i = \frac{L}{w}. \quad (29)$$

то степень превращения вещества $\bar{\eta}_{\text{cp}}$ определяется как средняя интегральная величина

$$\bar{\eta}_{\text{cp}} = \frac{\int \eta_i \times d \times V_i}{V_{\text{п}}}, \quad (30)$$

где η_i - степень превращения элементарного объема потока вещества $d \times V_i$, время нахождения которого в аппарате варьируется от τ_i до $\tau_i + d\tau$;

$V_{\text{п}}$ - общее количество, прошедшего через аппарат вещества.

Примем, что химическое превращение описывается, например, уравнением реакции первого порядка $r = K \times C_i$. Тогда, при условии неизменной плотности реакционной массы, можно записать так:

$$\ln \frac{C_i}{C_0} = -K \times \tau_i \text{ или } C_i = C_0 \times e^{-K \times \tau_i}. \quad (31)$$

и

$$\eta_i = 1 - \frac{C_i}{C_0} = 1 - e^{-K \times \tau_i}. \quad (32)$$

Подставляя выражение (30) получим:

$$\bar{\eta}_{\text{ср}} = \frac{1}{V_n} \int \eta_i \times d \times V_i = \frac{2 \times \pi}{V_n} \int_0^R (1 - e^{-K \times \tau_i}) \times W_i \times \tau_i \times d \times \tau. \quad (33)$$

Заменяв в уравнении (33) значения W_i и τ_i соответственно выражениями (5) и (29), можно определить методом численного интегрирования среднее значение степени превращения $\bar{\eta}_{\text{ср}}$.

Однако, в настоящее время вследствие большой сложности реальных процессов, получить полные количественные данные о поле скоростей движущихся частиц для подавляющего большинства аппаратов не удастся. Поэтому при разработке метода расчета таких аппаратов возникает необходимость временно отказаться от аналитического описания поля скоростей движущихся частиц в зоне реакции и ограничиться формальной характеристикой этого поля по какому-либо признаку, легко определяемому экспериментальным путем. В качестве такого признака удобно принять функцию распределения времени пребывания частиц в аппарате, без указания их траекторий и скорости в каждой точке траектории.

Задача сводится к рассмотрению общего количества прошедшего через аппарат вещества V_n , как суммы большого числа элементарных объемов $\Delta V_1; \Delta V_2 \dots \Delta V_m$, для которых определены интервалы времени их пребывания в реакционной зоне $\tau_0 - \tau_1, \tau_1 - \tau_2$ и т.д.

При $\Delta V_i \rightarrow 0$ и $\Delta \tau_i \rightarrow 0$ зависимость между указанными величинами выражается непрерывной функцией.

Зависимость $E(\tau) = \frac{\Delta V_i}{V_n}$ называется дифференциальной функцией распределения времени пребывания ([рисунок 14](#)). Величина $E(\tau) \times d \times \tau$ (на рисунке 14 заштрихована) представляет собой долю

жидкости, которая находилась внутри аппарата в интервале времени между τ_i и $\tau_i + d \times \tau$.

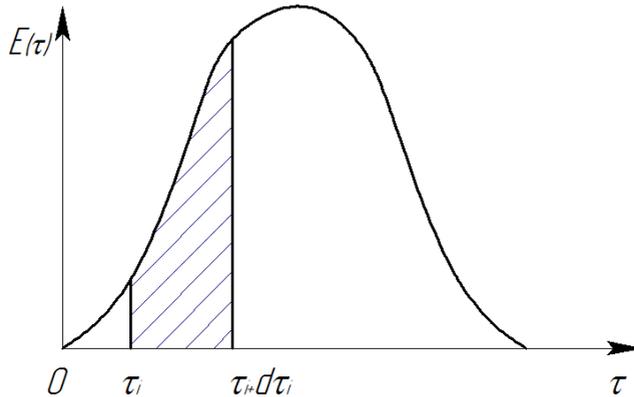


Рис. 14 Дифференциальная функция распределения времени пребывания.

Так как сумма всех долей жидкости в аппарате равна единице, то площадь, ограниченная кривой на рисунке14, также равна единице, т.е.:

$$\int_0^{\infty} E(\tau) \times d \times \tau = 1. \quad (34)$$

Интегральная функция распределения времени пребывания $F(\tau)$ характеризует долю вещества в выходящем потоке, находившуюся в системе время, меньше чем τ_i ([рисунок 15](#)).

Другими словами, $F(\tau)$ представляет объемную долю выходящего потока с "возрастом" меньше τ_i . Между интегральной и дифференциальной функциями распределения времени пребывания $F(\tau)$ и $E(\tau)$ существует зависимость:

$$F(\tau) = \int_0^{\tau_i} E(\tau) \times d \times \tau. \quad (35)$$

Поскольку для функции $E(\tau)$ действительно выражение (34) то при изменении τ_i от 0 до ∞ , функция $F(\tau)$ принимает значение от 0 до 1.

Учитывая вышесказанное, мы можем записать уравнение (30) следующим образом:

$$\bar{\eta}_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} \frac{\Delta V_i}{V_{\text{п}}} \times \eta_i \times d \times \tau = \int_0^{\infty} E(\tau) \times \eta_i \times d \times \tau = \int_0^{\infty} \eta_i \times d \times F(\tau) \quad (36)$$

Подставляя в уравнение (36) вместо η_i выражение (32) окончательно получим:

$$\bar{\eta}_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} (1 - e^{-K \times \tau_i}) \times E(\tau) \times d \times \tau = \int_0^{\infty} (1 - e^{-K \times \tau_i}) \times d \times F(\tau). \quad (37)$$

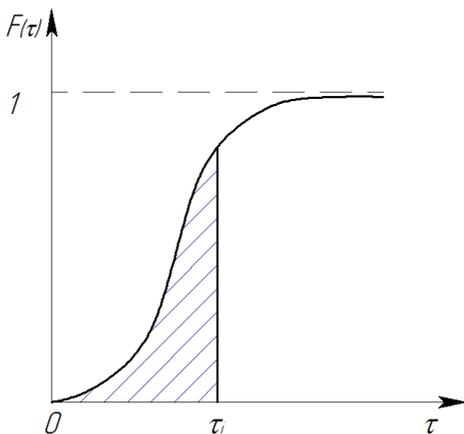


Рис. 15 Интегральная функция распределения времени пребывания.

Последнее уравнение сходно с полученным ранее выражением (33) для ламинарного режима. В общих случаях производится суммирование значений степени превращения η_i непрерывного ряда элементарных объемов жидкости, время пребывания которых в реакционной зоне различно и изменяется

в интервале τ_i и $\tau_i + d \times \tau$. Различие между ними состоит в том, что в первом случае интегрирование проводится по площади поперечного сечения, для которого известно распределение скоростей, а во втором случае известно лишь распределение времен пребывания элементарных объемов вещества. Траектории, по которым движутся эти объемы, неизвестны, что находит свое отражение в математическом выражении.

У химических реакций, имеющих порядок выше нулевого, скорость реакции с течением времени уменьшается. Поэтому производительность аппаратов будет тем меньше, чем больше функция времени распределения $E(\tau)$ отличается от $F(\tau)$ для аппарата идеального вытеснения. Это объясняется тем, что степень превращения доли вещества на выходе из аппарата, время пребывания которой было выше среднего, меньше, чем "недополученная" степень превращения доли вещества, которая находилась в реакционной зоне время меньше среднего, из-за уменьшения скорости химической реакции с течением времени.

Так функции $E(\tau)$ и $F(\tau)$ нельзя измерить непосредственно, то для их нахождения необходимо использовать методы, относящиеся к обширному классу реакций на возмущение. Суть этих методов состоит в том, что искусственно нарушая установившееся состояние исследуемой системы, мы затем наблюдаем за ее реакцией на это возмущение. Проанализировав в дальнейшем реакцию системы, можно получить о ней всю необходимую информацию. Другими словами, на входе в аппарат вводится сигнал и затем на выходе снимается отклик системы на это возмущение.

В качестве возмущающего сигнала обычно используется индикатор (трассер), вводимый в аппарат вместе с поступающим потоком, при условии, что он не вступает в химическое взаимодействие со средой. При этом реакцию (отклик) системы определяют путем записи концентрации индикатора в выходящем из аппарата потоке в зависимости от времени.

3.1. Методы ввода индикатора

Из нескольких методов ввода индикатора мы ограничимся рассмотрением наиболее распространенных- импульсной и ступенчатой формами возмущающих сигналов.

1) Импульсный сигнал (рисунок 16).

В потоке вещества на входе в аппарат быстро вводится индикатор q_M и сразу же начинается измерение концентрации этого вещества на выходе из аппарата. Результаты измерений представляются в виде графика зависимости концентрации C от τ . Кривая $C-\tau$ легко преобразуется в функцию распределения $E(\tau)$.

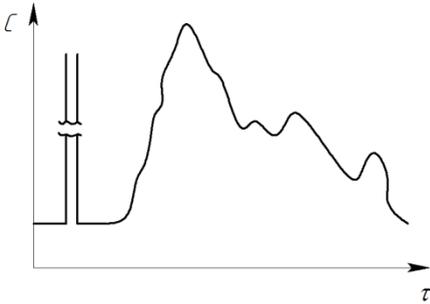


Рис. 16 Импульсный метод ввода индикатора.

2) Ступенчатый сигнал (рисунок 17).

При установившемся режиме работы аппарата прекращают подачу в него "старой" жидкости и одновременно начинают подавать с прежней скоростью "новую" жидкость (индикатор), которая отличается от старой каким-либо свойством. Если в старой жидкости концентрация индикатора равнялась нулю, то в новой C_0 , то после замены одного потока другим, концентрация индикатора в потоке на выходе из аппарата возрастает от 0 до 1.

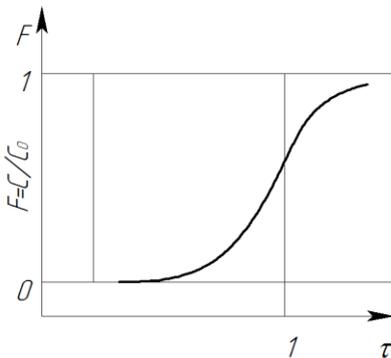


Рис. 17 Ступенчатый метод ввода индикатора.

3.2. Аналитическое выражение функций распределения времени пребывания (модели неидеальных систем)

Изложенные методы исследования непрерывно-действующих аппаратов позволяют получить экспериментальные данные, характеризующие степень отклонения потоков от режима идеального перемешивания или идеального вытеснения. Представление этих данных в виде графиков изменения концентраций, $E(\tau)$ и $F(\tau)$ кривых, дает наглядное представление о степени неидеальности потока.

Однако, для разработки метода расчета аппаратов необходимо получить аналитическое выражение функции распределения времени пребывания. Это достигается на основе применения условной схемы потоков и механизмов перемешивания, которая в первом приближении правильно отражает действительную картину потоков в реальном аппарате. Такая схема, называемая кинематической моделью системы, составляется с учетом того, чтобы ее можно было описать аналитически. Мы рассмотрим две модели, которые наиболее часто используются для описания неидеальных потоков.

3.2.1. Ячеечная модель

Секционная ячейечная модель основывается на замене рассматриваемого аппарата системой последовательно соединенных емкостей идеального смешения, в которой интенсивность продольного перемешивания такая же, как в аппарате.

Денбиг К.Г. рассматривает вопрос распределения количества введенного индикатора q_1 ; q_2 и т.д. в каждом из этих аппаратов (в зависимости от времени) следующим образом.

Предположим, что через реактор смешения объемом V , состоящий из n емкостей ячеек идеального перемешивания, каждая объемом V_0 , протекает установившийся поток жидкости с объемной скоростью W .

Тогда:

$$V = n \times V_0 . \quad (38)$$

В начальный момент времени в первый аппарат быстро вводится некоторое количество индикатора q_0 (импульсный сигнал).

Составим уравнение материального баланса для первого аппарата:

$$-\frac{d \times q_1}{d \times \tau} = \frac{W \times q_0}{V_0}. \quad (39)$$

Первая часть выражения (39) представляет собой количество индикатора в потоке выходящем из аппарата.

Интегрируя уравнение (39), получим:

$$q_1 = q_0 \times e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}. \quad (40)$$

Уравнение материального баланса для второго аппарата будет иметь вид:

$$-\frac{d \times q_2}{d \times \tau} = \frac{W \times q_2}{V_0} - \frac{W \times q_1}{V_0}. \quad (41)$$

Заменяем q_1 его значением из уравнения (40) и после соответствующего преобразования получим:

$$\frac{d \times q_2}{d \times \tau} + \frac{W \times q_2}{V_0} = \frac{W}{V_0} \times q_0 \times e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}. \quad (42)$$

Интегрирующим множителем для этого уравнения будет $e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}$ и его решением:

$$q_2 = \frac{W \times \tau}{V_0} \times q_0 \times e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}. \quad (43)$$

Аналогичным образом для третьего аппарата получим:

$$q_3 = \left(\frac{W \times \tau}{V_0}\right)^2 \times q_0 \times \frac{e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}}{2!}. \quad (44)$$

и в общем виде для i -го аппарата имеем:

$$q_i = \left(\frac{W \times \tau}{V_0}\right)^2 \times q_0 \times \frac{e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}}}{(i-1)!}. \quad (45)$$

Решение уравнений (40, 43, 44) изображены на [рисунке 18](#), из которого видно, каким образом по мере последовательного прохождения индикатора через три ячейки аппарата смешения изменяется его максимальная концентрация в каждой из них.

Количество индикатора, которое вышло из аппарата смешения состоящего из n ячеек, за время τ с момента его ввода будет равно:

$$q_0 - (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n). \quad (46)$$

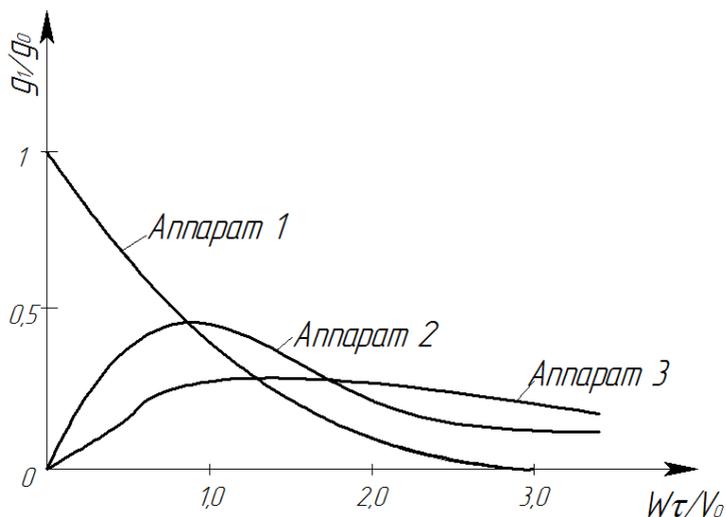


Рис. 18 Решение уравнений (40, 43, 44).

Выразим это количество индикатора в долях от введенного и обозначим F :

$$F = \frac{q_0 - (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n)}{q_0} =$$

$$= 1 - e^{-\frac{W \times \tau}{V_0}} \left[1 + \frac{W \times \tau}{V_0} + \left(\frac{W \times \tau}{V_0} \right)^2 \times \frac{1}{2!} + \dots + \frac{(W \times \tau)^{n-1}}{V_0} \times \frac{1}{(n-1)!} \right]. \quad (47)$$

Так как среднее время пребывания индикатора в аппарате выражается зависимостью:

$$\bar{\tau} = \frac{n \times V_0}{W} = \frac{V}{W'} \quad (48)$$

то мы можем уравнение (47) привести к следующему виду:

$$F = 1 - e^{-\frac{n \times \tau}{\bar{\tau}}} \left[1 + \frac{n \times \tau}{\bar{\tau}} + \left(\frac{n \times \tau}{\bar{\tau}} \right)^2 \times \frac{1}{2!} + \dots + \left(\frac{n \times \tau}{\bar{\tau}} \right) \times \frac{1}{(n-1)!} \right]. \quad (49)$$

Решение уравнения (49) для различного типа ячеек идеального перемешивания изображены на [рисунке 19](#).

Необходимо отметить, что при $n=1$ ячеечная модель переходит в модель идеального смешения, а при $n=\infty$ в модель идеального вытеснения.

Результаты сопоставления экспериментально найденных значений распределения времени пребывания с кривыми F , приведенными на рисунке 19 (теоретическое решение), могут

служить показателем степени приближения рассматриваемого аппарата к идеальным. Кроме того, они позволяют определить число ячеек идеального смешения n системы, интенсивность продольного перемешивания в которой такая же, как в исследуемом аппарате. Подставив найденное значение n

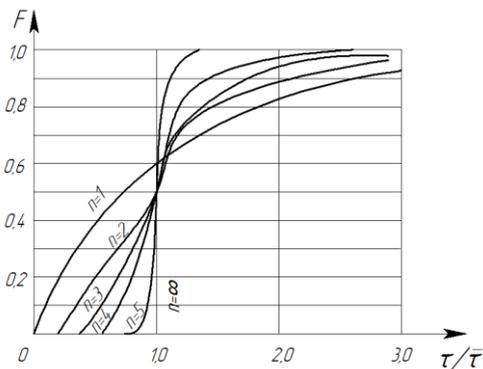


Рис. 19

в уравнение(49), получим аналитическое выражение функции распределения $F(\tau)$ для данного аппарата.

3.2.2. Диффузионная модель

В основу этой модели положено допущение о том, что для математического описания процесса перемешивания потока может быть использовано уравнение, аналогичное уравнению диффузии в движущейся гомогенной среде. То есть исходят из приближенной аналогии между перемешиванием и диффузией.

Согласно диффузионной модели, всякое отклонение распределения времени пребывания частиц потока от идеального вытеснения, независимо от причин, считают следствием продольного перемешивания (вдоль оси потока), условно описываемого уравнением диффузии с некоторым фиктивным коэффициентом диффузии E , называемым коэффициентом продольного перемешивания.

Записывается это уравнение в приложении к рассматриваемому случаю однонаправленной диффузии индикатора (лишь вдоль оси X потока) и заменяя коэффициент D на E получим:

$$\frac{dc}{d\tau} = E \frac{d^2c}{dx^2} - W \frac{dc}{dx}. \quad (50)$$

Решение этого уравнения для случая мгновенного ввода индикатора во входящий в аппарат поток приводит к следующему выражению функции распределения $F(\tau)$:

$$F(\tau) = \sqrt{\frac{B_{0n}}{4\pi\theta}} \times e^{-\frac{B_{0n}}{4} \times \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)^2}. \quad (51)$$

Здесь $B_0 = \frac{Wl}{E}$ критерий Боденштейна.

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ

Бородулин Дмитрий Михайлович
Вагайцева Елена Алексеевна

**Введение в теорию непрерывных процессов.
Аппараты идеального вытеснения и смешения**

Учебное пособие

Для магистров дневной и заочной форм, обучающихся по направлению подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование» по программе «Процессы и аппараты пищевых производств»

Редактор Е.Н. Шуранова
Технический редактор О.П. Долганова
Художественный редактор О.П. Долганова

Объем электронного ресурса 956 Кб
Гарнитура Times
Дата подписания к использованию
08.12.2016г.
Тираж 15 экз.

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности
(университет)
650056, г. Кемерово, б-р Строителей, 47